# উচ্চ মাধ্যমিক
# পদার্থ বিজ্ঞান

অধ্যাপক সত্যব্রত চৌধুরী
অধ্যাপক মুকুল ঘোষাল

পশ্চিমবঙ্গ উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা সংসদ কর্তৃক অনুমোদিত পাঠ্যক্রম অনুযায়ী লিখিত

# উচ্চ মাধ্যমিক

# পদার্থ বিজ্ঞান

[ সাধারণ স্তর ]

[ প্রথম খণ্ড ]

অধ্যাপক সত্যব্রত চৌধুরী এম্. এস্-সি.
( অধ্যাপক, সেণ্ট জেভিয়ার্স কলেজ ও যোগমায়া দেবী কলেজ, কলিকাতা,
প্রাক্তন অধ্যাপক, গুরুদাস কলেজ, কলিকাতা। )

ও

অধ্যাপক মুকুল ঘোষাল এম্. এস্-সি.
( অধ্যাপক, ন্যাশানাল কলেজ ও লরেটো কলেজ, লক্ষ্মৌ।
প্রাক্তন অধ্যাপক, স্কটিশচার্চ কলেজ, কলিকাতা। )



স্যাঙ্গুইন পাবলিশার্স কনসার্ন
৩, রমানাথ মজুমদার স্ট্রীট
কলিকাতা-৭০০০০৯

প্রকাশক :
শ্রীশান্তিরঞ্জন সান্যাল
জাজুইন পাবলিশার্স কনসার্ন
৩নং রমানাথ মজুমদার স্ট্রীট
কলিকাতা-৯



প্রথম সংস্করণ—৭ই অক্টোবর ১৯৭৬





মূল্য :
প্রথম খণ্ড— টাঃ ১১·৫০ পঃ
দ্বিতীয় খণ্ড—টাঃ ১১·৫০ পঃ
একত্রে— টাঃ ২২·০০



প্রচ্ছদপট :
শ্রীমনোজ বিশ্বাস

মুদ্রাকর :
শ্রীদুলালচন্দ্র ভূঁঞ্যা
সুদীপ প্রিন্টার্স
৬/১এ সনাতন শীল লেন,
কলিকাতা-১২

# ভূমিকা

এরূপ মনে করা হয় যে, বর্তমানকালে বৈজ্ঞানিক জ্ঞানের পরিমাণ প্রতি ১০ বৎসরে দ্বিগুণ হয়ে যায়। বিজ্ঞানের অগ্রগতির শুধু যে বেগই এরূপ চমকপ্রদ তা নয় প্রতি বছরেই ভৌত বিজ্ঞান এবং জীবন বিজ্ঞানের ক্ষেত্রে নূতন নূতন আবিষ্কার আমাদের পারিপার্শ্বিক বিশ্বের জ্ঞানকে বৈপ্লবিক ভাবে সমৃদ্ধ করে তুলছে এবং আমাদের প্রাত্যহিক জীবনে নিয়ে আসছে নব নব যন্ত্রের অবদান। বিশেষতঃ পদার্থ বিজ্ঞানের ক্ষেত্রে দেখা যায় যে অন্য সব বিষয়ের গবেষণাই ক্রমশঃ অধিকতররূপে পদার্থ বিজ্ঞানের তত্ত্ব ও প্রয়োগবিধির উপর নির্ভরশীল হয়ে পড়ছে। এই পরিপ্রেক্ষিতে স্বভাবতই এটি অত্যাবশ্যক যে আমাদের শিক্ষায়তনে পদার্থ বিজ্ঞানের পাঠক্রমকে ক্রমাগত পরিবর্দ্ধিত এবং উন্নীত করতে হচ্ছে। আমাদের উদ্দেশ্য এই যে, যে সমস্ত ছাত্র উচ্চ-মাধ্যমিক পরীক্ষা দিয়ে জীবনের বিভিন্ন ক্ষেত্রে চলে যাচ্ছে তাদের মনে আধুনিক পদার্থ বিজ্ঞানের বিষয়ে একটি সজীব কৌতুহল জেগে উঠুক এবং পদার্থ বিজ্ঞানের বিভিন্ন ধারণা ও প্রয়োগবিধি সম্বন্ধে মোটামুটি কিছু জ্ঞান তারা লাভ করুক। এই উদ্দেশ্য সিদ্ধির জন্য পদার্থ বিজ্ঞানের যে কোন পাঠ্য পুস্তকের দুটি লক্ষ্য থাকা উচিত। প্রথমতঃ পদার্থ বিজ্ঞানের চমকপ্রদ নিত্য নূতন আবিষ্কারগুলি সম্বন্ধে সচেতন কৌতুহলের সঙ্গে সঙ্গে যে সমস্ত মৌলিক ধারণাগুলির উপর ভিত্তি করে আধুনিক বিজ্ঞানের এই বিরাট প্রাসাদটি গড়ে উঠেছে সেগুলির বিষয়ে ছাত্রছাত্রীর মনে একটি স্পষ্ট ধারণা থাকা উচিত, দ্বিতীয়তঃ যে সমস্ত সূত্র ও গনণার সাহায্যে বিজ্ঞানের তত্ত্বগুলিকে সহজেই ব্যবহারিক জীবনের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা যায় সেগুলির সম্বন্ধে ছাত্রের মনে যথেষ্ট পরিচিতি থাকা আবশ্যক। তবেই পরবর্তী জীবনে ইঞ্জিনিয়ারিং, ডাক্তারী ইত্যাদি ক্ষেত্রে তার পক্ষে অনায়াসে পদার্থ বিজ্ঞানের প্রয়োগ সম্ভব হবে।

বর্তমান পুস্তকে লেখকরা উপরোক্ত লক্ষ্য দুটিকে সামনে রেখে যথাসম্ভব সংক্ষিপ্ত এবং সহজবোধ্য উপায়ে ছাত্রের সম্মুখে বিষয়টিকে তুলে ধরবার চেষ্টা করেছেন। লেখকদের মতে পুস্তকগুলির অধিকাংশের মধ্যেই এত বেশী খুঁটিনাটি জ্ঞাতব্য তথ্য সন্নিহিত করা হয় যে পাঠকদের পক্ষে সর্বাধিক গুরুত্বপূর্ণ বিষয়গুলি বেছে নেওয়া দুষ্কর হয়ে পড়ে। এইভাবে অধিতব্যের বাহুল্যের ফলে জ্ঞান লাভের প্রচেষ্টায় ফলপ্রসূ দিক নির্ণয় করা অসম্ভব হয়ে পড়ে। একটি সুস্পষ্ট ও যুক্তিসিদ্ধ ধারণার পরিবর্তে ছাত্রছাত্রীর মনে অনেকগুলি বিচ্ছিন্ন তথ্য ও সূত্রের বোঝা জড় হয়।

এই পুস্তকটি পশ্চিমবঙ্গ উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা সংসদ পর্ষদের নূতন ১২ বছরের উচ্চ মাধ্যমিক পাঠক্রম অনুযায়ী রচনা করা হয়েছে। তবে লেখকদের প্রয়াস এই ছিল যে, তাপ, আলোক, তড়িৎ ইত্যাদি বিভিন্ন বিষয়গুলি পরস্পর সম্বন্ধহীন প্রকোষ্ঠে যেন পরিণত না হয়। এই জন্য সমস্ত অধিতব্য বিষয়ের মধ্যে যুক্তি ও ব্যাখ্যার একটি নিরবচ্ছিন্ন সূত্র রক্ষা করে চলা হয়েছে।

পুস্তকের বিভিন্ন অধ্যায়ে প্রতিপাদিত গাণিতিক সূত্রগুলিকে সঠিকভাবে ব্যবহার করার অভ্যাস সৃষ্টি করার জন্য বহুসংখ্যক গাণিতিক উদাহরণ দেওয়া হয়েছে। এর মধ্যে অনেকগুলির সমাধান করে দেওয়া হয়েছে এবং অন্যগুলি ছাত্রছাত্রীদের অনুশীলনের জন্য প্রশ্নমালারূপে রাখা হয়েছে।

পদার্থ বিজ্ঞানের অধিকাংশ অধ্যাপকই উপযুক্ত পাঠ্যপুস্তকের অভাব তীব্রভাবে বোধ করেন। নূতন পাঠক্রম চালু হবার পরে এই অভাব তীব্রতর হতে বাধ্য। সেইজন্য এই পাঠ্যপুস্তক রচনার জন্য বিশেষ কৈফিয়ৎ দেবার প্রয়োজনীয়তা আছে বলে লেখকরা মনে করেন না। যদিও লেখকরা এইরূপ কোন দাবী করেন না যে এই পুস্তকের কোন অসাধারণ গুণ বা বৈশিষ্ট্য আছে,তাহলেও তাঁদের আশা এই যে, বর্তমান পুস্তকখানি উচ্চ মাধ্যমিকের শিক্ষক ও ছাত্রছাত্রীদের সাহায্য করতে সমর্থ হবে এবং তাদের সহযোগিতা লাভ করবে।

৩রা অক্টোবর, ১৯৭৬
কলিকাতা

শ্রীসত্যব্রত চৌধুরী
শ্রীমুকুল ঘোষাল

# SYLLABUS FOR PHYSICS

## ( Elective )

| | | |
|---|---|---|
| Paper—I | — | 80 Marks. |
| Paper—II | — | 80 Marks. |
| Practical | — | 40 Marks. |
| | Total | 200 Marks. |

## 1. MECHANICS

**Practicle : Dynamics :**

Rest and motion, reference frame, displacement, velocity and acceleration, momentum, binematical equations (in one dimension), elementary problems.

Scalars and Vectors. Composition and resolution of vectors. Representation of vector by co-ordinates. Addition of vectors by geometrical and analytical methods. Relative velocity and acceleration.

Newton's laws of motion, inertia, units of force, impulse and impulsive forces, conservation of linear momentum—elastic collisions of particles moving in the same line, jets and rockets. Friction, static and kinetic friction, co-efficient of friction.

**Statics :**

Centre of mass, centre of gravity. Conditions of equilibrium of a system of particles.

**Dynamics of circular motion :**

Rotational motion of a particle, angular velocity, angular acceleration, relation between angular velocity and linear velocity, angular momentum, moment of a force about a point and about an axis, torque, relation between angular momentum and torque (statement only), couples, centripetal force, centrifugal force (as a pseudoforce).

**Work, Energy and Power :**

Definition of work, relevant units, work done by and against a force. Mechanical energy—kinetic and potential forms. Conservation of energy—with the case of a freely falling body as an example Power—definition, units.

## 2. GENERAL PROPERTIES OF MATTER

**Gravitation :**

Newton's law of universal gravitation. Constant of Gravitation (no experimental details on the determination of the Gravitational Constant). Gravitational attraction for extended bodies. Gravitational attraction of the earth. Laws of falling bodies. Variation of acceleration due to gravity. Simple pendulum. Motion of planets, satellites. Escape velocity (no deduction). Weightlessness in orbiting satellites.

**Elastic properties of matter :**

Stress, strain, elastic limit, Hooke's law, elastic modulii Young's modulus, Bulk modulus, rigidity modulus, Poisson's ratio.

**Hydrostatics :**

Density, Specific Gravity, (methods of determination of Sp. Gr. not required), Archimedes' principle (demonstrations), flotation, pressure in fluids, transmission of fluid pressure Pascal's law and its applications. Air pressure and its measurement. Siphon, principles of lift pump, compression pump, vacuum pump.

**Surface Tension and Viscosity :**

Simple surface tension phenomena (illustrated with demonstrations). Motion in fluids—viscosity—streamline and turbulent flow (qualitative ideas).

## 3. HEAT

Recapitulation of the basic concepts of heat and temperature.

Thermal expansions of solids and liquids. Simple demonstrations. Co-efficient of expansion for solids relation between them. Applications of expansions of solids.

Real and apparent expansions for liquids, relation between expansion co-efficients. Anomalous expansion of water. Effect on marine life.

Thermal expansion of gases.

Boyle's law, Charle's law, Equation of state of an ideal gas ; volume and pressure co-efficient, Absolute scale of temperature.

**Calorimetry :**

Preliminary definitions, principle of calorimetry (no questions on measurement to be set). Calorimetric problems.

**Change of State :**

Latent heat (brief discussions of determination), evaporation and boiling. Effects of pressure on melting point and boiling point.

Vapour pressure. Relative humility. Dew, fog and cloud Hygrometry, Regnault's hygrometer.

**Mechanical equivalent of heat :**

Heat as a form of energy. Relation between Calorie and the erg. Determination of mechanical equivalent of heat (paddle method). First law of thermodynamics. Isothermal and adiabatic expansions of gases. Specific heats of gases definitions of Cp., Cv.

**Kinetic Theory of Gases :**

Evidence of molecular structure of matter and of random molecular motion. Brownian movement (qualitative description). Basic assumptions of the kinetic theory of ideal gases. Pressure of an ideal gas (mention of the formula ; derivation not required). Concept of temperature from kinetic theory. Qualitative descussions of limitations of ideal gas laws.

**Transmission of Heat :**

Conduction of heat, simple demonstrations ; thermal conductivity. Practical applications of thermal conduction. Convection of heat, convection current. Radiation ; radiation as a form of energy ; Stefan's law—statement and applications.

## 4. OPTICS

Recapitulation of basic topics on rectilinear propagation of light.

Photometry—basic concepts. Lummer—Brodhun photometer.

Reflection at plane surfaces—laws of reflection, periscope. Reflection at curved surfaces—basic definitions and mathematical relations between u, v, f and r.

Refraction of light, laws of refraction, total reflection, critical angle, formation of a mirage. Refraction through a prism, minimum deviation,.relation between Delta and Mu.

Image formation by thin convex and concave lenses ; basic definitions, deduction of formula connecting u, v, f. Spherical and chromatic aberrations (qualitative discussions).

Dispersian of light. Formation of a spectrum, different types of spectra (line and continuous), emission and absorbtion spectra —discussions on a very elementary level. Spectrometer (principle of working).

Atmospheric refraction and rainbow.

Optical Instrument: Camera, Compound microscope, Astronomical telescope, Binoculars.

The Human eye—defects of vision—remedy as example of combination of lenses.

## 5. VIBRATION AND WAVES

**Vibrations :**

Oscillations and its characteristics. Simple harmonic motion, examples. Relation with uniform circular motion. Graphical and mathematical representations. Energy in simple harmonic motion. Superposition of two simple harmonic motions in the same direction (graphical) (i) in phase, (ii) in opposite phases.

Nature of Vibrations—(transverse and longitudinal). Free and forced vibrations, resonance, damped oscillations (qualitative discussions with examples).

**Waves :**

Types of waves, characteristic features of propagating waves, preliminary definitions and relations. Reflection and refraction of waves.

Superposition of waves ; stationary waves ; vibrations of strings and air columns.

Interference, beats, Doppler effect, polarization (qualitative discussions).

**Nature of Waves :**

(i) Sound waves as elastic waves. Velocity of sound Laplace's formula (Newton's formula $V = \sqrt{E/\rho}$ to be assumed).

Sources of sound. Musical sound and noise. Principles of recording and reproduction of sound.

(ii) Light as a wave phenomenon. Finite velocity of light. Interference of light, Polarization (qualitative ideas). Validity of geometrical optics as an approximation.

## 6. MAGNETISM

Recapitulation of basic concepts with demonstrations.

Magnetic field, magnetic lines of force, Coulomb's law, unit pole, magnetic intensity.

Molecular theory of magnetism. Ferro, para and diamagnetic substances. Permeability, Susceptibility.

Terrestrial magnetism—Declination, Dip and Horizontal intensity (methods of measurement not required).

## 7. ELECTROSTATICS

Basic electrostatic phenomena, Electroscopes—simple experiments. Coductors and insulators. Electrostatic induction. Distribution of charge on conductors. Surface charge density.

Coulomb's law of electrostatics. Electric field. Potential and its measure ; qualitative ideas of relation between intensity and potential. Capacitance, capacitance of a sphere. Simple capacitors. Factors determining capacitance. Capacitors in series and in parallel.

Electrostatic machines—electrophorus and Van de Graafff generator.

## 8. CURRENT ELECTRICITY

Voltaic Cells, Primary and Secondary Cells. Ohm's Law. Resistivity. Temperature co-efficient of resistance. Resistances in series and parallel. Wheatstone Bridge (measurement of resistances of resistors with this bridge). Post Office Box. Meter Bridge. Potentiometer—measurement of Potential Difference and current.

Heating effect of current—Joule's law. Determination of 'J' by electrical method. Thermoelectricity. Seebeck, Peltier and Thomson's effects (general outline). Energy and Power in electrical circuits.

Chemical effect of current—Electrolysis—Faraday's laws. Practical applications.

**Electromagnetism :**

Magnetic effect of current—action of magnet on current, current on magnet and current on current. Demonstrations. Simple Galvanometers (Tangent, d'Arsonval), Shunt, Voltmeters, Ammeters and their uses.

Electromagnetic induction ; Laws of Faraday and Lenz. Self and mutual inductance. Induction Coil.

Ideas about alternating currents (qualitative discussions). Principle of motors and dynamos. Principles of telegraphy, telephony and microphone.

## 9. MODERN PHYSICS

Conduction of electricity through gases—phenomenological study. Cathode rays and their properties. X-rays ; discovery and and properties. Nature of X-rays. Practical applications.

Thermionic emission—descriptive.

Vacuum tubes, diodes—principle of rectification, uses triodes—principle of amplification. Cathode ray tube. Elementary principles of radio, television and radar.

Photo electric phenomena. Photo tube and its uses. Particle nature of radiation. Elementary ideas of Quantum Theory. (No details on the determination of Planck's constant).

Electronic structure of the atom—brief introduction to the Bhor model of the atom. Fluorescence and phosphorescence semiconductor diodes and triodes, transistors and their uses (descriptive).

Measurement of atomic masses—brief discussion of the principle of the Mass Spectrograph (single focussing).

The nucleus of the atom and its structure. Atomic number and mass number, isotopes.

Radioactivity—its discovery. Alpha, Beta and Gamma Rays and their properties. Radioactive decay (no mathematics—graphical illustrations only). Radio Isotopes. Artificial transmutation of elements—with illustrations. Mention of mass energy equivalence. Nuclear fission and its uses. Nuclear fusion—its importance. Cosmic rays and mesons.

## PRACTICAL SYLLABUS

Ideas about eye-estimation (questions will not be set on the measurement of the length of a line using eye-estimation).

*1. Uses of vernier, slide callipers, screw gauge and spheremeter.

*2. Weighing a body by a common balance.

3. Determination of specific gravity of a solid by hydrostatic balance.

4. Determination of specific gravity of solids and liquids using specific gravity bottle.

5. Determination of the co-efficient of friction.

6. Determination of 'g' with a single pendulum.

7. Determination of Young's Modulus; Verification of Hooke's law.

8. Verification of Boyle's law.
9. Determination of specific heat of a solid by the method of mixture.
10. Determination of latent of fusion of ice.
11. Determination of 'J' by electrical method.
12. Determination of the frequency of a tuning fork with a senometer.
13. Determination of the velocity of sound with resonance tube.
14. Verification of the laws of reflection of light.
15. Verification of the laws of refraction of light.
16. Determination of the focal length of a convex lens by the u-v method.
17. Mapping the lines of force due to a bar magnet—
    (i) North pole pointing north.
    (ii) North pole pointing south.
18. Use of a P. O. Box
    (i) Determination of unknown resistance.
    (ii) Verification of laws of series and parallel resistances.
19. Measurement of current with a tangent galvanometer.
20. Determination of resistance with a P. O. Box.
21. Determination of E.M.F. of a cell with a potentiometer.
22. Verification of Ohm's law using ammeter and voltmeter.

* These experiments should not be set in the examination.

Total number of pages of book not to exceed 600 pages (excluding practical).

# সূচীপত্র

## প্রথম ভাগ—বলবিদ্যা

## দ্বিতীয় ভাগ—পদার্থের সাধারণ ধর্ম

## তৃতীয় ভাগ—তাপ

## চতুর্থ ভাগ—কম্পন ও তরঙ্গ

# প্রথম খণ্ড

# বলবিদ্যা

# ( MECHANICS )

## প্রথম অধ্যায়

## কণা গতিবিদ্যা ( Particle Dynamics )

### 1.1. স্থিতি ও গতি ( Rest and Motion ).

আমরা সর্বক্ষণই চতুর্দিকে স্থির ও গতিশীল বস্তু দেখতে পাই। একটু চিন্তা করলেই বোঝা যায় যে যখন আমরা বলি যে অমুক বস্তুটি স্থির হয়ে আছে তার অর্থ হচ্ছে এই যে কোনো এক সময় বস্তুটি যে স্থানে অবস্থিত ছিল, কিছুক্ষণ পরেও সে ঠিক সেই স্থানেই রয়েছে। বস্তুটিকে তখন **স্থিতিশীল** বলে। কিন্তু যদি দেখা যায় যে খানিকটা সময় পরে বস্তুটি সরে গিয়ে অন্য কোনো স্থানে চলে গেছে তাহলে আমরা বুঝি যে বস্তুটি **গতিশীল** বা সচল।

### 1.2. নির্দেশতন্ত্র ( Frame of reference ).

এখন কথা হচ্ছে এই যে, কোনো বিশেষ বস্তুর অবস্থিতির স্থানটিকে আমরা কিভাবে নির্দিষ্ট করে দিতে পারি? ধরা যাক যে একটি সুবিস্তৃত মাঠের একস্থানে আমি একটি কুকুর দেখতে পাচ্ছি। এখন আমি যদি সঠিকভাবে কুকুরের অবস্থিতি স্থানটিকে নিরূপিত করতে চাই তো আমি এইভাবে বলতে পারি যে মাঠের ওইদিকে যে নারকেল গাছটি রয়েছে কুকুরটি এখন তার থেকে ঠিক এতো ফুট দূরে অমুক দিকে অবস্থিত আছে। যদি পাঁচ মিনিট পরে আমি আবার দেখি যে তখনো সে ওই গাছটির থেকে ঠিক তত ফুট দূরে সেইদিকেই রয়েছে তাহলে বলবো যে এই পাঁচ মিনিট কুকুরটি স্থির ছিল। অপর পক্ষে যদি নারকেল গাছ থেকে কুকুরের দূরত্ব বা দিশা পরিবর্তিত হয়ে গিয়ে থাকে তো বলতে হয় যে কুকুরটি গতিশীল ছিল।

অর্থাৎ কোনো বস্তুর অবস্থিতি নির্দেশ করতে গেলেই আমরা পারিপার্শ্বিকের অন্য কোনো নির্দিষ্ট বস্তুর থেকে তার দূরত্ব ও দিশা মেপে দেখি। এই নির্দিষ্ট

বস্তুটিকে (যেমন, এখানে ওই নারকেল গাছটি) আমরা আমাদের **নির্দেশতন্ত্র** (Frame of reference) হিসাবে ব্যবহার করছি। সুতরাং আলোচ্য কুকুরটির স্থিতি বা গতির অবস্থা ওই নারকেল গাছটিকে একটি স্থির নির্দেশতন্ত্ররূপে গ্রহণ ক'রে তার সাপেক্ষে বলা হচ্ছে। অর্থাৎ এক্ষেত্রে "কুকুরটি স্থির" এই কথার দ্বারা শুধু এইটুকুই বোঝাচ্ছে যে নারকেল গাছটির তুলনায় বা সাপেক্ষে সে স্থির, কেননা গাছটির থেকে তার দূরত্ব ও দিশা অপরিবর্তিত রয়েছে।

কিন্তু কোনো সচল বস্তুকেই যদি আমরা নির্দেশতন্ত্র হিসাবে ব্যবহার করি, যেমন, যদি আমি বলি যে "একটি চলন্ত রেলগাড়ির কামরায় একটি মাছি স্থির হয়ে বসে আছে"—তার অর্থ এই যে ওই কামরার সাপেক্ষে মাছির অবস্থান অপরিবর্তিত রয়েছে। তার অর্থ কিন্তু এই নয় যে রেলের বাইরে মাটিতে দাঁড়িয়ে থাকা কোনো ব্যক্তির পক্ষেও মাছিটি স্থির হয়ে আছে। কেননা তার নির্দেশতন্ত্র অনুসারে মাটি, গাছপালা ইত্যাদিগুলিই স্থির বা অচল, রেলগাড়িটি সচল। সুতরাং এই নির্দেশতন্ত্রে মাছিটিও সচল ও গতিশীল।

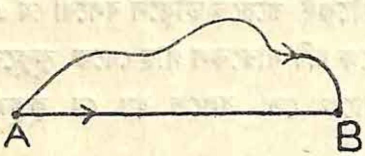
সংক্ষেপে বলা যায় যে স্থিতি ও গতি এই দুটি গুণকে চরম (absolute) বলা চলে না, স্থিতি ও গতি উভয়েই নির্দেশতন্ত্রের উপর নির্ভরশীল। যে কোনো সচল বস্তুর জন্যই আমরা এমন একটি নির্দেশতন্ত্র নির্বাচিত করতে পারি যেটি সেই বস্তুটির সঙ্গে সঙ্গেই সমান গতিতে চলেছে এবং তার সাপেক্ষে সে বস্তুটি স্থির বা অচল।

কোনো একটি বিশেষ নির্দেশতন্ত্রের সাপেক্ষে যদি কোনো বস্তু তার স্থান পরিবর্তন না করে তো আমরা বলি যে ওই নির্দেশতন্ত্রে ওই বস্তুটি স্থির বা অচল।

### 1.3. সরণ, বেগ ও ত্বরণ (Displacement, Velocity and Accelaration).

কোনো বস্তু যদি চলবার সময় দিক পরিবর্তন না ক'রে একটি সরলরেখা ধরে চলতে থাকে, তবে তার গতিকে **ঋজুগতি** (rectilinear motion) বলে।

কোনো এক মুহূর্তে একটি গতিশীল বস্তু যদি একটি বিন্দু A-তে অবস্থিত হয়, এবং কিছু সময় পরে দেখা যায় যে বস্তুটি সরে গিয়ে অপর একটি বিন্দু B-তে অবস্থিত রয়েছে তাহলে সরলরেখা AB-কে ঐ বস্তুর **"সরণ"** (Displacement) বলে (চিত্র 1.1)। এখন



চিত্র 1.1

বস্তুটির গতি যদি ঋজুগতি হয়, অর্থাৎ সে যদি উপরোক্ত রেখা AB ধরেই অগ্রসর হতে

থাকে তাহলে A থেকে B-র মধ্যে তার যাত্রাপথের দূরত্ব ঠিক তার সরণ AB-রই সমান। কিন্তু সে যদি আঁকাবাঁকা পথে A থেকে B-তে গিয়ে পৌঁছায়, তাহলে স্পষ্ট বোঝা যাচ্ছে যে তার বাস্তবিক যাত্রাপথের দূরত্বটি তার সরণের চাইতে বেশী।

আপাততঃ যেহেতু আমরা ঋজুগতি নিয়েই আলোচনা করছি, আমরা সরণ ও দূরত্ব শব্দ দুটিকে একই অর্থে ব্যবহার করছি।

গতিশীল বস্তুর বেলায় তার যাত্রাপথের কোনো একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে বস্তুটির দূরত্ব বা সরণ সময়ের সাথে সাথে সমানেই বেড়ে চলেছে। এই বৃদ্ধির হার যদি খুব বেশী হয় তাহলে আমাদের মনে হয় যে বস্তুটি খুব দ্রুত বেগে চলেছে। সুতরাং বেগ শব্দটির একটি গাণিতিক সংজ্ঞা দেওয়া যায়।

**কোনো সচল বস্তুর বেলায় সময়ের সাথে সাথে তার সরণ বা দূরত্ব বৃদ্ধির হারকে তার বেগ ( velocity ) বলে।**

উদাহরণস্বরূপ, যদি দেখা যায় যে একটি মোটর গাড়ি একটি সোজা রাস্তায় এক ঘণ্টায় 30 মাইল, দুই ঘণ্টায় 60 মাইল, তিন ঘণ্টায় 90 মাইল—এইরূপ দূরত্ব অতিক্রম করছে তাহলে তার দূরত্ব বা সরণ বৃদ্ধির হার

$$=\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}=\frac{30 \text{ মাইল}}{1 \text{ ঘণ্টা}}=30 \text{ মাইল প্রতি ঘণ্টায়}$$

$$\text{বা,}\quad \frac{60 \text{ মাইল}}{2 \text{ ঘণ্টা}}=30 \text{ মাইল প্রতি ঘণ্টায়}$$

$$\text{বা,}\quad \frac{90 \text{ মাইল}}{3 \text{ ঘণ্টা}}=30 \text{ মাইল প্রতি ঘণ্টায় ইত্যাদি।}$$

সুতরাং মোটর গাড়ির বেগ = 30 মাইল প্রতি ঘণ্টায় বা 30 মাইল/ঘণ্টা।

বলা বাহুল্য উপরোক্ত উদাহরণটিতে মোটর গাড়িটি সমানে একই বেগে চলছে।

বীজগণিতের ভাষায় উপরোক্ত সম্বন্ধটিকে নিম্নলিখিতভাবে লেখা যায় —

যদি $t$ সময়ের মধ্যে কোনো বস্তু $s$ দূরত্ব অতিক্রম করে, এবং তার বেগকে $v$ বলা হয়, তবে

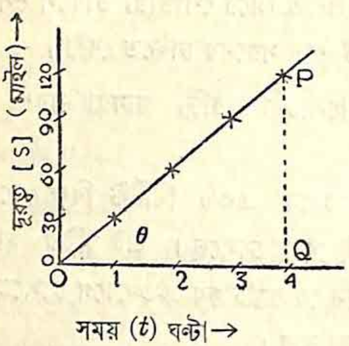
$$v=\frac{s}{t}$$

$$\text{অথবা}\quad s=v\cdot t \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (1)$$

**লেখচিত্র —**

সমীকরণ (1) থেকে বোঝা যাচ্ছে যে সময় $t$ ও দূরত্ব ( বা সরণ ) $s$ দুটি

ভেদ (variable) রাশি, এরা পরস্পরের উপর নির্ভরশীল। অর্থাৎ বেগ '$v$'-এর মান যদি জানা থাকে তাহলে যে কোনো সময়ের জন্য দূরত্ব গণনা করা যায়। যথা $v$ যদি 30 মাইল প্রতি ঘণ্টা হয়, তাহলে $t=5$ ঘণ্টা হলে, দূরত্ব $s=30\times5=150$ মাইল। অর্থাৎ 5 ঘণ্টায় মোটরটি 150 মাইল পথ অতিক্রম করবে। এখন '$t$' রাশিটির বিভিন্ন মানের জন্য $s$-এর মান গণনা ক'রে আমরা একটি গ্রাফ বা লেখচিত্র আঁকতে পারি (চিত্র 1.2)।




চিত্র 1.2

লেখচিত্রে বেগ $v=\frac{s}{t}=\frac{PQ}{OQ}=\tan\theta$ (কেননা $\Delta OPQ$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ) অর্থাৎ **$t$ ও $s$-এর লেখচিত্রে আমরা যে সরলরেখাটি পাচ্ছি, তার ঢাল (gradient) বা $\tan\theta$ হচ্ছে বেগের সমান।**

এখন, কোনো ক্ষেত্রে যদি $v$ একটি ধ্রুবক (constant) না হয়, অর্থাৎ বস্তুর বেগ যদি পরিবর্তিত হতে থাকে তাহলেও আমরা $(s, t)$-র লেখচিত্র আঁকতে পারি।

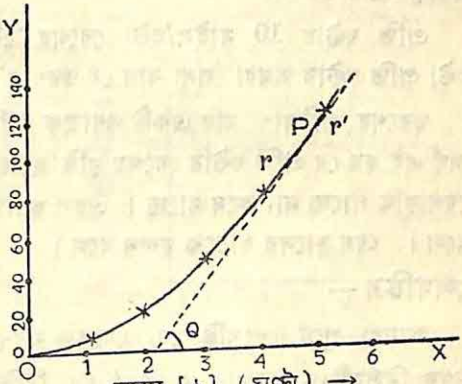
ধরা যাক, নিম্নে একটি মোটর গাড়ির বিভিন্ন সময়ের দূরত্ব দেওয়া রয়েছে :

| $t$ ঘণ্টা | $s$ মাইল |
|---|---|
| 1 | 5 |
| 2 | 20 |
| 3 | 45 |
| 4 | 80 |
| 5 | 125 ইত্যাদি। |

এখানে স্পষ্ট দেখা যাচ্ছে যে বেগ $\left(=\frac{s}{t}\right)$ সমানেই পরিবর্তনশীল রয়েছে। এক্ষেত্রে $(s,t)$ লেখচিত্রটি (চিত্র 1.3) নিম্নরূপ হবে :—

এর থেকে দেখা যাচ্ছে যে প্রথম ঘণ্টায় গাড়িটি মাত্র 5 মাইল পথ অতিক্রম করেছে। সে জায়গায় পঞ্চম ঘণ্টায় সে অতিক্রম করেছে $(125-80)=45$ মাইল। অর্থাৎ তার বেগ অনেক বৃদ্ধি পেয়েছে। কিন্তু তার বেগ প্রতি মুহূর্তেই বাড়ছে। তবে কি কোনো সময়েই তার সঠিক বেগ গণনা করা সম্ভব নয়? ধরা যাক,

উপরোক্ত লেখচিত্রে P বিন্দুতে, অর্থাৎ $4\frac{1}{2}$ ঘন্টা পরে আমরা মোটরের বেগ জানতে চাই। অসুবিধা এই যে P-র কাছেও লেখচিত্রটি বক্র, সরলরেখা নয়। তাহলে $v = \tan\theta$ এই সূত্র থেকে $\tan\theta$ কীভাবে জানা যেতে পারে? এখন যদি আমরা P-র ঠিক আগে ও পরে বক্রটির উপর দুটি বিন্দু $r$ ও $r'$ নিই তাহলে যদি $r$ ও $r'$ বিন্দু দুটি P-র অত্যন্ত নিকটে অবস্থিত হয় তাহলে বক্রের $rr'$ অংশটিকে প্রায় একটি সরলরেখাই বলা চলে। $r$ ও $r'$ যতই কাছাকাছি আসবে, $rr'$ ততই সরলরেখার মত হবে। অবশেষে যখন $r$ ও $r'$ বিন্দু দুটি P-র সঙ্গে মিশে যাবে সেই অবস্থায় $rr'$ সরলরেখাটিকেই "স্পর্শক" ( tangent ) বলে। এ অবস্থায় P বিন্দুতে বেগ $v$ স্পষ্টতঃই স্পর্শরেখা PQ-এর ঢাল ( gradient ) বা $\tan\theta$ ছাড়া আর কিছুই নয়।




চিত্র 1.3

অতএব যে কোনো বিন্দুতে $(s,t)$ লেখচিত্র থেকে $v$ গণনা করবার জন্য OP বক্রের সেই বিন্দুতে স্পর্শক রেখা টানা দরকার, এবং সেই রেখার $\tan\theta$-ই হচ্ছে $v$-র সমান।

**ত্বরণ: গতিবেগ বৃদ্ধির হারকে ত্বরণ (acceleration) বলে।**

মনে করি, কোনো একটি মোটর গাড়ির বেগ বৃদ্ধি পেতে পেতে 1 ঘন্টা পরে 10 মাইল/ঘন্টা, 2 ঘন্টা পরে 20 মাইল/ঘন্টা, 3 ঘন্টা পরে 30 মাইল/ঘন্টা, 4 ঘন্টা পরে 40 মাইল/ঘন্টা এরূপ দাঁড়াচ্ছে। গণনা করলে দেখা যায় যে 1 ঘন্টায় বেগ বৃদ্ধি হচ্ছে $20 - 10 = 10$ মাইল/ঘন্টা। বেগ যদি ক্রমাগত বৃদ্ধি পেতে থাকে তাহলে বেগের বৃদ্ধির পরিমাণও সময়ের সাথে সাথে বৃদ্ধি পেতে থাকবে। এক্ষেত্রে বেগের বৃদ্ধির হার হচ্ছে প্রতি ঘন্টায় 10 মাইল/ঘন্টা। এই রাশিটিকে বলে ত্বরণ।

$$\text{ত্বরণ} = \frac{\text{নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে বেগের বৃদ্ধি}}{\text{সময়}}$$

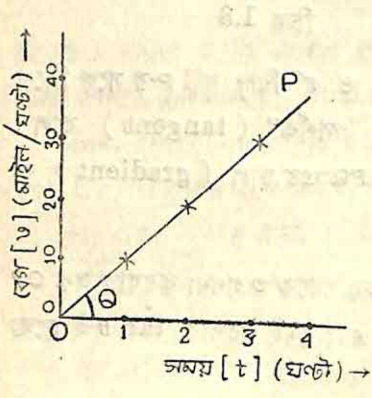
অথবা, $f=\frac{v-u}{t}$, $u$ ও $v$ হচ্ছে $t$ সময়ের প্রারম্ভে ও শেষে বেগের পরিমাণ এবং $f$ হচ্ছে ত্বরণ।

প্রতি ঘন্টায় 10 মাইল/ঘন্টা বেগের বৃদ্ধি হচ্ছে অর্থাৎ ত্বরণ হ'ল 10 মাইল/ঘন্টা প্রতি ঘন্টায় অথবা লেখা যায় যে ত্বরণ হ'ল 10 মাইল/ঘন্টা$^2$।

ত্বরণের পরিমাণ যদি একটি ঋণাত্মক রাশি হয়, যথা—10 মাইল/ঘন্টা$^2$, তার অর্থ এই হয় যে প্রতি ঘন্টায় বেগের বৃদ্ধি হচ্ছে—10 মাইল/ঘন্টা অর্থাৎ প্রকৃতপক্ষে বেগ বৃদ্ধি পাচ্ছে না, কমে যাচ্ছে। এরূপ ঋণাত্মক ত্বরণকে **মন্দন** ( retardation ) বলে। বেগ হ্রাসের হারকে মন্দন বলে।

**লেখচিত্র —**

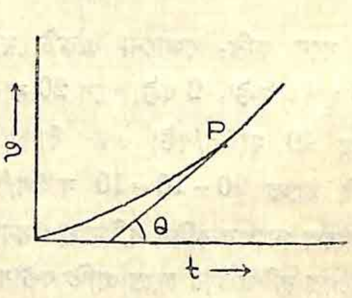
আমরা পূর্বে দেখেছি যে, যেহেতু সরণ ($s$) এমন একটি রাশি যা সময়ের ($t$) উপর নির্ভরশীল, সুতরাং, $s$ ও $t$-এর বিভিন্ন মানের সাহায্যে একটি লেখচিত্র আঁকা সম্ভব। ঠিক সেরূপ গতিবেগ ($v$) যখন সময়ের ($t$) উপর নির্ভরশীল, সুতরাং $v$ ও $t$-এর বিভিন্ন মানের সাহায্যে $v$-$t$ বা 'বেগ ও সময়' লেখচিত্র আঁকতে পারা যায় ( চিত্র 1.4 )। $v$-এর বৃদ্ধির হার বা ত্বরণ যদি একটি ধ্রুবক হয়, তাহলে স্বভাবতঃই $v$-$t$ লেখচিত্র একটি সরলরেখা হবে।




চিত্র 1.4

এক্ষেত্রে বেগ বৃদ্ধির হার হচ্ছে রেখা OP-র ঢাল বা $\tan\theta$ এর সমান, কারণ বেগ বৃদ্ধির হার = বেগের বৃদ্ধি ÷ সময় অর্থাৎ ত্বরণ, $f=\tan\theta$.

এখন বেগ বৃদ্ধির হার যদি স্থির না থাকে, তাহলে $v$-$t$ লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা না হয়ে, বক্ররেখা হবে (চি1.5)। পূর্বের যুক্তি অনুসারে এখানেও কোন মুহূর্তে যদি ত্বরণ, $f$ বা বেগ বৃদ্ধির হার নির্ণয় করতে হয়, তাহলে বক্রের সেই বিন্দুতে একটি স্পর্শক টানতে হবে। এই স্পর্শকের ঢাল বা $\tan\theta$ হবে নির্ণেয় ত্বরণের মান।

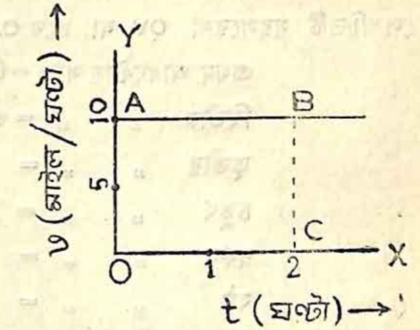



চিত্র 1.5

***v-t* লেখচিত্র থেকে সরণ নির্ণয়—**

ত্বরণ যদি শূন্য হয় অর্থাৎ বেগ যদি সমানে অপরিবর্তিত থাকে তাহলে $v$-$t$ লেখচিত্রে X-অক্ষের সমান্তরাল একটি সরলরেখা পাওয়া যাবে ( চিত্র 1.6 )। যদি বেগ 10 মাঃ/ঘঃ হয়, তাহলে 2 ঘন্টায় সরণ হবে, $s = v \times t = 10 \times 2$ মাইল। এখন, লেখচিত্রে আমরা দেখতে পাই যে,

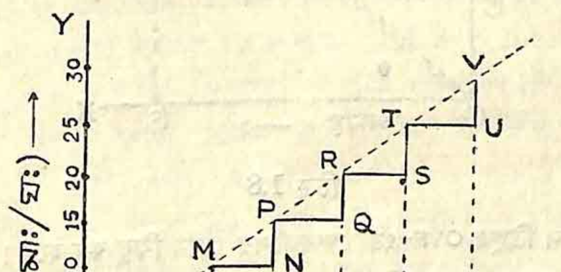
$s = v \times t =$ আয়তক্ষেত্র ABCO-এর ক্ষেত্রফল।




চিত্র 1.6

সুতরাং $v$ যদি ধ্রুবক হয়, তাহলে সরণ একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হবে, যার একটি ভুজেব পরিমাণ $v$ ও অপরটি $t$-এর সমান। এখন প্রশ্ন হল, $v$ যদি পরিবর্তনশীল হয় তাহলে কিভাবে লেখচিত্র হতে $s$-এর মান নির্ণয় করা যাবে?

$v$ এর পরিবর্তনের হার যদি অপরিবর্তিত থাকে অর্থাৎ ত্বরণ যদি ধ্রুবক হয়, তাহ'লে $v$-$t$ লেখচিত্র একটি সরলরেখা হবে। এখন ধরা যাক যে $v$ নিরবচ্ছিন্ন




চিত্র 1.7

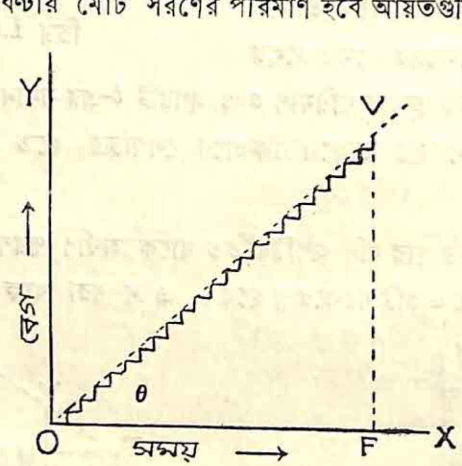
ভাবে না বৃদ্ধি পেয়ে ধাপে ধাপে বৃদ্ধি পাচ্ছে ( চিত্র 1.7 )। মনে করি, প্রথম

আধ ঘন্টায় $v=0$, তারপর হঠাৎ বৃদ্ধি পেয়ে দ্বিতীয় আধঘন্টায় $v=5$ মাঃ/ঘঃ থাকছে, তারপর আবার হঠাৎ বৃদ্ধি পেয়ে তৃতীয় আধঘন্টায় $v=10$ মাঃ/ঘঃ থাকছে, এভাবে আধঘন্টা বাদে বাদে ধাপে ধাপে $v$ বৃদ্ধি পেয়ে আধঘন্টা ধরে একইভাবে থাকছে। লেখচিত্রটি সরলরেখা OV না হয়ে OAKLMNPQRSTUV এরূপ হচ্ছে। এক্ষেত্রে

প্রথম আধঘন্টায় সরণ $=0$, এবং আগের মত

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| দ্বিতীয় | „ | „ | = আয়ত | AKLB | এর | ক্ষেত্রফল |
| তৃতীয় | „ | „ | = „ | BMNC | „ | „ |
| চতুর্থ | „ | „ | = „ | CPQD | „ | „ |
| পঞ্চম | „ | „ | = „ | DRSE | „ | „ |
| ষষ্ঠ | „ | „ | = „ | ETUF | „ | „ |

অর্থাৎ $t=3$ ঘন্টায় মোট সরণের পরিমাণ হবে আয়তগুলির মিশ্রিত ক্ষেত্রফল




চিত্র 1.8

এবং এই ক্ষেত্রফল ত্রিভুজ OVF-এর ক্ষেত্রফলের চেয়ে কিছু কম হবে। এখন প্রতি আধঘন্টা অন্তর ধাপে ধাপে বৃদ্ধি না পেয়ে যদি মনে করা যায় প্রতি 15 মিনিট অন্তর বৃদ্ধি পাচ্ছে, তাহলে AKLB ইত্যাদি আয়তের সংখ্যা 5টি না হ'য়ে 11টি হবে। এক্ষেত্রে OAKLMN……রেখা OV সরলরেখার আরও কাছাকাছি হবে এবং $t=3$ ঘন্টায় মোট সরণের পরিমাণ হিসাব করিলে আয়তগুলির মিলিত ক্ষেত্রফল ও ত্রিভুজ OVF এর ক্ষেত্রফলের পার্থক্য আরও কম হবে ( চিত্র 1.8 )। এভাবে যদি ধাপের সংখ্যা বৃদ্ধি ক'রে অসংখ্য করে দেওয়া যায় তাহলে মোট সরণের পরিমাণ ত্রিভুজ OVF এর ক্ষেত্রফলের ঠিক সমান হয়ে যাবে এবং বেগবৃদ্ধিও তখন নিরবচ্ছিন্ন হয়ে

দাঁড়াবে। সুতরাং $v$ যদি পরিবর্তনশীল হয় এবং নিরবচ্ছিন্নভাবে যদি বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে, তাহলে সরণ, $s$ = ত্রিভুজ OVF এর ক্ষেত্রফল

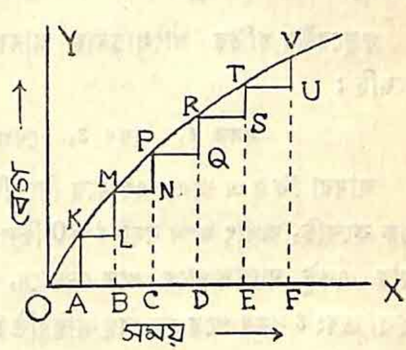
$$= \tfrac{1}{2}.\text{OF}.\text{FV}$$

$$= \tfrac{1}{2}.\left(\frac{\text{FV}}{\text{OF}}.\text{OF}\right).\text{OF}$$

$$= \tfrac{1}{2}.\tan\theta.\text{OF}^2$$

$$= \tfrac{1}{2}ft^2 \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (2)$$

উপরের যুক্তি অনুসরণ ক'রে আমরা দেখতে পাই যে, $v$-$t$ লেখচিত্রটি যদি একটি সরলরেখা না হ'য়ে বক্ররেখা হয় (চিত্র 1.9) অর্থাৎ ত্বরণ যদি স্থির না থেকে পরিবর্তনশীল হয়, তাহলেও কিন্তু সরণের পরিমাণ সেই বক্ররেখাটি এবং X-অক্ষের মধ্যকার ক্ষেত্রফলের সমান হবে।




চিত্র 1.9

## 1.4. ভরবেগ (Momentum).

ভর ও বেগের গুণফলকে ভরবেগ বলে। যদি কোন বস্তুর ভর $m$ ও বেগ $v$ হয়, তাহলে ঐ বস্তুটির ভরবেগ $v \times m$ হবে। এটি একটি তাৎপর্যপূর্ণ প্রাকৃতিক রাশি। যখন কোন চলন্ত বস্তু এসে আমাদের ধাক্কা দেয় তখন এই রাশিটির প্রভাব কিছুটা অনুভব করতে পারি। কেননা ধাক্কার জোর দুটি জিনিসের ওপর নির্ভর করে। বস্তুটা যত বেশী ভারী হয়, ধাক্কা তত জোরে লাগে। আবার বস্তুটি যত বেশী বেগের সঙ্গে আসে ততই ধাক্কা বেশী লাগে। ভর যদি অর্ধেক ক'রে দেওয়া হয় কিন্তু বেগ যদি দ্বিগুণ করা হয় তা'হলে ধাক্কা ঠিক একই জোরে লাগবে। সুতরাং বোঝা যাচ্ছে যে ধাক্কাটা ভর ও বেগ এই দুই এর গুণফলের উপর নির্ভরশীল। অর্থাৎ এক্ষেত্রে আমরা ভরবেগের প্রভাব উপলব্ধি করি।

## 1.5. ঋজুগতি সম্পর্কিত সমীকরণ (Kinemetical equations).

পদার্থ-বিজ্ঞানের উদ্দেশ্যই হচ্ছে বিভিন্ন পরিমাপযোগ্য প্রাকৃতিক রাশির মধ্যেকার সম্বন্ধগুলি আবিষ্কার করা যাতে কয়েকটি জ্ঞাতরাশির পরিমাণের থেকে কোন অজ্ঞাত রাশির পরিমাণ গণনা করা যায়। এরূপ করার জন্য প্রথমেই বিভিন্ন রাশির

পরিমাণগুলিকে এক একটি বীজগণিতীয় অক্ষর দ্বারা নির্দেশ ক'রে তাদের মধ্যে সমীকরণ-স্থাপিত করতে হয়। উদাহরণস্বরূপ, সমীকরণ 1-এর মধ্যে $v$ বেগ, $s$ সরণ বা দূরত্ব ও $t$ সময় এই কটি রাশি রয়েছে, এবং $v$, $s$ ও $t$-র মধ্যে একটি সমীকরণ স্থাপিত করা হয়েছে যথা $v=\frac{s}{t}$ বা $s=vt$.

সেই ভাবেই সমীকরণ 2-এর মধ্যেও $s$, $t$ ও ত্বরণ $f$-এর মধ্যে একটি সমীকরণ রয়েছে, যথা $s=\frac{1}{2}ft^2$.

ঋজুরেখীয় গতির আলোচনায় আমরা নিম্নলিখিত রাশিগুলির সঙ্গে পরিচিত হয়েছি :

সময় $t$, সরণ $s$, বেগ $v$, ত্বরণ $f$

আমরা কিন্তু এ যাবৎ এই ধরে নিয়েছি যে যখন থেকে আমরা বস্তুর গতির গণনা শুরু করেছি, অর্থাৎ যখন সময় $t=0$ ছিল, তখন বেগ-ও শূন্য ছিল। এবার আমরা আর একটু ব্যাপকভাবে ধরে নেব যে, সে সময়েও বস্তুটির একটি প্রারম্ভিক বেগ $u$ ছিল, এবং $t$ সময় পরে সে বেগ পরিবর্তিত হয়ে দাঁড়িয়েছে $v$. অর্থাৎ $t$ সময়ের মধ্যে বেগের পরিবর্তন $=v-u$.

আমরা এও ধরে নিচ্ছি যে বেগ পরিবর্তনশীল হলেও ত্বরণ স্থির থাকছে। অর্থাৎ $f$ একটি ধ্রুবক।

তাহলে, ত্বরণ $f=\frac{v-u}{t}$

$$\therefore\ ft=v-u \qquad \therefore\ \boldsymbol{v=u+ft} \qquad \cdots \qquad \cdots \quad (3)$$

আলোচ্য গতিতে বেগ সমান হারে বৃদ্ধি পেয়ে $u$ থেকে $v$তে দাঁড়িয়েছে। যেহেতু বেগ বৃদ্ধির ( বা হ্রাসের ) হার স্থির, আমরা এরকমও বলতে পারি যে বস্তুটির সরণ ততটাই হবে যতটা হত যদি বস্তুটি সমানেই $t$ সময় ধরে $v$ ও $u$-এর গড় বেগে অর্থাৎ যদি সে $\frac{v+u}{2}$ এই স্থির বেগ নিয়ে চলত।

কিন্তু, সরণ = সময় × স্থির বেগ

সুতরাং এক্ষেত্রে সরণ, $s=t\times\frac{v+u}{2}$

$$=\frac{t}{2}(v+u)$$

সমীকরণ (3)-এর সাহায্যে, $s=\frac{t}{2}\{(u+ft)+u\}=\frac{t}{2}(2u+ft)$

$$\therefore \quad s=ut+\tfrac{1}{2}ft^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

সমীকরণ (3) থেকে, $ft=v-u$

$$\therefore \quad t=\frac{v-u}{f}$$

এখন সমীকরণ (4)-এ $t$-র এই মান বসালে

$$s=\frac{u(v-u)}{f}+\tfrac{1}{2}f\left(\frac{v-u}{f}\right)^2$$

$$\therefore \quad s=\frac{u(v-u)}{f}+\frac{(v-u)^2}{2f}$$

বা $2fs=2uv-2u^2+v^2+u^2-2vu=v^2-u^2$

$$\therefore \quad v^2=u^2+2fs \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5)$$

সমীকরণ (3), (4) ও (5) তিনটিকে ঋজুগতির সমীকরণ বলে। এগুলির সাহায্যে যে কোনো ঋজুগতির ক্ষেত্রে $u, v, s, t, f$-এর মধ্যে তিনটি রাশি জ্ঞাত হলেই আর দুটি অজ্ঞাত রাশি গণনা করা যায়।

(4) নং সমীকরণ হতে কোন একটি বস্তু মোট $t$ সময়ে কত দূরত্ব অতিক্রম করে তা নির্ণয় করা যায়। কিন্তু যদি প্রশ্ন করা যায় যে বস্তুটি তৃতীয় সেকেণ্ডে বা চতুর্থ সেকেণ্ডে বা সাধারণভাবে $t$-তম সেকেণ্ডে কত দূর যাবে, তাহ'লে এই সমীকরণ হতে সরাসরি তার উত্তর পাওয়া যাবে না। বস্তুটি $t$ সেকেণ্ডে মোট কতটা যায় সেটা থেকে বস্তুটি $(t-1)$ সেকেণ্ডে মোট কতটা যায় তা বিয়োগ করলে, বস্তুটি $t$-তম সেকেণ্ডে কতটা দূরত্ব যায় সেটা পাওয়া যাবে।

4 নং সমীকরণ হতে,

$t$ সেকেণ্ডে বস্তুটির মোট সরণ, $s_1=ut+\tfrac{1}{2}ft^2$

$(t-1)$ " " " " $s_2=u(t-1)+\tfrac{1}{2}f(t-1)^2$

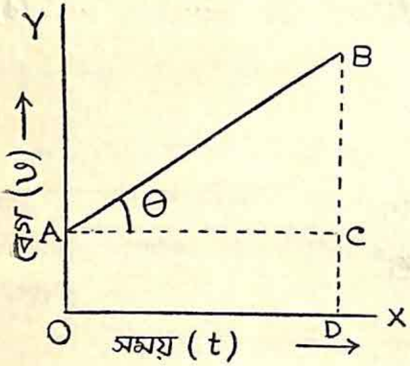
$\therefore$ $t$-তম সেকেণ্ডে সরণ, $s_t=s_1-s_2$

$$=ut+\tfrac{1}{2}ft^2-ut+u-\tfrac{1}{2}ft^2+ft-\tfrac{1}{2}f$$

$$=u+\tfrac{1}{2}f(2t-1) \quad \cdots \quad \cdots \quad (6)$$

**বিকল্প প্রমাণ ঃ**

সমীকরণ (3) ও (4) দুইটিকে লেখচিত্রের সাহায্যেও প্রমাণিত করা যায়।




চিত্র 1.10

পাশের $(v, t)$ লেখচিত্রটিতে (চিত্র 1.10) দেখা যাচ্ছে যে যখন $t=0$, তখন প্রারম্ভিক বেগ, $u = \text{OA}$

$$f = \tan\theta = \frac{\text{BC}}{\text{AC}}$$

চূড়ান্ত বেগ, $v = \text{BD}$

$$\therefore\quad v = \text{BD} = \text{CD} + \text{BC}$$

$$= u + \tan\theta.\text{OD}$$

$$= u + ft \qquad \cdots \quad (3)$$

আবার, সরণ $s = \text{AODB}$-র ক্ষেত্রফল

$$= \text{OD} \times \left(\frac{\text{AO} + \text{DB}}{2}\right),$$ যেহেতু OABD একটি ট্রাপিজিয়াম।

$$= t \times \frac{u+v}{2} = \frac{ut+vt}{2}$$

$$= \frac{ut + (u+ft)t}{2} = ut + \tfrac{1}{2}ft^2 \qquad \cdots \qquad \cdots \quad (4)$$

**গাণিতিক উদাহরণ—**

1. কোন বস্তু স্থির অবস্থা হতে সমত্বরণে যাত্রা ক'রে 10 সেকেণ্ড পরে 40 সেমি./সে. বেগ অর্জন করে। বস্তুটি (*a*) 8 সেকেণ্ডে ও (*b*) 8-তম সেকেণ্ডে কতটা পথ অতিক্রম করেছিল? [Starting from rest a body moving with an uniform acceleration attains a velocity 40 cm./sec. in 10 secs. Find the distance travelled by the body in (*a*) 8 seconds and (*b*) 8th second].

এক্ষেত্রে, $u=0$, $v=40$ cm./sec., $t=10$ sec., $f=?$

আমরা জানি, $v = u + ft$

বা, $40 = 0 + f \times 10 \qquad \therefore\ f = 4$ cm./sec.$^2$

এখন, (*a*) $u=0$, $f=4$ cm./sec$^2$, $t=8$ sec, $s=?$

আমরা জানি, $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$

$$= 0 + \tfrac{1}{2} \times 4 \times 64 = 128 \text{ cm.}$$

এবং (b) $u=0,\ f=4$ cm./sec$^2$, $t=8$ sec., $s_t=?$

আমরা জানি, $s_t=u+\frac{1}{2}f(2t-1)$

$$=0+\tfrac{1}{2}\times 4(16-1)=30 \text{ cm.}$$

2. একটি মোটর গাড়ি ঘন্টায় 30 মাইল বেগে যেতে যেতে হঠাৎ ব্রেক কষার ফলে 132 ফুট গিয়ে থেমে গেল। (a) গাড়িটি কতক্ষণ পরে থামবে এবং (b) ব্রেক কষার 3 সেকেণ্ড পরে বেগ কত ছিল? [An automobile moving with a steady velocity of 30 m.p.h. stops at a distance of 132 ft. after application of the brakes. Calculate (a) the time after which it will stop and (b) the velocity of the automobile 3 seconds after the application of brakes].

এক্ষেত্রে, $u=30 \text{ m.p.h.}=\dfrac{30\times 1760\times 3}{60\times 60}=44$ ft./sec.

$v=0,\quad s=132$ ft., $f=\frac{22}{3}$ ft./sec.$^2$, $f=?$

আমরা জানি, $v^2=u^2+2fs$

বা, $0=44\times 44+2f\times 132$

$$\therefore\ f=-\frac{44\times 44}{2\times 132}=-\tfrac{22}{3} \text{ ft./sec.}^2$$

এখন, (a) $u=44$ ft./sec., $v=0,\quad t=?$

আমরা জানি, $v=u+ft$ বা, $0=44-\frac{22}{3}.t$

$$\therefore\ t=\frac{44\times 3}{22}=6 \text{ secs.}$$

এবং (b) $u=44$ ft/sec., $t=3$ sec., $f=\frac{22}{3}$ ft./sec.$^2$, $v=?$

$$v=u+ft=44-\tfrac{22}{3}\times 3=44-22=22 \text{ ft./sec.}$$

## 1.6. স্কেলার ও ভেক্টর রাশি (Scalars and Vectors).

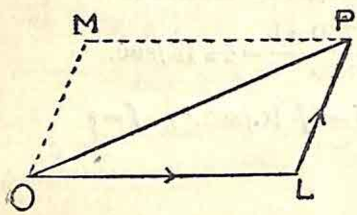
যে সমস্ত প্রাকৃতিক রাশিগুলিকে পদার্থ-বিজ্ঞানে অধ্যয়ন করা হয় তাদের মধ্যে অনেকগুলি এমন আছে যাদের পরিমাণকে কেবলমাত্র একটি সংখ্যা দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়। যথা, কোনো জিনিসের ভর কতো তা বোঝাতে গেলে আমরা শুধু বলি 5 কেজি. বা 15 সের ইত্যাদি। এই ধরনের রাশিগুলিকে **স্কেলার** (scalar) রাশি বলে।

কিন্তু কোনো নির্দিষ্ট স্থান থেকে কোনো একটি বস্তুর দূরত্ব যদি আমরা বোঝাতে চাই তাহলে শুধু 5 মিটার বা 10 মাইল ইত্যাদি বললে যথেষ্ট হয় না। বস্তুটি

ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে ঠিক কোন দিকে অবস্থিত একথাও বলতে হয়। অর্থাৎ দূরত্বের সঠিক মাত্রা নিরূপিত করবার জন্য একটি সংখ্যা ( যথা কত মিটার বা কত ফুট ইত্যাদি ) ও সেই সঙ্গেই একটি দিক—এই ছুটি জিনিসই প্রয়োজনীয়।

তেমনি সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদির মাত্রা বোঝাতে গেলে-ও তা'র পরিমাণ ও দিক—এই ছুটোই জানতে হয়। এই ধরনের রাশিগুলিকে **ভেক্টর** (vector) রাশি বলে।

একটি জ্যামিতিক সরলরেখার বেলায়ও এই ছুইটি মাত্রা আছে—তার দৈর্ঘ্য এবং দিক। সুতরাং যে কোনো ভেক্টর রাশিকে একটি সরলরেখা দ্বারা নিরূপিত করা চলে।




চিত্র 1.11

এখন ধরা যাক যে, কোনো বস্তু একটি বিন্দু O থেকে স'রে বিন্দু L-এ উপস্থিত হল ( চিত্র 1.11 )। সুতরাং তার সরণ হ'ল OL। এর পরে আবার বস্তুটি L থেকে স'রে অপর এক বিন্দু Pতে চলে গেল। এবারে তার সরণ হচ্ছে LP.

কিন্তু উপরের চিত্র থেকে সহজেই বোঝা যাচ্ছে যে প্রারম্ভিক বিন্দু O থেকে শেষ বিন্দু P পর্যন্ত বস্তুটির মোট সরণ হচ্ছে OP.

এর থেকে আমরা এই সিদ্ধান্তে পোঁছাতে পারি যে ছুটি ভিন্ন ভিন্ন সরণ OL ও LP যোগ. করলে তার পরিমাণ দাঁড়ায় আর একটি সরণ OP. সরণ OP-টিকে এখানে লব্ধি (Resultant) সরণ বলা হয়। এটি লক্ষণীয় যে বস্তুটি যদি প্রথমে O থেকে L বিন্দুতে না গিয়ে M বিন্দুতে যায়, যাতে ক'রে সরণ OM-এর দিক ও দৈর্ঘ্য সরণ LP-র সমান হয়, এবং তার পরে M থেকে সরণ OL-এর সমান পরিমাণ ও দিকে সরে যায়, তাহলে সে ঠিক বিন্দু P-তেই পৌঁছে যাবে। কারণ OLPM একটি সামান্তরিক। সুতরাং OL ও MP রেখা ছুটির দৈর্ঘ্য ও দিক অভিন্ন। এর থেকে বোঝা যাচ্ছে যে A ও B যদি ছুটি সরণ হয়, তাহলে তাদের যে ভাবেই যোগ করা হোক, যোগফল একই হবে। অর্থাৎ $A+B=B+A$.

যেহেতু সরণ একটি ভেক্টর রাশি, এবং যে কোনো ভেক্টরকেই একটি সরলরেখার দ্বারা দেখানো যায়, সুতরাং ছুটি সরণের যোগ সম্বন্ধে উপরোক্ত আলোচনাটি ব্যাপকভাবে সব ভেক্টরের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।

সচরাচর একটি ভেক্টর রাশি P-কে $\vec{P}$ বা $\bar{P}$ এইভাবে লেখা হয়।

সংক্ষেপে আমরা ভেক্টরদের বৈশিষ্ট্যগুলিকে নিম্নরূপে লিখতে পারি —

1. ভেক্টর রাশির পরিমাণ ও দিক থাকে।

2. দুটি ভেক্টর রাশির যোগফলে আর একটি ভেক্টর রাশি হয়।

3. $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ যদি দুটি ভেক্টর হয় তো $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}=\vec{C}$ এখানে, ভেক্টর $\vec{C}$-কে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$-র লব্ধি বা যোগফল বলে।

4. $\vec{P}$ যদি একটি ভেক্টর হয় তো তার বিপরীত দিকে এমন একটি ভেক্টর $\overleftarrow{P}$ অবশ্য থাকবে যাতে উভয়ের লব্ধি শূন্য হয়।

অর্থাৎ $\vec{P}+\overleftarrow{P}=0.$

একটু চিন্তা করলেই উপরোক্ত মন্তব্যটির অর্থ পরিষ্কার হয়। কোনো বস্তু যদি বিন্দু A থেকে Bতে স'রে যায় তাহলে তার সরণ হয় ভেক্টর $\vec{AB}$. এখন সে যদি পুনর্বার B থেকে Aতে ফিরে আসে তাহলে এবারে তার সরণ হবে ভেক্টর $\vec{BA}$ বা $\overleftarrow{AB}$ অর্থাৎ এই ভেক্টরের দৈর্ঘ্য $\vec{AB}$-র সমান, কিন্তু এর দিক বা অভিমুখ তার বিপরীত অর্থাৎ বিন্দু B থেকে বিন্দু A. কিন্তু যেহেতু বস্তুটি পূর্বস্থানেই ফিরে এল, তার লব্ধি বা মোট সরণ হল শূন্য।

সুতরাং $\vec{AB}+\vec{BA}=0$ বা $\vec{AB}+\overleftarrow{AB}=0.$

5. একটি ভেক্টরকে যদি একটি স্কেলার রাশি দ্বারা গুণ করা হয় তো ফল হবে অপর একটি ভেক্টর রাশি। লব্ধ ভেক্টরের দিক বা অভিমুখ অপরিবর্তিত থাকবে কিন্তু তার পরিমাণ হবে পূর্বতন পরিমাণ ও স্কেলারের পরিমাণের গুণফলের সমান।

ধরা যাক, সরলরেখা AB ( যার দৈর্ঘ্য 5 ইঞ্চি )-কে একটি স্কেলার সংখ্যা 4 দ্বারা গুণ করা হল। এর ফল হবে আর একটি সরলরেখা যার দৈর্ঘ্য হবে $5\times4=20$ ইঞ্চি এবং যার দিক বা অভিমুখ AB-র থেকে অভিন্ন।

## 1.7. ভেক্টরের সংযোজন ও বিভাজন (Composition and Resolution of Vectors)

যে ভাবে আমরা দুটি সরণের যোগফল বের করেছি ঠিক সেই ভাবেই যে কোনো দুটি ভেক্টরের যোগফল বা লব্ধি পাওয়া যেতে পারে। আগের ছবিটিতে আমরা দেখি যে ভেক্টর $\vec{OP}$ হচ্ছে $\vec{OL}$ এবং $\vec{LP}$-র যোগফল। আবার $\vec{OM}$ হচ্ছে $\vec{LP}$-র সমান।

$\therefore\ \vec{OP}=\vec{OL}+\vec{LP}$ এবং $\vec{OP}=\vec{OL}+\vec{OM}.$

এই দুটি সমীকরণ থেকে আমরা ভেক্টর যোগের নিম্নরূপ দুটি নিয়ম প্রাপ্ত হই :

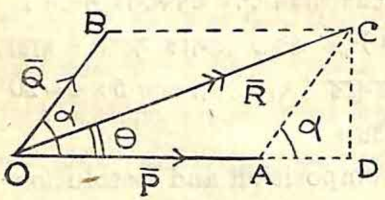
**(১) একটি ত্রিভুজ OLPতে যদি ভুজ OL ও LP দুটি ভেক্টরের প্রতিনিধিত্ব করে, তাহ'লে ভুজ OP তাদের যোগফলের প্রতিনিধিত্ব করবে।**

**(২) একটি সামান্তরিক OLPM-এ দুটি সন্নিহিত ভুজ OL ও OM যদি দুটি ভেক্টরের প্রতিনিধিত্ব করে, তাহ'লে তাদের মধ্যবর্তী কর্ণ OP তাদের যোগফল বা লব্ধির ভেক্টরের সমান হবে।**

এই দুটি নিয়মকে যথাক্রমে ভেক্টরের **ত্রিভুজ নিয়ম** (Triangle Law) ও **সামান্তরিক নিয়ম** (Parallelogram Law) বলে।

ভেক্টর সংযোজনের বিপরীত প্রক্রিয়াটি হ'ল ভেক্টরের বিভাজন। উপরের চিত্রে সামান্তরিকের কর্ণ ভেক্টর $\vec{OP}$ টিকে আমরা দুটি ভেক্টর $\vec{OL}$ ও $\vec{OM}$-এ ভাগ করতে পারি। এভাবে যে কোন ভেক্টরকে যে কোন দুটি নির্দিষ্ট দিকে বা অভিমুখে দুটি ভেক্টরে বিভাজিত করা যায়। এই দুটি বিভাজিত ভেক্টরকে মূল ভেক্টরের **উপাংশ** (component) বলে।

এভাবে সামান্তরিক নিয়মের সাহায্যে জ্যামিতিক উপায়ে যে কোন দুটি ভেক্টরকে যোগ করা যায়। প্রদত্ত ভেক্টর দুটিকে প্রথমে দুটি সন্নিহিত রেখার সাহায্যে প্রকাশ করতে হবে। তারপর ঐ রেখা দুটিকে একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত ভুজ ধরে নিয়ে সম্পূর্ণ সামান্তরিকটিকে অঙ্কন করতে হবে। এখন মধ্যবর্তী কর্ণটিকে অঙ্কন করলে সেটি-ই ভেক্টরের যোগফল নির্দেশ করবে।




চিত্র 1.12

ছবিতে ( চিত্র 1.12 ) OA ও OB রেখা দুটি যথাক্রমে ভেক্টর $\overline{P}$ ও $\overline{Q}$ নির্দেশ করছে এবং ভেক্টর দুটির মধ্যবর্তী কোণ হ'ল $\alpha$. এখন সম্পূর্ণ সামান্তরিক OACB অঙ্কন করলে, সামান্তরিকের নিয়ম অনুসারে কর্ণ OC, ভেক্টর দুটির যোগফল বা লব্ধ ভেক্টর $\overline{R}$ নির্দেশ করবে।

ভেক্টরীয় উপায়ে লেখা যায়, $\overline{R} = \overline{P} + \overline{Q}$.

জ্যামিতিক উপায়ে $\overline{R}$-এর মান ও দিশা নির্ণয় করতে হ'লে, OA কে বর্ধিত ক'রে C হতে CD লম্ব টানা হ'ল।

এখন, $\angle CAD = \angle BOA = \alpha$

CAD ত্রিভুজে, $\sin\alpha = \dfrac{CD}{CA}$

$\therefore\ CD = CA\sin\alpha = Q\sin\alpha, \qquad \because\ AC = OB$

আবার, $\cos\alpha = \dfrac{AD}{CA}\ \therefore\ AD = CA\cos\alpha = Q\cos\alpha$

এখন, COD ত্রিভুজে,
$$\begin{aligned} OC^2 &= OD^2 + CD^2 \\ &= (OA + AD)^2 + CD^2 \\ &= (P + Q\cos\alpha)^2 + (Q\sin\alpha)^2 \\ &= P^2 + 2PQ\cos\alpha + Q^2\cos^2\alpha + Q^2\sin^2\alpha \\ &= P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha, \end{aligned}$$

$\because\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

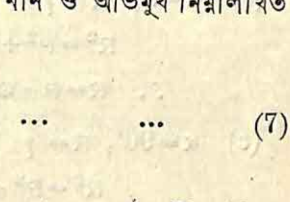
আবার, $\tan\theta = \tan\angle COD = \dfrac{CD}{OD} = \dfrac{CD}{OA + AD} = \dfrac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$

$\theta$ হ'ল ভেক্টর $\overline{P}$ ও লব্ধি ভেক্টর $\overline{R}$-এর মধ্যবর্তী কোণ।

সুতরাং $\overline{P}$ ও $\overline{Q}$ ভেক্টরের লব্ধি ভেক্টর $\overline{R}$ এর মান ও অভিমুখ নিম্নলিখিত সমীকরণ দুটি হ'তে পাওয়া যায়

$$\left.\begin{aligned} R^2 &= P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha \\ \tan\theta &= \frac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha} \end{aligned}\right\} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (7)$$

অপরপক্ষে, ভেক্টর $\overline{R}$ কে $\theta$ ও $\phi$ কোণ ক'রে যথাক্রমে ভেক্টর $\overline{P}$ ও $\overline{Q}$-তে বিভাজিত করলে, উপাংশ দুটির মান ত্রিভুজ OAC হতে (চিত্র 1.13), নিম্নরূপে নির্ণয় করা যায়।



চিত্র 1.13

$$\frac{OA}{\sin\angle OCA} = \frac{AC}{\sin\angle COA} = \frac{OC}{\sin\angle CAO}$$

বা $$\frac{P}{\sin\phi} = \frac{Q}{\sin\theta} = \frac{R}{\sin\{\pi - (\theta + \phi)\}}$$

$$= \frac{R}{\sin(\theta + \phi)}$$

$$\therefore\ \left.\begin{aligned} P &= R\frac{\sin\phi}{\sin(\theta + \phi)} \\ Q &= R\frac{\sin\theta}{\sin(\theta + \phi)} \end{aligned}\right\} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (8)$$

**গাণিতিক উদাহরণ—**

8 ফুট প্রতি সেকেণ্ডে বেগে কোন একব্যক্তি নদীর উপর সাঁতার কাটছে। স্রোতের বেগ 6 ফুট প্রতি সেকেণ্ডে হ'লে ব্যক্তিটি (*a*) স্রোতের অনুকূলে (*b*) স্রোতের প্রতিকূলে (*c*) স্রোতের সহিত লম্বভাবে এবং (*d*) স্রোতের সহিত 120° কোণ ক'রে, সাঁতার কাটলে প্রতিক্ষেত্রে লব্ধি বেগ কত হবে? [A man is swimming on a river with a velocity 8 ft./sec. If the velocity of the stream be 6 ft./sec., find the resultant velocity when he swims (*a*) along the stream, (*b*) against the stream, (*c*) at right angles to the stream and (*d*) at an angle 120° with the stream].

এক্ষেত্রে, $P=8$ ft./sec., $Q=6$ ft./sec.

(*a*) $\alpha=0$, $R=?$

আমরা জানি, $R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos 0^\circ=P^2+Q^2+2PQ=(P+Q)^2$

$$\therefore\ R=P+Q=8+6=14 \text{ ft./sec.}$$

(*b*) $\alpha=\pi$, $R=?$

$$R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos\pi=P^2+Q^2-2PQ=(P-Q)^2$$

$$\therefore\ R=P-Q=8-6=2 \text{ ft./sec.}$$

(*c*) $\alpha=90^\circ$, $R=?$

$$R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos 90^\circ=P^2+Q^2$$

$$\therefore\ R^2=8^2+6^2=64+36=100=10^2$$

$$\therefore\ R=10 \text{ ft./sec.}$$

(*d*) $\alpha=120^\circ$, $R=?$

$$R^2=P^2+Q^2+2PQ\cos 120^\circ=P^2+Q^2-2PQ\times\tfrac{1}{2}$$

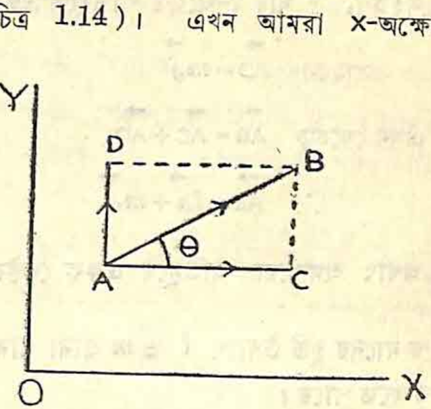
$$=64+36-48=52$$

$$\therefore\ R=\sqrt{52}=7{\cdot}2 \text{ ft./sec. (approx.)}$$

**1.8. স্থানাঙ্কের দ্বারা ভেক্টরের নির্দেশ** ( Representation of vectors by Co-ordinates ).

যেহেতু যে কোনো ভেক্টর রাশিকে একটি সরলরেখা দ্বারা দেখানো যায়, সুতরাং জ্যামিতিক স্থানাংকের দ্বারা ভেক্টরকে নির্দেশ করা সম্ভব।

ধরা যাক $\overrightarrow{AB}$ একটি ভেক্টর (চিত্র 1.14)। এখন আমরা X-অক্ষের সমান্তরাল একটি রেখা AC ও Y-অক্ষের সমান্তরাল AD টেনে আয়তক্ষেত্র ACBD কে সম্পূর্ণ করতে পারি। এই আয়তক্ষেত্রে দেখা যাচ্ছে যে ভেক্টর $\overrightarrow{AB}$, দুটি ভেক্টর $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{AD}$-র লব্ধি ভেক্টর। এর মধ্যে $\overrightarrow{AC}$-র অভিমুখ X-অক্ষের দিকে এবং $\overrightarrow{AD}$-র Y-অক্ষের দিকে। এখানে $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{AD}$ ভেক্টর দুটি $\overrightarrow{AB}$ র উপাংশ।



চিত্র 1.14

ভেক্টর $\overrightarrow{AB}$-র দৈর্ঘ্য যদি AB হয় তাহ'লে $\overrightarrow{AC}$ ও $\overrightarrow{AD}$-র দৈর্ঘ্য হবে

$$AC = AB \cos\theta$$

এবং $$AD = AB \sin\theta$$

AC-র দৈর্ঘ্য বা মানকে $l$ ও AD-র মানকে $m$ দ্বারা সূচিত করা হয়। $\overrightarrow{AB}$ ও X-অক্ষের মধ্যকার কোণ যদি $\theta$ হয় তা'হলে

$$\tan\theta = \frac{m}{l}$$

অতএব যে কেনো ভেক্টরের X-অক্ষের অভিমুখে ও Y অক্ষের অভিমুখে দুটি উপাংশের মান যদি জ্ঞাত হয় তা'হলে আমরা সহজেই ভেক্টরটির মান ও অভিমুখ জানতে পারি।

সাধারণতঃ আমরা $\vec{i}$ দ্বারা এমন একটি ভেক্টরকে বোঝাই যার অভিমুখ X-অক্ষের দিকে এবং তার মান বা দৈর্ঘ্য একক।

এ অবস্থায় আমরা যদি $\vec{i}$ কে স্কেলার $l$ এর দ্বারা গুণ করি তাহলে আমরা এমন একটি ভেক্টর পাবো যার অভিমুখ X-অক্ষের দিকে এবং যার মান $i \times l = l$ এবং এটাই হচ্ছে ভেক্টর $\overrightarrow{AC}$। অর্থাৎ $\overrightarrow{AC} = l.\vec{i}$

সেইরূপ, $\vec{j}$ যদি Y-অক্ষের অভিমুখে এরূপ একক ভেক্টর হয়,

তাহলে $\vec{AD} = m.\vec{j}$

এখন যেহেতু $\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{AD}$

$\therefore \vec{AB} = l.\vec{i} + m.\vec{j}$

অর্থাৎ অক্ষদ্বয়ের অভিমুখে একক ভেক্টর $\vec{i}$ ও $\vec{j}$ জানা থাকলে এবং ভেক্টর $\vec{AB}$-র মানের দুটি উপাংশ $l$ ও $m$ জানা থাকলে উপরোক্ত সূত্রের দ্বারা ভেক্টর $\vec{AB}$ জ্ঞাত হতে পারে।

দ্রষ্টব্য : কোনো একটি সমতল পৃষ্ঠে মাত্র X ও Y এই দুটি অক্ষ থাকে। কিন্তু ত্রিমাত্রিকদেশে ( three dimensional space ) এদের অভিলম্বে আর একটি অক্ষ $z$ নিতে হয়। সুতরাং সেখানে একক ভেক্টর-ও তিনটি, $\vec{i}$ $\vec{j}$ ও $\vec{k}$ নিতে হবে এবং তিনটি অক্ষ বরাবর AB-র মানের উপাংশ যথাক্রমে $l$, $m$ এবং $n$ দ্বারা সূচিত হ'লে, ভেক্টর $\vec{AB} = l.\vec{i} + m.\vec{j} + n.\vec{k}$

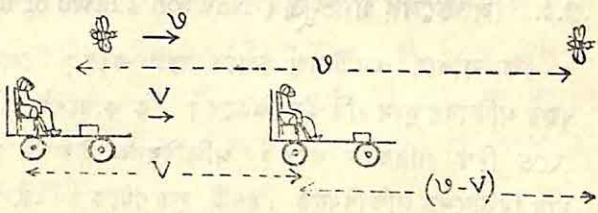
**1.9. আপেক্ষিক বেগ ও ত্বরণ** ( Relative Velocity & Acceleration ).

আমরা পূর্বে আলোচনা করেছি যে গতি বা স্থিতি কথাগুলি কোনো বিশেষ নির্দেশতন্ত্র সাপেক্ষে অর্থযুক্ত হয়। যেমন একটি চলন্ত রেলগাড়ির মধ্যে যদি একটি মাছি স্থির হয়ে থাকে তার অর্থ এই দাঁড়ায় যে রেলগাড়িকে নির্দেশতন্ত্র হিসাবে নিলে তার সাপেক্ষে মাছির বেগ শূন্য। কিন্তু রেলের বাইরের মাটি গাছপালাকে যদি নির্দেশতন্ত্র নেওয়া হয় তাহ'লে তাদের সাপেক্ষে রেলগাড়ি এক সেকেণ্ডে যদি $V$ দূরত্ব অতিক্রম করে তাহ'লে তার সঙ্গেই মাছিটিও প্রতি সেকেণ্ডে $V$ দূরত্ব অতিক্রম করছে। অতএব এই নির্দেশতন্ত্র সাপেক্ষে মাছির বেগ $V$.

এখন ধরা যাক যে রেলের কামরার মধ্যে মাছিটা স্থির না থেকে রেলের গতির অভিমুখেই সে উড়ছে ( চিত্র 1.15 )। বাইরের একজন পর্যবেক্ষক দেখছে যে মাটির ও গাছপালার সাপেক্ষে তার বেগ $v$. তাহলে রেলের কামরার নির্দেশতন্ত্রে তার বেগ কত হবে ? অর্থাৎ পর্যবেক্ষক যদি কামরার মধ্যে বসে থাকে তাহলে তা'র কাছে মাছিটার বেগ কত মনে হবে ? আগেই বলা হয়েছে যে রেলের বাইরের নির্দেশতন্ত্র অনুসারে রেলের বেগ $V$ অর্থাৎ এক সেকেণ্ডে রেলের সরণ হচ্ছে $V$. এদিকে

এই সময়ের মধ্যেই এই নির্দেশতন্ত্রে মাছির সরণ দাঁড়াচ্ছে $v$। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, যে সময়ে মাছিটি $v$ দূরত্ব অতিক্রম করেছে, সেই সময়ের মধ্যেই রেলের কামরায় বসে থাকা পর্যবেক্ষক নিজেই $V$ দূরত্ব এগিয়ে গেছে। সুতরাং তার পক্ষে মাছিটি মাত্র $(v-V)$ দূরত্ব এগুতে পেরেছে।

সুতরাং রেলের কামরার পর্যবেক্ষকের নির্দেশতন্ত্র অনুসারে বা সাপেক্ষে মাছির বেগ $= v' = v - V$ এই বেগ $v'$ কে মাছির **আপেক্ষিক বেগ** (Relative Velocity) বলে।




চিত্র 1.15

ব্যাপকভাবে বলা যায় যে, যদি কোন নির্দেশতন্ত্রে একটি বস্তুর বেগ $v$ হয় এবং ঐ নির্দেশতন্ত্র সাপেক্ষে একই দিকে দ্বিতীয় একটি চলন্ত নির্দেশতন্ত্রের বেগ $V$ হয়, তাহ'লে এই দ্বিতীয় নির্দেশতন্ত্র সাপেক্ষে বস্তুটির আপেক্ষিক বেগ হবে,

$$v' = v - V$$

উপরোক্ত আলোচনায় $v$, $V$ ও $v'$ বেগগুলির অভিমুখ এক। কিন্তু মাছির গতির অভিমুখ যদি রেলের গতির অভিমুখ হতে ভিন্ন হয়, তাহ'লেও ভেক্টর সংযোজন পদ্ধতিতে আমরা উক্ত সূত্রটিকে নিম্নরূপে লিখতে পারি।

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$$

একই প্রকারে আমরা আপেক্ষিক ত্বরণও নির্ণয় করতে পারি। যদি কোন একটি নির্দেশতন্ত্রে একটি বস্তুর ত্বরণ $\vec{f}$ হয় এবং ঐ নির্দেশতন্ত্র সাপেক্ষে দ্বিতীয় একটি চলন্ত নির্দেশতন্ত্রের ত্বরণ $\vec{F}$ হয়, তাহ'লে এই দ্বিতীয় নির্দেশতন্ত্র সাপেক্ষে বস্তুটির আপেক্ষিক ত্বরণ হবে,

$$\vec{f}' = \vec{f} - \vec{F}$$

## দ্বিতীয় অধ্যায়

# নিউটনীয় গতিবিদ্যা ( Newtonian Machanics )

### 2.1. নিউটনের গতিসূত্র ( Newton's laws of motion ).

কি কারণে একটি বস্তু চলতে শুরু করে? চলমান বস্তু থামে কি কারণে? বস্তুর গতিবেগ হ্রাস বৃদ্ধি হয় কিরূপে? কি কারণেই বা চলমান বস্তু একদিকে যেতে যেতে দিক পরিবর্তন করে? গতিবিষয়ক ইত্যাদি যাবতীয় প্রশ্নের উত্তর পাওয়া যায় নিউটনের গতিবিষয়ক তিনটি সূত্র থেকে। এদের নিউটনের গতিসূত্র বলে। এই সূত্র তিনটি সমস্ত গতিবিদ্যায় মূল-স্বরূপ।

কেবলমাত্র অতি উচ্চ বেগসম্পন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে এই নিয়মগুলির কিছু ব্যতিক্রম লক্ষ্য করা যায়। বস্তুর বেগ আলোর গতিবেগের অর্থাৎ $3 \times 10^{10}$ cm./sec. এর যত কাছাকাছি হবে এই ব্যতিক্রম-ও তত বৃদ্ধি পাবে। এক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্রগুলি প্রয়োগ করলে সঠিক ফলাফল পাওয়া যাবে না। এই গতির বিষয়ে আলোচনা করতে হ'লে আমাদের অ-নিউটনীয় গতিবিদ্যার শরণাপন্ন হতে হবে।

### 2.2. বল ও গতি ( Force and Motion ).

আমরা সকলেই সর্বক্ষণ এটা অনুভব করি যে কোনো বস্তুকে নাড়াচাড়া করতে গেলে, অর্থাৎ কোনো স্থির বস্তুর মধ্যে গতি উৎপন্ন করতে হলে বা কোনো চলন্ত বস্তুকে থামাতে গেলেই কোনো না কোনো রকমে জোর খাটাতে হয়, বা বল প্রয়োগ করতে হয়। কিন্তু বলের সঙ্গে বেগের সঠিক সম্বন্ধটি যে কী সে ধারণা ব্রিটিশ বিজ্ঞানী নিউটনের পূর্বে কারোরই ছিল না। প্রাচীনকালে অনেকেই মনে করতেন যে, কোনো বস্তুকে স্থির বেগে চালাবার জন্য তার উপর সর্বক্ষণ বল প্রয়োগ করতে হয়। কিন্তু নিউটন সূক্ষ্ম চিন্তা ও যুক্তির দ্বারা এই সিদ্ধান্তে পৌঁছালেন যে, কোনো বল প্রয়োগ না করলেও বস্তুর বেগ অব্যাহত থাকতে পারে। অল্প চিন্তা করলেই এই ধারণাটির যাথার্থ্য উপলব্ধি করা যায়। ধরা যাক, একটি খেলনাগাড়িকে জোর দিয়ে ঠেলে দেওয়া হল। তাহলে দেখা যাবে যে তার বেগ ক্রমশ কমতে থাকে—আর শেষকালে সে থেমে যায়। এরকম হয় কেন? প্রথম কারণ হচ্ছে এই যে গাড়ির চাকা ঘোরবার সময় গাড়ির সঙ্গে তার ঘর্ষণ। ভালো বলবেয়ারিং ( Ball-bearing ) দিয়ে যদি এমন চাকা লাগানো হয় যে

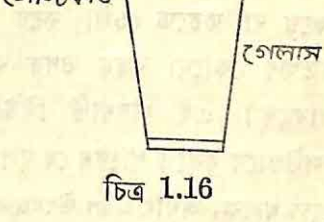
তার ঘর্ষণ কম, তাহলে গাড়ির বেগ কমতে অনেক বেশী সময় লাগবে, এবং সে অনেক দূর পর্যন্ত গড়িয়ে চলবে। দ্বিতীয় কারণ হচ্ছে চাকার সঙ্গে মাটির ঘর্ষণ। মেঝের উপর খুব ভালো পালিশ ক'রে মসৃণ ক'রে দিলে দেখা যাবে যে গাড়ি আরো অনেক বেশী দূর অবধি যাচ্ছে। তৃতীয়তঃ গাড়িটা যখন হাওয়ার মধ্য দিয়ে যায় তখন হাওয়ার সঙ্গে ঘর্ষণের ফলেও সে সহজে এগোতে পারে না। এই ভাবে সমস্ত চলন্ত জিনিসেরই গতি ঘর্ষণ ও হাওয়ার বাধার দ্বারা ব্যাহত হতে থাকে। সেইজন্যই তার প্রারম্ভিক বেগ ক্রমশঃ মন্দীভূত হ'য়ে আসে। এই সমস্ত বাধা যদি সম্পূর্ণরূপে দূর করা যেত তাহলে তার বেগ আদৌ কমতো না এবং সে সমানেই স্থির বেগে চলতে থাকত—এরূপ সিদ্ধান্ত যুক্তিযুক্ত মনে হয়। এই সিদ্ধান্তটিকে নিউটনের প্রথম গতি সূত্র বলে।

**নিউটনের প্রথম গতিসূত্র ঃ বাহির হ'তে কোন বল প্রয়োগ করা না হ'লে একটি স্থির বস্তু চিরকালই স্থির অবস্থাতেই থাকবে এবং একটি সচল বস্তু একই দিকে একই বেগে চিরকাল চলতে থাকবে।**

এই নিয়মটি জড়ের একটি মৌলিক বৈশিষ্ট্য সূচিত করে। সে বৈশিষ্ট্য হচ্ছে এই যে জড়বস্তু তা'র গতির বা স্থিতির অবস্থার পরিবর্তনকে প্রতিরোধ করে। এই গুণকে বলে **জাড্য** ( Inertia )। স্থির বস্তুর স্থির থাকার প্রবণতাকে **স্থিতি জাড্য** এবং চলমান বস্তুর তার গতিবেগের মান ও অভিমুখ অপরিবর্তিত রাখার প্রবণতাকে **গতি জাড্য** বলে।

**স্থিতি জাড্যের উদাহরণ ঃ**

পাশের ছবির ( চিত্র 1.16 ) মতো একটি গেলাসের উপর পোস্টকার্ড রেখে তার উপরে একটি সিকি বা আধুলি রাখো। এখন যদি হঠাৎ পোস্টকার্ডে একটু জোরে টোকা মেরে সরিয়ে দেওয়া হয়, তাহলে দেখবে যে আধুলিটা গেলাসের মধ্যে পড়ে যাবে। এর কারণ হচ্ছে এই যে আধুলির স্থিতি-জাড্যের ফলে পোস্টকার্ডটা হঠাৎ সরে গেলেও আধুলিটি পূর্বস্থানেই স্থির হয়ে থেকে যায় ও তার ফলে গেলাসের মধ্যে পড়ে যায়।



চিত্র 1.16

**গতি জাড্যের উদাহরণ ঃ**

কোনো গাড়ি যদি চলতে চলতে হঠাৎ থেমে যায় তাহলে আরোহীরা সামনের দিকে ঝুঁকে পড়ে। এর কারণ এই যে গাড়ি স্থির বেগে চলবার সময় আরোহীরাও সেই বেগে চলতে থাকে। এখন গাড়ি হঠাৎ থেমে গেলেও আরোহীরা গতির জাড্যের ফলে একই বেগে সামনের দিকে এগিয়ে চলতে চায়। কিন্তু বসবার সিট তখন স্থির হয়ে থেমে গেছে, সুতরাং আরোহীদের দেহের উপর ভাগ সামনে ঝুঁকে পড়ে। একই কারণে কোনো যাত্রী যদি চলন্ত গাড়ি থেকে হঠাৎ স্থির মাটিতে নেমে পড়ে তো সে সামনের দিকে ঝুঁকে পড়ে, অনেক সময় পড়েও যায়।

এইভাবেই যদি কেউ চলন্ত রেলগাড়ীর কামরায় দাঁড়িয়ে উপরের দিকে একটা বল ছুঁড়ে দেয় তাহলে কিছু পরে ঠিক তার হাতেই আবার বলটি এসে পড়বে। এর কারণ এই যে যদিও বল ছুঁড়ে দেবার পর লোকটি রেলের কামরার সঙ্গে সঙ্গে এগিয়ে যাবে, বলটিও ওপর ওঠা নামার সময়ে গতির জাড্যের ফলে ঠিক সেই বেগেই অনুভূমিক ( horizontal ) দিকে এগিয়ে আবার তার হাতে ফিরে আসবে। কিন্তু গাড়িটি ছাড়ার ঠিক পূর্বমুহূর্তে যদি বলটি উপর দিকে ছুঁড়ে দেওয়া হয় তাহলে বলটি আর হাতে এসে পড়বে না, পেছন দিকে পড়বে।

## 2.3. বল ও তার পরিমাপ ( Force and its measure ).

নিউটনের প্রথম সূত্রটির মধ্যেই এ কথাও অন্তর্নিহিত রয়েছে যে যদিও জড়বস্তু তার বেগের পরিবর্তনকে প্রতিরোধ করে, কিন্তু তাহলেও তার বেগকে পরিবর্তিত করা সম্ভব। যে প্রাকৃতিক কারণের দ্বারা বেগকে পরিবর্তিত করা যায় তাকেই "বল" আখ্যা দেওয়া যায়। সুতরাং নিউটনের গতিসূত্রের প্রথম সূত্রটি হতে আমরা 'বল'-এর সংজ্ঞা পাই। যা কোন স্থির বস্তুর স্থির অবস্থা অথবা একই অভিমুখে স্থিরবেগে চলমান কোন বস্তুর বেগ বা তার অভিমুখ পরিবর্তন করে বা করতে চেষ্টা করে তাকে **বল** বলে। সুতরাং স্বভাবতঃই এই কারণে যতক্ষণ কোনো বস্তুর ওপর বল প্রযুক্ত হবে ততক্ষণ তার বেগ পরিবর্তিত হতে থাকবে। এই ধারণাটি নিউটনের একটি মৌলিক অবদান। তিনিই প্রথম স্পষ্টভাবে বুঝতে পারেন যে বলপ্রয়োগের ফলে বেগ নিরবচ্ছিন্ন ভাবে পরিবর্তিত হতে থাকে, অর্থাৎ ত্বরণ উৎপন্ন হয়।

সুতরাং, বলের ফল ত্বরণ এবং ত্বরণের মাত্রা বলের মাত্রা বা পরিমাণের সমানুপাতী। আবার, বিভিন্ন ভরযুক্ত বস্তুতে যদি সমপরিমাণ ত্বরণ উৎপন্ন করতে

হয় তাহলে যে বস্তুর ভর যত বেশী তার ওপর তত বেশী বল প্রয়োগ করতে হবে। উপরের সিদ্ধান্ত দুটিকে একত্র ক'রে আমরা লিখতে পারি যে,

$P \propto f$, যখন $m$ ধ্রুবক (এখানে, $P =$ বল, $m =$ ভর, $f =$ ত্বরণ)

এবং $P \propto m$, „ $f$ „

একত্রে যুক্ত করলে, $P \propto mf$ অথবা $P = kmf$ ; $k$ একটি ধ্রুবক।

এই সিদ্ধান্তকেই নিউটন নিম্নলিখিত সূত্ররূপে প্রকাশ করেন ঃ

**নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র ঃ ভরবেগের পরিবর্তনের হার বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যে দিকে ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও সেই দিকে ঘটে।**

মনে করি, $m$ ভরযুক্ত কোন বস্তুর আদিবেগ ছিল $u$ এবং অবিচ্ছিন্ন ভাবে $P$ বল প্রয়োগের ফলে $t$ সময় পরে অন্তবেগ হ'ল $v$

তাহ'লে $t$ সময়ে ভরবেগের পরিবর্তন হ'ল $= mv - mu$

সুতরাং ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{mv - mu}{t} = \dfrac{m(v-u)}{t} = mf$

যেহেতু ত্বরণ, $f = \dfrac{v-u}{t}$

সুতরাং দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে,

$$P \propto mf$$

$$\therefore \ P = kmf, \text{ এখানে } k \text{ একটি ধ্রুবক।}$$

এই ধ্রুবকের মান বলের এককের উপর নির্ভর করে। যে বল একক ভরযুক্ত কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হ'য়ে একক ত্বরণ সৃষ্টি করতে পারে তাকে যদি আমরা একক বল বলি, তাহ'লে উপরের সমীকরণে

$$P = 1, \ m = 1 \text{ ও } f = 1$$

$$\text{সুতরাং } 1 = k.1.1 \quad \therefore \ k = 1$$

অতএব বলের একক এভাবে স্থির করলে, উপরের সমীকরণটি হবে

$$\boldsymbol{P = mf} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

বিশেষ লক্ষণীয় এই যে উপরের সমীকরণে একটি অনির্দিষ্ট রাশি 'বল' এবং দুটি জ্ঞাত ও পরিমাপযোগ্য রাশি 'ভর' ও 'ত্বরণের' মধ্যে একটি সম্পর্ক পাওয়া যায়। সুতরাং ভর ও ত্বরণ হতে আমরা 'বল' রাশিটিকেও গণনা করতে পারি।

অতএব দেখা যাচ্ছে যে নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র হ'তে আমরা বলের পরিমাপ পেতে পারি।

**বলের একক ঃ**

সি.জি.এস্. পদ্ধতিতে বলের একক হ'ল **ডাইন** ( Dyne )। যে বল 1 গ্রাম ভরের উপর ক্রিয়া ক'রে 1 সেমি. প্রতি বর্গসেকেণ্ডে ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1 ডাইন 'বল' বলে।

এফ্.পি.এস্. পদ্ধতিতে বলের একক হ'ল **পাউণ্ডাল** ( Poundal )। যে বল 1 পাউণ্ড ভরের উপর ক্রিয়া ক'রে 1 ফুট প্রতি বর্গসেকেণ্ডে ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1 পাউণ্ডাল 'বল' বলে।

এম.কে.এস্. পদ্ধতিতে বলের একক হ'ল **নিউটন** ( Newton )। যে বল 1 কিলোগ্রাম ভরের উপর ক্রিয়া ক'রে 1 কিলোমিটার প্রতি বর্গসেকেণ্ডে ত্বরণ সৃষ্টি করে তাকে 1 নিউটন 'বল' বলে।

এগুলি হ'ল বলের নিরপেক্ষ বা চরম ( absolute ) একক। বলের আরও একপ্রকার একক রয়েছে, সেগুলি পরে যথাস্থানে উল্লেখ করা হবে।

ডাইন ও পাউণ্ডালের সম্পর্ক নির্ণয় ঃ—

1 পাউণ্ডাল = 1 পাউণ্ড × 1 ফুট প্রতি বর্গসেকেণ্ড
= 453·6 গ্রাম × 30·48 সেমি. প্রতি বর্গসেকেণ্ডে
= 453·6 × 30·48 ডাইন
= 13800 ডাইন ( প্রায় )।

## 2.4. ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া ( Action and reaction ).

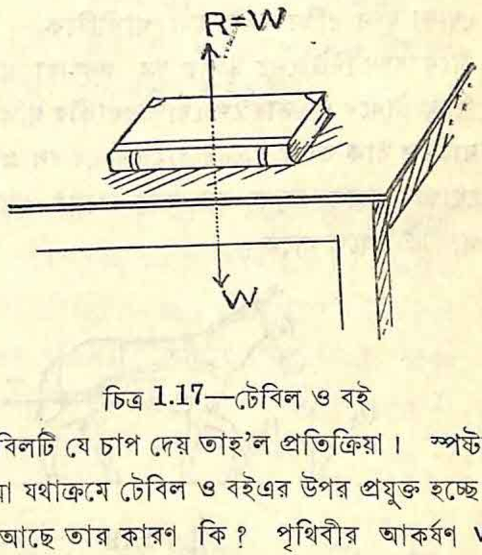
দুটি বস্তুর মধ্যে যদি একটি বস্তু দ্বিতীয় বস্তুটির উপর বলপ্রয়োগ করে, তাহ'লে দ্বিতীয় বস্তুটিও প্রথম বস্তুটির উপর সমপরিমাণ ও বিপরীত অভিমুখী বল প্রয়োগ করবে। প্রথম বলটিকে ক্রিয়া ( action ) এবং দ্বিতীয় বলটিকে প্রতিক্রিয়া ( reaction ) বলে। এই তত্ত্বটি হল নিউটনের তৃতীয় সূত্র।

**নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র ঃ প্রত্যেক ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া থাকে।**

একটি সহজ পরীক্ষা দ্বারা আমরা এই নিয়মের সত্যতা যাচাই করতে পারি। আমি যদি আঙুল দিয়ে টেবিলের উপরে চাপ দিই তাহলে অনুভব করতে পারি যে টেবিলটিও যেন আমার আঙুলের উপর চাপ দিচ্ছে। আমি টেবিলের উপরে যত জোরে চাপ দেব, আঙুলের উপর টেবিলের চাপও তত অধিক অনুভব করব।

আঙুলদ্বারা টেবিলের উপর প্রযুক্ত বল বা ক্রিয়া, টেবিল দ্বারা আঙুলের উপর প্রযুক্ত বল বা প্রতিক্রিয়ার সমান। মনে রাখতে হবে যে ক্রিয়া যতক্ষণ থাকে, প্রতিক্রিয়াও ততক্ষণই থাকবে। ক্রিয়া থেমে গেলে প্রতিক্রিয়াও থেমে যাবে।

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া দুটি বিভিন্ন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়, একই বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় না। সেই কারণে কেবলমাত্র ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া কখনও সাম্য প্রতিষ্ঠা করতে পারে না। কারণ আমরা জানি যে একটি বস্তুর উপর দুটি সমান ও বিপরীত বল প্রযুক্ত হ'লে তবেই বস্তুটিতে সাম্য প্রতিষ্ঠিত হয় অর্থাৎ বস্তুটি স্থির থাকে। টেবিলের উপরে একটা বই রয়েছে। বই টেবিলের উপর নিজের ওজনের সমান বল দ্বারা নীচের দিকে চাপ দেয় এবং তার ফলে টেবিলটিও বইএর উপর সমপরিমাণে উপর দিকে চাপ দেয়। বইটি যে চাপ দেয় তাহ'ল ক্রিয়া এবং টেবিলটি যে চাপ দেয় তাহ'ল প্রতিক্রিয়া। স্পষ্টই বোঝা যাচ্ছে যে, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া যথাক্রমে টেবিল ও বইএর উপর প্রযুক্ত হচ্ছে। বইটি টেবিলের উপর সাম্য অবস্থায় আছে তার কারণ কি? পৃথিবীর আকর্ষণ W বইটিকে নীচের দিকে টানছে এবং টেবিলের উপর বইএর চাপের প্রতিক্রিয়া R বইটিকে উপরদিকে ঠেলছে। এই দুটি বল W ও R সমান ও বিপরীত এবং উভয়েই একই বস্তু বইএর উপর ক্রিয়া করছে ব'লে, বইটি সাম্য অবস্থায় আছে।



চিত্র 1.17—টেবিল ও বই

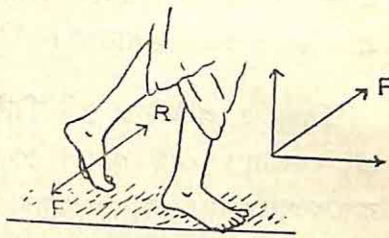
তৃতীয় সূত্রের আরও কয়েকটি উদাহরণ—

(1) নদীর ধারে নৌকা থেকে লাফিয়ে ডাঙায় উঠলে দেখা যাবে যে নৌকাটি জলের মধ্যে বিপরীত দিকে সরে গিয়েছে। এক্ষেত্রে ডাঙায় লাফাতে গেলে নৌকার উপর যে চাপ দেওয়া হয় তারই প্রতিক্রিয়ায় ডাঙায় লাফান সম্ভব হয় এবং ঐ ক্রিয়ার ফলে নৌকা বিপরীত দিকে সরে যায়।

(2) হাঁটবার সময় যখন আমরা বাঁকাভাবে মাটির উপর পিছন দিকে চাপ দিই

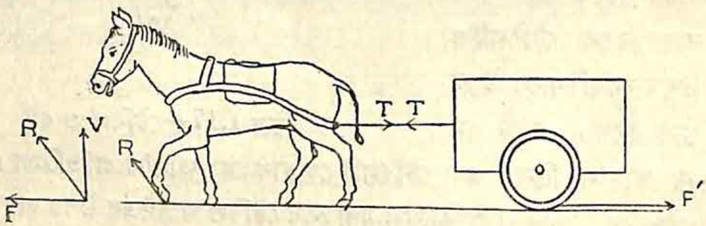
তখন এই ক্রিয়া F-এর জন্য যে বিপরীত প্রতিক্রিয়া বল R উৎপন্ন হয়, তারই অনুভূমিক উপাংশ আমাদের সামনের দিকে এগিয়ে যেতে সাহায্য করে।

পিচ্ছিল ভূমিতে হাঁটতে অসুবিধা হয় তার কারণ, এক্ষেত্রে বাঁকাভাবে ভূমিতে যথেষ্ট চাপ দেওয়া সম্ভব নয়।




চিত্র 1.18—লোক হাঁটছে

(3) ঘোড়ার গাড়ী চলার সময়ে ঘোড়া যখন দড়ির সাহায্যে গাড়ীটিকে টানে তখন নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী গাড়ীটিও ঘোড়াকে সমান বলে পিছন-দিকে টানবে। তাহ'লে ঘোড়ারগাড়ীর গতি কিভাবে সম্ভব হয়? আসলে ঘোড়া মাটিতে বাঁকাভাবে পায়ের সাহায্যে যে বল প্রয়োগ করে তার যে প্রতিক্রিয়া বল ঘোড়ার পায়ে প্রযুক্ত হয় তার ফলেই ঘোড়া সামনের দিকে এগিয়ে যায় এবং গাড়ীটি চলতে থাকে।




চিত্র 1.19—ঘোড়া গাড়ী টানছে

ছবিতে (চিত্র 1.19) বিভিন্ন ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বলগুলি বিশ্লেষণ ক'রে দেখানো হয়েছে। মনে করি, দড়ির মধ্যে দিয়ে ঘোড়ার টান ও গাড়ীর প্রতিক্রিয়া বল উভয়েই T এবং মাটিতে পায়ের সাহায্যে বাঁকাভাবে পায়ের চাপ দেওয়ার ফলে যে প্রতিক্রিয়া বল সৃষ্টি হয়, তাহ'ল R. R এর উলম্ব উপাংশ V ঘোড়ার ওজনের ভারসাম্য রক্ষা করছে। R এর অনুভূমিক উপাংশ F যদি গাড়ীর চাকা ও মাটির মধ্যে ঘর্ষণজনিত বাধা F′ এর চেয়ে বেশী হয় তাহলে গাড়ীটি চলতে থাকবে। ঘোড়ারগাড়ীর ত্বরণ যদি $f$ হয় তাহলে 1 নং সমীকরণ হতে,

ঘোড়ার গতি হিসাব করলে, $F - T = mf$ , $m$ = ঘোড়ার ভর

গাড়ীর গতি হিসাব করলে, $T - F' = Mf$ , M = গাড়ীর ভর

যোগ করলে, $F - F' = (M + m)f$

(4) দুটি স্প্রীং তুলাকে পরস্পর সংযুক্ত ক'রে যদি একটিকে দেয়ালের হুকে আটকে অপরটিকে বিপরীত দিকে টানা যায়, তাহ'লে দেখা যাবে যে দুটি যন্ত্রেই সূচকের অবস্থান সমপরিমাণ সরে গিয়েছে। অতএব বোঝা যায় যে, প্রথম স্প্রিংটি দ্বিতীয়টিকে যত জোরে টানছে, দ্বিতীয় স্প্রিংটিও প্রথমটিকে তত জোরেই টানছে।

(5) পৃথিবীর টানে একটি আম গাছ থেকে মাটিতে এসে পড়ছে। নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুসারে আমটিও সমান জোরে পৃথিবীকে নিজের দিকে আকর্ষণ করছে। তাহ'লে পৃথিবীই বা আমটির দিকে এগিয়ে যাচ্ছে না কেন? এই প্রশ্নের উত্তর পাওয়া যাবে নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হতে। (7) নং সমীকরণ হতে আমরা জানি যে, ত্বরণ = বল ÷ ভর। পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{27}$ গ্রাম এবং আমটির ভর মাত্র 200 বা 300 গ্রাম। সুতরাং আমের তুলনায় পৃথিবীর ত্বরণ সম্পূর্ণ উপেক্ষণীয়।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

120 গ্রাম ভরের কোন বস্তুর উপর একটি বল ক্রিয়া করায় বস্তুটি 12 সেকেণ্ডে স্থির অবস্থা হতে 360 সেমি. পথ যায়। বলের মান কত? আরম্ভের 12 সেকেণ্ড পরে বলের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে গেলে বস্তুটি পরবর্তী 10 সেকেণ্ডে কতটা যাবে? [What force must act on a body of mass 120 gms. so that starting from rest it moves through a distance of 360 cms. in 12 secs.? If the force ceases to act after 12 secs. how much further will it move in the next 10 secs]?

এক্ষেত্রে, $m = 120$ gms., $u = 0$, $t = 12$ secs., $s = 360$ cms., $f = ?$, $P = ?$

আমরা জানি, $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$

বা $360 = 0 + \frac{1}{2}f \times 144$ $\therefore$ $f = \frac{360}{72} = 5$ cm./sec$^2$

$\therefore$ নির্ণেয় বল, $P = mf = 120 \times 5 = 600$ ডাইন

আবার, 12 sec. পরে বলের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে গেলে বস্তুটি তৎকালীন অর্জিত বেগে সমহারে চলবে।

$u = 0$, $f = 5$ cm./sec$^2$, $t = 12$ secs., $v = ?$

আমরা জানি, $v = u + ft = 0 + 5 \times 12 = 60$ cm./sec.

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব $= 60 \times 10 = 600$ cms.

**2.5. ঘাত ও ঘাতবল ( Impulse and Impulsive force ).**

$t$ সময় ধ'রে $P$ বল, $m$ ভরের কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করায়, তার বেগ $u$ হতে বৃদ্ধি পেয়ে যদি $v$ হয়, তাহ'লে

$v = u + ft$ বা $ft = v - u$, $f$ = ত্বরণ, এখন যেহেতু $P = mf$

উভয়দিকে $m$ দিয়ে গুণ করলে, $Pt = m(v - u)$ ... (2)

অর্থাৎ বল × বলের ক্রিয়াকাল = ভরবেগের পরিবর্তন

বলকে বলের ক্রিয়াকাল অর্থাৎ যতটা সময় ধ'রে বল প্রযুক্ত হয়েছে তা দিয়ে গুণ করলে যে রাশি পাওয়া যায় তাকে বলের **ঘাত** ( Impulse ) বলা হয়।

আমরা আগেই দেখেছি যে, কোন বলের ঘাত তার দ্বারা সৃষ্ট ভরবেগের পরিবর্তনের সমান হয়। খুব অল্প সময়ের জন্য একটি বল $P$ কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে, সে অবস্থায় সময় $t$ সঠিক জানা সম্ভব নয়। সেখানে সেই বলের ফল তার ঘাত হতে সহজে জানা যায়। ভর বেগের পরিবর্তন বা ঘাত মাপতে পারলেই বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বলের ক্রিয়া জানতে পারা যায়। এরূপ বলকে **ঘাত বল** (Impulsive force) বলে। ক্যারামের স্ট্রাইকার দিয়ে ঘুঁটি আঘাত করা, ফুটবল পা দিয়ে 'শট' করা, ব্যাট দিয়ে ক্রিকেটের বল আঘাত করা ইত্যাদি হ'ল ঘাত-বলের ক্রিয়ার উদাহরণ।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

একজন ব্যাট্স্ম্যান 60 ফুট প্রতি সেকেণ্ড বেগে ধাবমান $\frac{1}{4}$ পাউণ্ড ওজনের একটি ক্রিকেট বলকে ব্যাট দ্বারা আঘাত ক'রে 40 ফুট প্রতি সেকেণ্ড বেগে বোলারের দিকে ফেরৎ পাঠিয়ে দিল। যদি ব্যাটেবলে সংঘর্ষের সময় কাল $\frac{1}{3}$ সেকেণ্ড হয়, তাহলে বলের উপর কত বল প্রয়োগ করা হয়েছিল? [A batsman returns a cricket ball of mass $\frac{1}{4}$ lb. towards the bowler with a velocity of 40 ft./sec. If the initial velocity of the ball be 60 ft./sec. and the duration of contact between the bat and ball be $\frac{1}{3}$ sec., calculate the force impulsive exerted by the bat on the ball].

এক্ষেত্রে, $u = 60$ ft./sec, $v = 40$ ft./sec ( বিপরীত দিকে ), $m = \frac{1}{4}$ lb.

$\therefore$ ভরবেগের পরিবর্তন $= m(v - u) = \frac{1}{4}\{60 - (-40)\} = 25$ ft lb./sec.

এখন, ঘাত, $Pt = 25$ ft lb./sec., $t = \frac{1}{3}$ sec, $P = ?$

$\therefore$ নির্ণেয় বল, $P = \dfrac{25}{\frac{1}{3}} = 25 \times 3 = 75$ poundals.

**2.6. ভরবেগের সংরক্ষণ** (Conservation of Momentum).

ঘাতের বিষয় উপরের সমীকরণটি থেকে আমরা একটি অত্যন্ত ব্যাপক ও গুরুত্বপূর্ণ প্রাকৃতিক নিয়ম আবিষ্কার করতে পারি। সেটির নাম হচ্ছে **ভরবেগের সংরক্ষণ।**

ধরা যাক যে দুটি বিভিন্ন ভরের মোটর গাড়ির মধ্যে ধাক্কা লাগল। এই ধাক্কা বা সংঘর্ষের (collison) ফলে কয়েক মুহূর্ত গাড়ি দুটি পরস্পরকে ছুঁয়ে ছিল। ওই সময়ের মধ্যে প্রথম গাড়িটি দ্বিতীয় গাড়ির উপর যতটা বল প্রয়োগ করেছে (ক্রিয়া), নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী দ্বিতীয় গাড়িটির প্রতিক্রিয়া ঠিক তার সমান, অর্থাৎ সে প্রথম গাড়ির উপর ততটাই বল প্রয়োগ করেছে। শুধু তাই নয়, স্পষ্টই দেখা যাচ্ছে যে উভয়েরই প্রয়োগের সময় ঠিক সমান। অতএব সংঘর্ষের ফলে দুটি গাড়ির উপরেই একই পরিমাণ ঘাত বল প্রযুক্ত হচ্ছে। তাহলে প্রথম গাড়ির ভরবেগে যা পরিবর্তন ঘটছে, দ্বিতীয় গাড়িতে উৎপন্ন ভরবেগের পরিবর্তনের পরিমাণ ঠিক তার সমান। কিন্তু যেহেতু গাড়ি দুটির উপর ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল দুটির অভিমুখ বিপরীত, ভরবেগের পরিবর্তনের অভিমুখও বিপরীত—অর্থাৎ একটিকে যদি আমরা + চিহ্ন দিই, অন্যটিতে − চিহ্ন দিতে হবে।

এখন সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে প্রথম গাড়ির ভরবেগ যদি যথাক্রমে $m_1u_1$ ও $m_1v_1$ হয় ও দ্বিতীয় গাড়ির ভরবেগ যদি যথাক্রমে $m_2u_2$ এবং $m_2v_2$ হয়, তাহলে প্রথম গাড়ির ভরবেগের পরিবর্তন $= m_1v_1 - m_1u_1$

এবং দ্বিতীয় গাড়ির ভরবেগের পরিবর্তন $= m_2v_2 - m_2u_2$

এখন, এই দুটি ঘাত-বল সমান ও বিপরীত চিহ্নযুক্ত,

$$\therefore \quad m_1v_1 - m_1u_1 = -(m_2v_2 - m_2u_2)$$

$$\text{বা,} \quad m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$$

অর্থাৎ সংঘর্ষের পূর্বে দুটি গাড়ির ভরবেগের সমষ্টি এবং সংঘর্ষের পরে দুটি গাড়ির ভরবেগের সমষ্টি পরস্পর সমান।

অর্থাৎ দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে ভরবেগের পরিমাণ সংরক্ষিত হয়। এটি ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র।

এই ভাবেই আমরা প্রতিপন্ন করতে পারি যে দুটির বদলে অনেকগুলি বস্তুও যদি নির্দিষ্ট সময়ের জন্য পরস্পরের উপর বল প্রয়োগ ক'রে ক্রিয়া করে, তাহলে সেই ক্রিয়ার পূর্বে তাদের সকলের ভরবেগের যোগফল ( ভেক্টর সংযোগ ) ক্রিয়ার পরের ভরবেগগুলির যোগফলের সমান হবে। **অর্থাৎ মোট ভরবেগের পরিমাণ**

**সংরক্ষিত থাকবে।** এই আলোচনায় আমরা ধ'রে নিয়েছি যে সংঘর্ষের সময় কোন শক্তিক্ষয় হচ্ছে না। অর্থাৎ কেবলমাত্র স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রেই এই সিদ্ধান্ত কার্যকরী হবে।

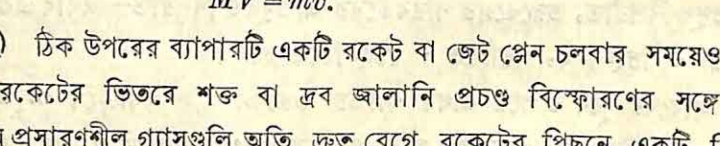
**উদাহরণ ঃ**

(ক) কাঁধে বন্দুক রেখে গুলি ছোঁড়বার সময় কাঁধের উপর বেশ জোরে ধাক্কা লাগে। এর কারণ এই যে বন্দুক থেকে গুলি বেরোবার পূর্বে বন্দুক ও গুলির বেগ শূন্য ছিল। অতএব তাদের মোট ভরবেগও শূন্য। সুতরাং গুলি বেরোবার সময়ও মোট ভরবেগ শূন্যই থাকবে। গুলির ভর অল্প, কিন্তু তার বেগ খুব বেশী, সুতরাং তার ভরবেগও যথেষ্ট; এবং অভিমুখ সামনের দিকে। যেহেতু ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি মোট ভরবেগ তবেই শূন্য হতে পারে যদি গুলির ভরবেগের ঠিক সমান অথচ বিপরীতমুখী অপর একটি ভরবেগের সৃষ্টি হয়। সুতরাং বন্দুকটি এই ভরবেগের সাথে পিছন দিকে পেছিয়ে আসে এবং কাঁধে ধাক্কা দেয়। গুলির ভর $m$ ও বেগ $v$ এবং বন্দুকের ভর $M$ ও বেগ $V$ হ'লে, ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুসারে,

$$MV = mv.$$

(খ) ঠিক উপরের ব্যাপারটি একটি রকেট বা জেট প্লেন চলবার সময়েও ঘটে। একটি রকেটের ভিতরে শক্ত বা দ্রব জ্বালানি প্রচণ্ড বিস্ফোরণের সঙ্গে ফেটে যাওয়ায় প্রসারণশীল গ্যাসগুলি অতি দ্রুত বেগে রকেটের পিছনে একটি ছিদ্র পথ দিয়ে বেরোতে থাকে। তার ফলে গ্যাসের ভরবেগের সমান ভরবেগের সঙ্গে রকেটটি সামনের দিকে এগিয়ে যায়, কারণ দুটি ভরবেগের ভেক্টর যোগফল শূন্য হওয়া দরকার।

জেট প্লেনে এই ক্রিয়াটিই একটি বিস্ফোরণে সংঘটিত না হ'য়ে ক্রমে ক্রমে হতে থাকে। জেট ইঞ্জিনের থেকে গ্যাসগুলি দ্রুত বেগে সমানে পিছন দিক দিয়ে



চিত্র 1.20—জেট প্লেন

বেরোতে থাকে এবং এক সেকেণ্ডে যতটা গ্যাস বেরোয়, তার ভরবেগের সমান

ভরবেগ প্রতি সেকেণ্ডে উৎপন্ন হয়ে প্লেনটির উপর সামনের দিকে একটি বলের সৃষ্টি করে। কেননা এক সেকেণ্ডে উৎপন্ন ভরবেগের পরিমাণই হচ্ছে বলের মাত্রার সমান। এই বলের প্রভাবেই জেট প্লেন চলতে থাকে।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

10 কিলোগ্রাম ওজনের একটি বন্দুক হতে 200 গ্রাম ওজনের একটি গোলা 320 সেন্টিমিটার প্রতি সেকেণ্ড বেগে ছোঁড়া হলে বন্দুকটি কত বেগে পিছনে হটবে?

এক্ষেত্রে, গোলার ভর, $m = 200$ gm ; বেগ, $v = 320$ cm./sec.

বন্দুকের ভর, $M = 10$ kg $= 10000$ gm ; বেগ, $V = ?$

আমরা ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র হতে জানি, $MV = mv$

বা, $10000\ V = 200 \times 320$ $\therefore$ $V = 6{\cdot}4$ cm./sec.

## 2.7. ঘর্ষণ (Friction).

টেবিলের উপর একটি বই রেখে আঙুল দিয়ে অতি সামান্য জোরে একটু ঠেলে দেখ। তুমি আঙুলের দ্বারা বইটার উপর বল প্রয়োগ করছ। তার ফলে নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে বইটা সামনের দিকে এগিয়ে যাওয়া উচিত। কিন্তু বইটা স্থিরই রয়েছে। তার অর্থ এই যে তুমি আঙুল দিয়ে ঠেলে বইটার উপর সামনের দিকে যে বল প্রয়োগ করছ, বইটার উপর ঠিক তার সমান অথচ বিপরীতমুখী আর কোনো বল কাজ করছে। এই বলটি কে প্রয়োগ করছে?

বস্তুতঃ লক্ষ্য কর যে বইয়ের নীচের পৃষ্ঠাটি টেবিলের পৃষ্ঠের সঙ্গে ছুঁয়ে রয়েছে। যে কোনো দুটি কঠিন বস্তুর পৃষ্ঠ যদি পরস্পর সংলগ্ন হ'য়ে থাকে তাহ'লে পৃষ্ঠ দুটির মধ্যে আপেক্ষিক সরণ ঘটানোর চেষ্টা করলে একটি পৃষ্ঠকে অন্যের উপর দিয়ে ঘষে নিয়ে যাবার বিরুদ্ধে একটি বল আত্মপ্রকাশ করে। এই বলকে **ঘর্ষণ জনিত বল** (Frictional force) বলে।

বলা বাহুল্য, ঘর্ষণের বল ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার মত সমানভাবে দুটি পৃষ্ঠের উপরে কাজ করে। বইটিকে আঙুল দিয়ে যতটা জোরে সামনে ঠেলা হচ্ছে, টেবিলের পৃষ্ঠের উপর ঠিক ততটা ঘর্ষণ বল সামনের দিকে কাজ করছে। এর প্রতিক্রিয়া স্বরূপ বইয়ের নীচের পৃষ্ঠের উপর পিছনের দিকে ঘর্ষণ বল উৎপন্ন হচ্ছে। এই বলটাই আঙুলের বলটিকে নাকচ করে দিয়ে বইটাকে এগোতে দিচ্ছে না।

কিন্তু যদি বইটাকে ক্রমশঃ বেশী জোরে ঠেলা হয়, তাহলে দেখা যাবে ঠেলবার বল একটি বিশেষ মাত্রা অতিক্রম করে গেলে বইটা সামনের দিকে এগোতে আরম্ভ

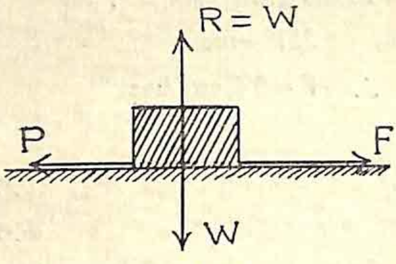
করবে। অর্থাৎ ঘর্ষণ জনিত বলের একটি **সীমা মান** (Limiting friction) রয়েছে। কোনো দুটি বিশেষ পৃষ্ঠের মধ্যে এর চেয়ে বেশী ঘর্ষণ বল সৃষ্টি হতে পারে না। দুটি পৃষ্ঠ যত অমসৃণ হয় ততই তাদের মধ্যে ঘর্ষণ বলের সীমামান বেশী হয়।

**ঘর্ষণ বলের কয়েকটি বৈশিষ্ট্য (Laws of friction) :—**

(1) ঘর্ষণ বলের অভিমুখ সংলগ্ন পৃষ্ঠ দুটি সমান্তরাল এবং যে পৃষ্ঠ যে দিকে চলবার চেষ্টা করছে তার ওপর তার বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।

(2) ঘর্ষণ বলের সীমামান স্পর্শতল দুটির ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না।

(3) ঘর্ষণ বলের সীমামান দুটি পৃষ্ঠের লম্ব প্রতিক্রিয়ার সমানুপাতিক। অর্থাৎ পৃষ্ঠ বা স্পর্শতল দুটি যতো অধিক বলের সঙ্গে পরস্পরকে চেপে রাখবে ততই ঘর্ষণ বলের সীমামান বেশী হবে।




চিত্র 1.21

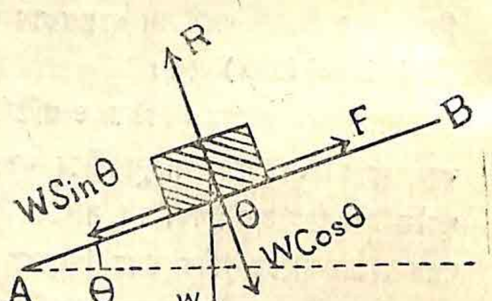
গাণিতিক ভাষায়, R যদি দুটি পৃষ্ঠের মধ্যকার লম্ব প্রতিক্রিয়া হয়, তাহলে ঘর্ষণ বলের সীমামান F নিম্নলিখিত সূত্র থেকে পাওয়া যায়

$$F \propto R \quad \text{বা} \quad F = \mu R \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4)$$

এখানে $\mu$ একটি স্থিরাংক যা স্পর্শতল দুটির প্রকৃতির উপর নির্ভরশীল। একে **ঘর্ষণ-গুণাংক** (Co-efficient of Friction) বলে।

**ঘর্ষণ-কোণ** (Angle of Friction) :—

ধরা যাক AB একটি সমতল পৃষ্ঠ, তার উপর একটি আয়তাকার ব্লক রাখা হয়েছে ( চিত্র 1.22 )। ব্লকটির ভার W. এখন AB তলের B প্রান্ত যদি ক্রমশঃ উপরের দিকে ওঠানো হয় তাহ'লে দেখা যাবে যে, যখন তলটি অনুভূমিকের সঙ্গে একটি নির্দিষ্ট কোণ $\theta$-তে অবস্থিত হবে তখনই মাত্র ব্লকটি নীচের দিকে পিছলে যাবে তার আগে নয়। এই অবস্থায় ব্লকের ভার W-কে




চিত্র 1.22

দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায়, প্রথমটি তল AB-র লম্ব অভিমুখে W cos $\theta$ এবং

দ্বিতীয় AB-র সমান্তরাল অভিমুখে $W \sin \theta$. স্পষ্টই বোঝা যাচ্ছে যে তল AB ও ব্লকের মধ্যকার লম্ব প্রতিক্রিয়া হল, $R = W \cos \theta$.

অতএব ঘর্ষণ বলের সীমামান F যা AB-র পৃষ্ঠ বরাবর উপরের দিকে অর্থাৎ A থেকে B-র অভিমুখে কাজ করছে তার মান হ'ল,

$$F = \mu R = \mu W \cos \theta \qquad [\ \mu\text{-ঘর্ষণ গুণাংক}\ ]$$

কিন্তু যেহেতু আমরা ব্লকটি পিছনে যাবার ঠিক পূর্ব মুহূর্তের কথা বিবেচনা করছি, ঘর্ষণ বল F ব্লকের ভারের যে উপাংশ B থেকে A অভিমুখে কাজ করছে ঠিক তার সমান

অর্থাৎ $F = W \sin \theta$

$$\therefore \quad \mu W \cos \theta = W \sin \theta$$

$$\therefore \quad \mu = \tan \theta \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (5)$$

এই কোণ $\theta$-কে **ঘর্ষণ-কোণ** বলে। এইভাবে ঘর্ষণ কোণ মেপে ল্যাবোরেটরীতে ঘর্ষণ গুণাংক নির্ণয় করা যেতে পারে।

## দৈনন্দিন জীবনে ঘর্ষণের ভূমিকা—

ঘর্ষণ না থাকলে কী হ'ত সে কথা প্রায় কল্পনাতীত। মাটি যদি অত্যধিক পিছল হ'ত তাহলে চলাফেরা দূরের কথা কেউ দাঁড়াতেই পারত না। আমরা যে সমস্ত জামাকাপড় পরে আছি, দড়ি, সূতো ইত্যাদি সবই ঘর্ষণের ফলেই সম্ভবপর হচ্ছে। নইলে সূতো, দড়ি ইত্যাদি তৈরী করা বা জামাকাপড় বোনাই সম্ভব হত না। ঘর্ষণ না থাকলে আমরা কোনো জিনিসই হাত দিয়ে ধরতে বা তুলতে পারতাম না—পিছলে পড়ে যেত। বাড়ি, ঘর, যন্ত্রপাতি যে জিনিসই আমরা তৈরী করি সবই ঘর্ষণের জন্যই সম্ভব হয়।

অপর দিকে ঘর্ষণ বল অধিক হ'লে আমাদের নানা অসুবিধারও সম্মুখীন হতে হয়। যেমন গাড়ি, মেশিন ইত্যাদির চাকা ঘোরানো ঘর্ষণের জন্য দুষ্কর হয়ে ওঠে। তারজন্য বল বেয়ারিং (Ball Bearing), পিচ্ছিল তেল (lubricating oil), গ্রীজ (grease) ইত্যাদি ব্যবহার করতে হয়।

**চল-ঘর্ষণ** (Kinetic Friction) :—

আমরা দেখেছি যে দুটি স্পর্শতলের মধ্যেকার ঘর্ষণের সীমামানের চেয়ে অধিক বল প্রয়োগ ক'রে ঘর্ষণ অতিক্রম করলে তবেই কোনো বস্তুকে সচল করা সম্ভব। এরূপ অবস্থায় বেগের বিপরীত দিকে ঘর্ষণের বল সমানে কাজ করতে থাকে।

এটিকে চল-ঘর্ষণের বল বলে। এই বলের মান স্থির ঘর্ষণের সীমামানের চেয়ে কিছু কম হয়।

যখন কোনো চলন্ত বস্তু—যথা ; একটি মোটর গাড়ির চল-ঘর্ষণের মান তার ইঞ্জিনের দ্বার প্রযুক্ত বলের মানের সমান হয় তখন গাড়িটির উপর লব্ধ বা মোট বলের পরিমাণ শূন্য হয়ে যায়। সে অবস্থায় নিউটনের প্রথম সূত্র অনুসারে মোটর গাড়িটিতে ত্বরণ বা মন্দন কিছুই থাকে না, গাড়ীটি সমানে স্থির বেগে এগিয়ে চলে। যদি ইঞ্জিনের প্রযুক্ত বল চল-ঘর্ষণ বলের চেয়ে কম হয় তাহলে মোটর গাড়ির বেগ কমে যেতে থাকে ( মন্দন ) এবং ইঞ্জিনের বল অধিক হলে তার বেগ বাড়তে থাকে ( ত্বরণ )।

কোনো কোনো জিনিস, যেমন কাদা, কলার খোসা ইত্যাদির বৈশিষ্ট্য এই যে তাদের চল-ঘর্ষণ বেগ বাড়লে কমে যায়। সেজন্য এসব জিনিসে অত সহজে পা পিছলে যায়।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

মেঝের উপর একটা ইঁট রয়েছে, তার ওজন 5 পাউণ্ড। দুই তলের মধ্যে ঘর্ষণ-গুণাঙ্ক 0·4 হ'লে, ইঁটটা সরাতে কমপক্ষে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [Calculate the minimum force to be applied to move a brick of mass 5 lb along a floor, where the coefficient of friction is 0·4].

এক্ষেত্রে, $R = W = 5$ lbs. $= 5 \times 32$ dynes, $\mu = 0{\cdot}4$

ঘর্ষণ বলের সীমামান, $F = \mu R = 0{\cdot}4 \times 5 \times 32 = 64$ dynes

সুতরাং ইঁটটিকে সরাবার জন্য কমপক্ষে 64 dynes বল প্রয়োগ করতে হবে।

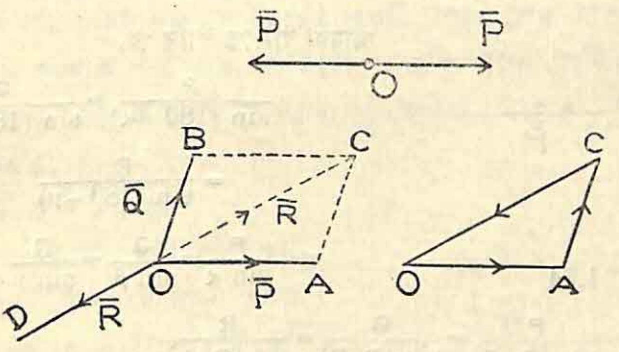
# তৃতীয় অধ্যায়

## স্থিতিবিদ্যা ( Statics )

### 3.1. বলের সাম্য ( Equilibrium of Forces ).

বল একটি ভেক্টর রাশি। সুতরাং একটি বিন্দুর উপর প্রযুক্ত কয়েকটি বলের লব্ধি, ভেক্টর নিয়ম অনুযায়ী বার করা যায়। যদি এই লব্ধি শূন্য হয়, তাহ'লে ঐ বিন্দুতে অবস্থিত একটি বস্তুকণার স্থিতির অবস্থা নিউটনের প্রথম নিয়ম অনুসারে অব্যাহত থাকবে। এরূপ অবস্থায় বলে যে ঐ বিন্দুটিতে বলগুলির মধ্যে সাম্য ( Equilibrium ) রয়েছে।

নিম্নলিখিত অবস্থাতে বলের সাম্য সম্ভব, (ক) যদি একই বিন্দুতে দুটি সমান বল বিপরীত অভিমুখী হয় ( চিত্র 1.24 )।




চিত্র 1.23

(খ) দ্বিতীয় ছবিতে $\bar{P}$ বা $\overrightarrow{OA}$ ও $\bar{Q}$ বা $\overrightarrow{OB}$ দুটি বলের লব্ধি সামান্তরিকের কর্ণ $\bar{R}$ বা $\overrightarrow{OC}$-র সমান। এখন বিন্দু O-তে যদি একটি তৃতীয় এমন বল $\overrightarrow{OD}$ কাজ করে যার মান OC-র সমান ও অভিমুখ বিপরীত, তাহ'লে $\overrightarrow{OC}$ ও $\overrightarrow{OD}$-এর মধ্যে সাম্য হবে। অতএব $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ ও $\overrightarrow{OD}$ তিনটি বলের লব্ধি শূন্য, সুতরাং বলগুলির সাম্য থাকবে। তৃতীয় ছবিতে একটি ত্রিভুজ আঁকা হয়েছে, যার ভুজগুলি OA, AC ও CO

যথাক্রমে বল OA, OB এবং OD-এর সমান ও সমান্তরাল ( বস্তুতঃ $\Delta$ OACটি প্রথম ছবির $\Delta$ OAC থেকে অভিন্ন )। সুতরাং যখন এই বলগুলির মধ্যে সাম্য রয়েছে তখন আমরা বলতে পারি যে, **যদি একটি বিন্দুতে প্রযুক্ত তিনটি বলের অভিমুখ ও মান এমন হয় যে তাদের একটি ত্রিভুজের তিনটি ভুজের দ্বারা যথাক্রমে প্রকাশ করা যায়, তাহলে বলগুলি সাম্য প্রতিষ্ঠিত করবে।** এই নিয়মকে **বলের ত্রিভুজ** ( Triangle of force ) বলে।

(গ) পূর্ব পৃষ্ঠায় ডানদিকের চিত্রে ত্রিভুজ OAC হতে ত্রিকোণমিতির ত্রিভুজের ধর্ম প্রয়োগ ক'রে আমরা পাই যে,

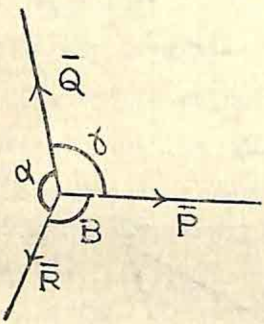
$$\frac{OA}{\sin\angle OCA}=\frac{AC}{\sin\angle COA}=\frac{OC}{\sin\angle OAC}$$

যেহেতু, OA, AC ও OC দৈর্ঘ্য যথাক্রমে বল $\bar{P}$, $\bar{Q}$ ও $\bar{R}$ এর মান

এবং $\angle OCA=$ একান্তর $\angle COB=180^\circ-\angle BOD=180^\circ-\alpha$, [ চিত্র 1.24 ]

$\angle COA=180^\circ-\angle AOD=180^\circ-\beta$

$\angle OAC=180^\circ-\angle BOA=180^\circ-\alpha$




চিত্র 1.24

আমরা বলিতে পারি যে,

$$\frac{P}{\sin(180-\alpha)}=\frac{Q}{\sin(180-\beta)}=\frac{R}{\sin(180-\gamma)}$$

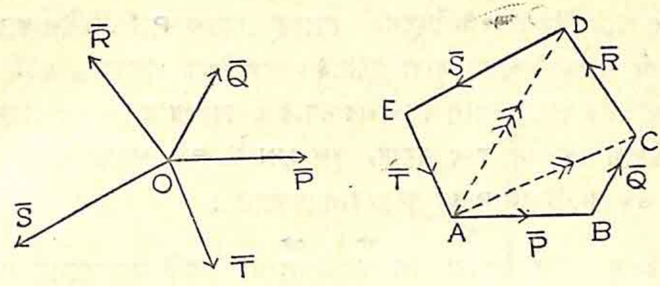
বা $$\frac{P}{\sin\alpha}=\frac{Q}{\sin\beta}=\frac{R}{\sin\gamma}$$

বা $$\frac{P}{\sin(Q,R)}=\frac{Q}{\sin(R,P)}=\frac{R}{\sin(P,Q)}$$

আমরা আগেই দেখেছি যে, OA, OC ও OD বরাবর $\bar{P}$ $\bar{Q}$ $\bar{R}$ এই বলগুলির মধ্যে সাম্য রয়েছে। সুতরাং **যদি একটি বিন্দুতে প্রযুক্ত তিনটি বলের মান ও অভিমুখ এমন হয় যে প্রতিটি বল অপর দুটি বলের অভিমুখের অন্তর্ভুক্ত কোণের সাইন-এর আনুপাতিক হয় তাহ'লে বলগুলি সাম্য প্রতিষ্ঠিত করবে। একে লামীর সূত্র** ( Lami's Theorem ) বলে।

(ঘ) একটি বিন্দুতে তিনটির অধিক বল একত্রে ক্রিয়া করলে তাদের সাম্যের সর্ত বলের বহুভুজ সূত্র হতে পাওয়া যায়। মনে করি ছবিতে (চিত্র 1.25) O বিন্দুতে $\bar{P}$, $\bar{Q}$, $\bar{R}$, $\bar{S}$ ও $\bar{T}$ যে বলগুলি ক্রিয়া করছে তাদের মান ও অভিমুখ এমন

যে ABCDE বহুভুজের পাঁচটি ভুজের দ্বারা যথাক্রমে প্রকাশ করা যায়। বলের



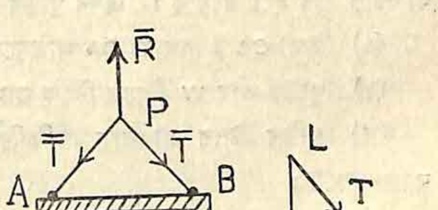

চিত্র 1.25

ত্রিভুজ হ'তে আমরা জানি যে $\overline{P}$ বা $\overline{AB}$ এবং $\overline{Q}$ বা $\overline{BC}$ এর লব্ধিবল হবে $\overline{AC}$. আবার এই বল $\overline{AC}$ এবং $\overline{R}$ বা $\overline{CD}$ এর লব্ধিবল হবে $\overline{AD}$. এখন $\overline{P}$, $\overline{Q}$ ও $\overline{R}$ বলের ভেক্টর সমষ্টি $\overline{AD}$ এবং $\overline{S}$ বা $\overline{DE}$ ও $\overline{T}$ বা $\overline{EA}$ বল যেহেতু ADE ত্রিভুজের তিনটি ভুজদ্বারা প্রকাশ করা যাচ্ছে সুতরাং বলগুলি একত্রে সাম্য প্রতিষ্ঠা করবে। অর্থাৎ **একটি বিন্দুতে প্রযুক্ত যে কোন সংখ্যক বলের মান ও অভিমুখ যদি এমন হয় যে তাদের একটি বহুভুজের বাহুগুলির দ্বারা যথাক্রমে প্রকাশ করা যায়, তা'হলে বলগুলি সাম্য প্রতিষ্ঠিত করবে। একে বলের বহুভুজ সূত্র ( Polygon of Forces ) বলে।**

**উদাহরণ ঃ**

**(ক) ছবি টাঙানো**

চিত্রে একটি আয়তক্ষেত্রাকার ছবির ফ্রেম ABCD দেওয়ালে একটি পেরেক P থেকে PA ও PB দুটি সমান সূতার সাহায্যে টাঙানো রয়েছে। ফ্রেমের ভার দুটি সূতায় PA ও PB অভিমুখে দুটি সমান টানের বল ( Tension ) সৃষ্টি করেছে। এই দুটি বলের লব্ধি পেরেক P-কে নীচের দিকে টানছে। সুতরাং এই ক্রিয়ার বিরুদ্ধে পেরেক P-তে একটি উপরের দিকে প্রতিক্রিয়া বল R-এর সৃষ্টি হচ্ছে।

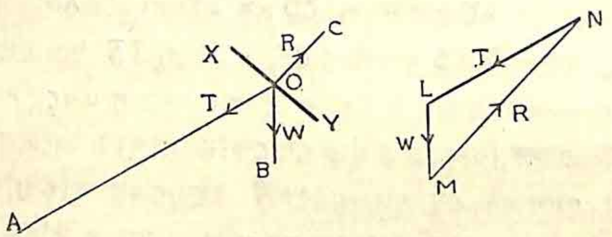



চিত্র 1.26

সুতরাং পেরেকে P-তে মোট তিনটি বল কাজ করছে প্রতিক্রিয়া $\overline{R}$, টান $\overline{T}$, PA অভিমুখে ও টান $\overline{T}$, PB অভিমুখে। যেহেতু পেরেক P স্থিতিশীল রয়েছে, এই তিনটি বলের মধ্যে নিশ্চয়ই সাম্য রয়েছে। অতএব আমরা একটি ত্রিভুজ LMN টানতে পারি যার ভুজগুলি বলগুলির সমান ও সমান্তরাল। অর্থাৎ ভুজ LM, PB-র সমান্তরাল এবং বল T-র সমান, ভুজ MN-টি PA সমান্তরাল ও বল T-র সমান এবং ভুজ NL-টি বল R-এর সমান্তরাল ও সমান।

এই ত্রিভুজ থেকে আমরা বল $\vec{T}$ বা $\vec{R}$-এর একটি জ্ঞাত হলেই অন্যটি বার করতে পারি।

## (খ) ঘুড়ির ওড়ান




চিত্র 1.27

1.27 চিত্রে ঘুড়ি XY, সূতা AO-এর সাহায্যে ওড়ান হচ্ছে। ধরা যাক, ঘুড়িটি হাওয়ায় স্থির হয়ে রয়েছে। এখন ঘুড়ির উপর তিনটি বল কাজ করছে—

(১) সূতা OA-র টান T; OA অভিমুখে।

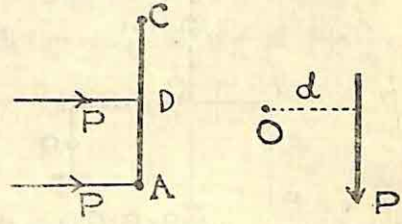
(২) ঘুড়ির ভার W নীচের দিকে OB অভিমুখে।

(গ) ঘুড়ির উপর হাওয়ার প্রতিক্রিয়া, যা ঘুড়ির ওপর লম্ব OC অভিমুখে কাজ করছে।

এখানে OB-র সমান্তরাল রেখা LM, OC-র সমান্তরাল MN এবং OA-র সমান্তরাল NL রেখাগুলি বলের মান অনুসারে টেনে আমরা বলের ত্রিভুজ LMN এঁকে নিতে পারি। এর মধ্যে ভুজ LM-টি ঘুড়ির ভারের সমান, ভুজ MN হাওয়ার প্রতিক্রিয়া R-এর সমান এবং ভুজ LN সুতার টান T-র সমান। ঘুড়ির উপর প্রযুক্ত তিনটি বল $\overline{R}$, $\overline{T}$ ও $\overline{W}$-এর মান ও অভিমুখ এমন যে তাদের ত্রিভুজ MNL-এর তিনটি বাহুর দ্বারা যথাক্রমে প্রকাশ করা যায়, সেই কারণে বলের ত্রিভুজ সূত্র অনুসারে ঘুড়িটি স্থির থাকবে।

### 3.2. বলের ভ্রামক (Moment of a Force).

অনেক সময়েই কোনো একটি সুদৃঢ় বস্তু (Rigid Body) কোনো একটি বিন্দুতে আটকানো থাকে, এবং অন্য আর কোনো স্থানে বল প্রয়োগ করা হয়। এরকম ক্ষেত্রে বস্তুটি সরলরেখায় চলতে পারে না, ঘুরে যায়। সাধারণ একটি দরজার পাল্লাকে এর উদাহরণরূপে নেওয়া যেতে পারে। ধরা যাক AC দরজার পাল্লা C-বিন্দুতে আটকানো ( চিত্র 1.28 )। এখন যদি A-বিন্দুতে একটি বল P প্রয়োগ করা হয় তাহলে পাল্লাটি ডান দিকে ঘুরে যাবে। এখন প্রশ্ন হচ্ছে এই যে এই ধরনের ঘোরাবার ক্ষমতা কিসের উপর নির্ভর করে? স্পষ্টই এই ক্ষমতা বলের মানের সমানুপাতী। তাছাড়া এই ক্ষমতা AC-র দৈর্ঘ্য, অর্থাৎ বলের প্রয়োগ বিন্দু থেকে আটকানো বিন্দু C-র দূরত্বের উপরেও নির্ভরশীল। যদি বল প্রয়োগের বিন্দু D-র দূরত্ব A-র দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে একই বল P, A-র পরিবর্তে D বিন্দুতে বল প্রয়োগ করলে ঘোরাবার ক্ষমতাও অর্ধেক হয়ে যাবে। এই ঘোরাবার ক্ষমতাকে বলের **ভ্রামক** (Moment) বলা হয়। কোন বিন্দুর চারদিকে একটি বলের ভ্রামক হল, বল ও সেই বিন্দু হতে বলের প্রয়োগ রেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দূরত্বের গুণফল।




চিত্র 1.28

$$\therefore \text{ ভ্রামক, } M = P \times d.$$

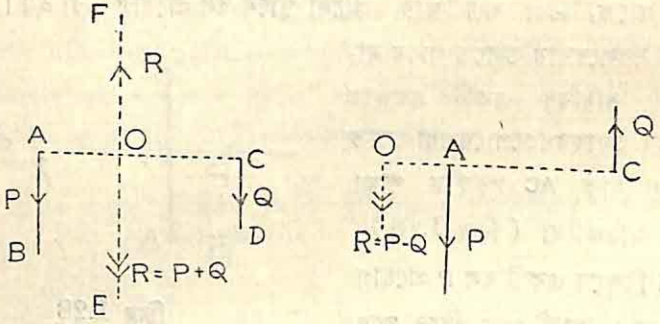
এখানে P বলের মান এবং $d$ স্থির বিন্দু O থেকে বলের উপর টানা লম্বের দৈর্ঘ্য অর্থাৎ স্থির বিন্দু থেকে বলের দূরত্ব বা বলের বাহু। কোন একটি বিন্দু বা অক্ষের চারদিকে একটি বলের ভ্রামক হ'ল একটি ভেক্টর রাশি। একটি বলের ভ্রামক ঘূর্ণন সৃষ্টি করে। যদি এই ঘূর্ণন বামাবর্তে (anticlockwise) হয় তাহলে ভ্রামককে ধনাত্মক এবং যদি ঘূর্ণন দক্ষিণাবর্তে (clockwise) হয় তাহলে ভ্রামক ঋণাত্মক হবে।

### 3.3. সমান্তরাল বল (Parallel Forces).

ধরা যাক $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$ দুটি সমান্তরাল বল ( চিত্র 1.29 )। যেহেতু এদের প্রয়োগ বিন্দু বিভিন্ন, আমরা ভেক্টর যোগের নিয়ম দ্বারা এদের লব্ধি বার করতে পারি না।

ধরে নেওয়া যাক যে $\vec{AB}$ ও $\vec{CD}$-র লব্ধি $\vec{OE}$। তাহ'লে স্পষ্টই বোঝা যায় যে

বল OE-র মান AB ও CD-র যোগফলের সমান এবং তার অভিমুখ অভিন্ন। কিন্তু তার প্রয়োগ বিন্দু O কিভাবে নির্ণয় করা যেতে পারে?




( সমান্তরাল সমমুখী বল ) চিত্র 1.29 ( সমান্তরাল বিপরীতমুখী বল )

যদি আমরা বিন্দু O থেকে OE-র সমান কিন্তু বিপরীতমুখী আর একটি বল $\vec{OF}$ নিই তাহ'লে $\vec{OE}$ ও $\vec{OF}$-এর লব্ধিবল শূন্য হবে। অর্থাৎ $\vec{AB}$, $\vec{CD}$ ও $\vec{OF}$-এর মোট লব্ধি শূন্য। তাহলে কোনো বস্তুর উপর $\vec{AB}$, $\vec{CD}$ ও $\vec{OR}$ তিনটি বল প্রয়োগ করলে বলগুলির সাম্য থাকবে এবং বস্তুটি স্থির হয়ে থাকবে।

কিন্তু বস্তুটি যখন স্থির, তখন তার উপর প্রযুক্ত বলগুলির যে কোনো বিন্দুর চারিদিকে ভ্রামকগুলির মোট লব্ধি শূন্য হতে বাধ্য। তা নাহলে সেই বিন্দুটিকে অক্ষ ক'রে বস্তুটি ঘুরতে আরম্ভ করত। এখন আমরা O বিন্দুর চারিদিকে বলগুলির ভ্রামক গণনা করবো :

$\vec{AB}$-এর ভ্রামক $= \vec{AB}.AO$ ( +, যেহেতু বামাবর্ত )

$\vec{OF}$-এর ভ্রামক $= \vec{OF}.0 = 0$

$\vec{CD}$-এর ভ্রামক $= \vec{CD}.CO$ ( −, যেহেতু দক্ষিণাবর্ত )

কিন্তু সাম্যের জন্য এই ভ্রামকগুলির যোগফল শূন্য হতে হবে।

$$\therefore \quad \vec{AB}.AO - \vec{CD}\,CO = 0$$

$$\therefore \quad \frac{\vec{AB}}{\vec{CD}} = \frac{CO}{AO}$$

সুতরাং $\overline{P}$ ও $\overline{Q}$ দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি হবে একটি সমমুখী সমান্তরাল বল $\overline{R}=\overline{P}+\overline{Q}$ এবং তার ক্রিয়া বিন্দু এমন হবে যে,

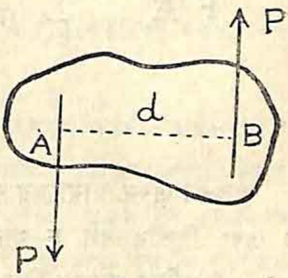
$$\overline{P}.AO=\overline{Q}.CO$$

দুটি সমান্তরাল বিপরীতমুখী বলের লব্ধিও একইপ্রকারে বার করা যায়। $\overline{P}$ ও $\overline{Q}$ দুটি সমান্তরাল বিপরীতমুখী বলের লব্ধি হবে একটি সমান্তরাল বল $\overline{R}=\overline{P}-\overline{Q}$ এবং তার ক্রিয়াবিন্দু এমন হবে যে,

$$\overline{P}.AO=\overline{Q}.CO$$

## 3.4. দ্বন্দ্ব ( Couple ).

কোন বস্তুর উপর ভিন্ন বিন্দুতে যদি দুটি সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বল ক্রিয়া করে, তাহ'লে উপরে বর্ণিত পদ্ধতিতে তাদের সংযোজিত ক'রে একটিমাত্র বল পাওয়া সম্ভব নয় ( চিত্র 1.30 )। এক্ষেত্রে বস্তুটি কোন সরলগতি পাবে না বা স্থিরও থাকবে না, বস্তুটি ঘুরতে প্রয়াস পাবে। একই বস্তুর উপর ভিন্ন বিন্দুতে প্রযুক্ত এরূপ দুটি সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বলযুগ্মকে **দ্বন্দ্ব** (Couple) বলে।




চিত্র 1.30—দ্বন্দ্ব

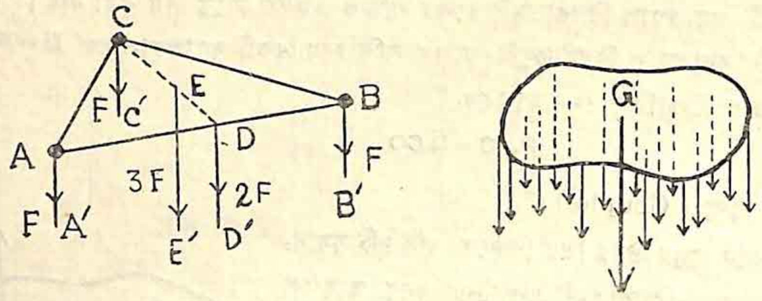
একটি দ্বন্দ্বের ঘুরাবার প্রয়াস বল ও বলদুটির ক্রিয়া অভিমুখের মধ্যে ব্যবধানের উপর নির্ভর করে। বলদুটির ক্রিয়া অভিমুখের মধ্যে ব্যবধানকে দ্বন্দ্বের বাহু ( arm ) বলে। বল ও দ্বন্দ্বের বাহুর গুণফলকে **দ্বন্দ্বের ভ্রামক** ( Moment of the couple ) বলে। একটি দ্বন্দ্বের ঘোরাবার শক্তি তার ভ্রামক দ্বারা নির্ণীত হয়। দ্বন্দ্বের ভ্রামক $= P\times AB = P\times d$.

বামাবর্তে ( anticlockwise ) ঘূর্ণনের দ্বন্দ্বের ভ্রামক ধনাত্মক এবং দক্ষিণাবর্তে ( clockwise ) ঘূর্ণনের দ্বন্দ্বের ভ্রামক ঋণাত্মক ধরা হয়।

## 3.5. বস্তু-কণার সমষ্টি ( System of Particles ).

ধরা যাক A B C তিনটি সমভরযুক্ত বস্তুকণা পরস্পরের সঙ্গে দৃঢ়ভাবে ( rigidly ) সংযুক্ত রয়েছে ( চিত্র 1.31 )। এখন যদি তিনটি সমান ও সমান্তরাল বল $\vec{F}$ ($\vec{AA'}$, $\vec{BB'}$ ও $\vec{CC'}$ ) এই কণাগুলির উপর কাজ করে তাহ'লে তাদের লব্ধি নিম্নরূপে বার করা যায়।

$\overrightarrow{AA'}$ ও $\overrightarrow{BB'}$ দুটি সমান বল F। সুতরাং এদের লব্ধি হবে 2F। এই লব্ধি যদি বিন্দু D দিয়ে কাজ করে তাহলে বিন্দু D ভুজ AB-র মধ্যবিন্দু হবে।




চিত্র 1.31

অতএব এখন আমাদের কাছে দুটি বল রইল। প্রথম বল 2F যার প্রয়োগবিন্দু D এবং দ্বিতীয় বল F যার প্রয়োগবিন্দু C। সুতরাং এদের লব্ধি হবে 3F. এবং এই লব্ধির প্রয়োগ বিন্দু E রেখা CD কে এমনভাবে ভাগ করবে যাতে

$$\frac{CE}{DE}=\frac{\overrightarrow{DD'}}{\overrightarrow{CC'}}=\frac{2F}{F}=2$$

সুতরাং E বিন্দু ত্রিভুজের মধ্যমা CD কে 2 : 1 অনুপাতে ভাগ করছে। অতএব E হচ্ছে ত্রিভুজ ABC-র ভরকেন্দ্র ( centroid )।

যেহেতু E ত্রিভুজের একটি স্থিরবিন্দু, বল $\overrightarrow{AA'}$ ইত্যাদির অভিমুখ যাই হোক না কেন, তাদের লব্ধি সব সময়েই বিন্দু E দিয়ে কাজ করবে।

এইভাবে যদি তিনটি বস্তুকণার স্থানে অনেকগুলি বস্তুকণা থাকে তাহলেও এইভাবে তাদের মোট লব্ধির একটি নির্দিষ্ট প্রয়োগবিন্দু নির্ণয় করা যায়।

এই নির্দিষ্ট বিন্দুকে ঐ বস্তুকণা সমষ্টির **ভরকেন্দ্র** (Centre of Mass) বলে।

সাধারণ যে কোনো বস্তুই বহুসংখ্যক কণার সমষ্টিমাত্র। সুতরাং যে কোনো দৃঢ় ( rigid ) বস্তুরই একটি ভরকেন্দ্র থাকে। সমস্ত বস্তুটির বহুসংখ্যক কণার উপর প্রযুক্ত বহুসংখ্যক সমান্তরাল বলের পরিবর্তে তার ভরকেন্দ্রে প্রযুক্ত একটিমাত্র বল নিলেই যথেষ্ট।

সচরাচর বস্তুর ভার বা ওজন বলতে আমরা যা বুঝি তার অর্থ হচ্ছে এই যে, বস্তুর প্রত্যেক কণাকে পৃথিবী আকর্ষণ করছে। অর্থাৎ প্রত্যেক কণার উপর একটি ক'রে নিম্নমুখী বল কাজ করছে। এই বলগুলি সমান্তরাল। সুতরাং এইগুলির একটি লব্ধিবল আছে যেটির প্রয়োগবিন্দু হচ্ছে বস্তুর ভরকেন্দ্র। এই লব্ধিবলটিই হচ্ছে বস্তুটির ভার বা ওজন। যে বিন্দুর মধ্যে দিয়ে এই লব্ধিবল কাজ করে তাকে ভরকেন্দ্র বলে।

এক্ষেত্রে ভরকেন্দ্রকে ভারকেন্দ্র ( Centre of gravity ) বলে। কোন বস্তুর ভারকেন্দ্র ( centre of gravity ) এমন একটি বিন্দু যার মধ্যে দিয়ে উলম্ব রেখা বরাবর সম্পূর্ণ বস্তুটির ওজন বা ভার ক্রিয়া করে, যেভাবেই বস্তুটা রাখা হোক না কেন।

**3.6. বস্তুকণা সমষ্টির সাম্য** ( Equlibrium of a system of Particles ).

বস্তুকণার সমষ্টি বা একটি দৃঢ় বস্তুর সাম্য বিবেচনা করতে গেলে একথা মনে রাখতে হবে যে পৃথিবীপৃষ্ঠে বস্তুটির উপর তার ভার বা ওজন এই একটি বল সর্বদাই নীচের দিকে কাজ করছে। এই বলের প্রয়োগবিন্দু হচ্ছে বস্তুটির ভরকেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র।

ভার ছাড়া আরো বিভিন্ন বল বস্তুটির বিভিন্ন বিন্দুতে প্রযুক্ত হতে পারে। যথা, বস্তুটি যে পৃষ্ঠতলের ওপর অবস্থিত রয়েছে সেখানে বস্তুটির ওজনের প্রতিক্রিয়ার বল স্পর্শতলের লম্ব অভিমুখে কাজ করবে। আবার, বস্তুটি যেখানে অন্য কোন বস্তুপৃষ্ঠ স্পর্শ ক'রে আছে সেখানে স্পর্শতলের সমান্তরাল ঘর্ষণের বল কাজ করবে। এছাড়া দড়ি ইত্যাদির দ্বারা বস্তুটি বাঁধা থাকলে, দড়ির টান ( tension ) তার ওপর কাজ করবে।

এই সমস্ত বলের প্রভাবাধীন বস্তুটি যদি স্থির অবস্থায় থাকে তাহলে বুঝতে হবে যে বলগুলির সাম্য রয়েছে। অতএব প্রথমতঃ সমস্ত বলগুলির লব্ধি শূন্য হবে কারণ বস্তুটির কোনো সরণ হচ্ছে না এবং দ্বিতীয়তঃ যে কোন স্থির বিন্দুর চারিদিকে প্রত্যেকটি বলের ভ্রামক গণনা ক'রে সেগুলি যোগ করলে যোগফল শূন্য হবে। কারণ বস্তুটির কোন ঘূর্ণন হচ্ছে না। সুতরাং সাম্যের সর্ত হ'ল—(1) যদি কোনো বস্তুর উপর $F_1$, $F_2$, $F_3$, $F_4$,……ইত্যাদি একাধিক বল প্রযুক্ত হ'য়ে সাম্য রক্ষা করে তাহ'লে বলগুলির ভেক্টর যোগ,

$$\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}+\cdots\cdots=0$$

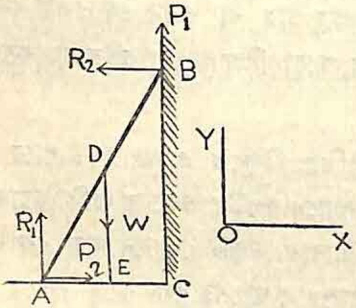
এবং (2) যে কোন বিন্দু P থেকে বলগুলির অভিমুখের লম্ব দূরত্ব যদি যথাক্রমে $d_1$, $d_2$, $d_3$,......ইত্যাদি হয় তাহ'লে ভ্রামকগুলি লব্ধি ( উপযুক্ত চিহ্নসহ )

$$F_1 d_1 + F_2 d_2 + F_3 d_3 + \cdots\cdots = 0$$

অনেক সময় $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ ইত্যাদি ভেক্টর সরাসরি যোগ করা অসুবিধাজনক হয়। সেক্ষেত্রে মনে রাখা আবশ্যক যে ভেক্টর রাশিগুলির যোগ শূন্য হ'লে প্রত্যেকটি ভেক্টরকে প্রথমে X-অক্ষে উপাংশে ও Y-অক্ষে উপাংশে বিভাজিত ক'রে তারপর: পৃথকভাবে X-উপাংশগুলিকে যোগ করলেও লব্ধি শূন্য হবে, এবং তদ্রূপ Y-উপাংশগুলিকে যোগ করলেও লব্ধি শূন্য হবে। এইভাবে সরাসরি ভেক্টর যোগের প্রয়োজন এড়ানো চলে।

উদাহরণ—

A বিন্দুর উপর অবস্থিত W ওজনের একটি মই AB, একটি দেওয়ালের গায়ে বিন্দু B তে ঠেকানো রয়েছে। মইটির উপরে নিম্নলিখিত বলগুলি কাজ করছে :




দেওয়ালে হেলান দেওয়া মই

চিত্র 1.32

(1) ভার W, মই ABর মধ্যবিন্দু বা ভারকেন্দ্র D থেকে নীচের দিকে

(2) মাটির প্রতিক্রিয়া $R_1$, উপরের দিকে বিন্দু A তে

(·) দেওয়ালের প্রতিক্রিয়া $R_2$, অনুভূমিক দিকে বিন্দু B তে

(4) মাটির ঘর্ষণ $P_2$, অনুভূমিক ডান-দিকে বিন্দু A তে

(5) দেওয়ালের ঘর্ষণ $P_1$ উপরের দিকে বিন্দু B তে

যেহেতু মইটির A বিন্দুতে বাম ও B বিন্দুতে নীচের দিকে সরে যাবার প্রবণতা রয়েছে সুতরাং ঘর্ষণজনিত বল $P_2$ ও $P_1$ তাদের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে।

এখানে X-অক্ষ অনুভূমিক ডানদিকে ও Y-অক্ষ উলম্ব দিকে নিলে সুবিধা হয়। উপরোক্ত বলগুলির X-উপাংশগুলি হচ্ছে যথাক্রমে O, O, $-R_2$, $P_2$, O

মইটি যেহেতু সাম্য অবস্থায় আছে

$\therefore\ O + O - R_2 + P_2 + O = O \qquad \therefore\ -R_2 + P_2 = 0$

আবার Y-উপাংশগুলি হচ্ছে $-W$, $R_1$, O, O, P $\therefore\ -W + R_1 + P_1 = 0$

বিন্দু C-র চারিদিকে বলগুলির ভ্রামক হবে যথাক্রমে $W \times EC$, $-R_1 \times AC$, $R_2 \times BC$, $P_2 \times O$, $P_1 \times O$

আগেই বলা হয়েছে যে, ভ্রামকের চিহ্ন + তখন নেওয়া হয় যখন ঘোরাবার প্রবৃত্তি বামাবর্তে বা ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে থাকে এবং দক্ষিণাবর্তে বা ঘড়ির কাঁটার দিকে হলে ভ্রামক − ধরা হয়।

সুতরাং $W.EC - R_1 . AC + R_2, EC = 0$

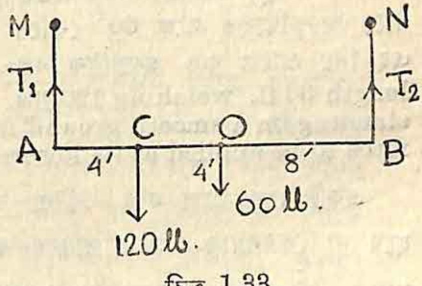
যদি মইটি ঠিক পিছলে যাবার অবস্থায় থাকে তাহলে ঘর্ষণের সীমামানের দুটি সমীকরণ নেওয়া যায়ঃ

$$P_1 = \mu R_2 \text{ এবং } P_2 = \mu R_1, \ \mu = \text{ঘর্ষণ গুণাঙ্ক।}$$

**গাণিতিক উদাহরণ—**

1. 120 পাউণ্ড ওজনের এক ব্যক্তি 16 ফুট লম্বা একটি কাঠের তক্তার এক প্রান্ত হতে 4 ফুট দূরে বসে আছে। তক্তাটি দুই প্রান্তে দুটি উলম্ব দড়ির সাহায্যে ঝুলছে। তক্তাটির ওজন 60 পাউণ্ড হ'লে, দড়ি দুটিতে টান কত হবে? [A man weighing 120 lbs. is sitting at a distance of 4 ft. from one end of a plank of length 16 ft. which is hanging at two ropes tied at its ends. If the plank weighs 60 lbs., find the tensions along the ropes.]

AB তক্তা M ও N বিন্দু হ'তে দুটি উলম্ব দড়ির সাহায্যে ঝুলছে। তক্তার ওজন 60 lb. তার মধ্যবিন্দু O-তে এবং ব্যক্তির ওজন 120 lb. A প্রান্ত হতে 4 ফুট দূরে C বিন্দুতে নীচের দিকে ক্রিয়া করছে। A ও B বিন্দুতে উপর দিকে টান $T_1$ ও $T_2$ ক্রিয়া করছে।



চিত্র 1.33

A বিন্দুর চারদিকে তক্তার উপর প্রযুক্ত বলগুলির ভ্রামকের সমষ্টি,

$$T_2 \times 16 - 60 \times 8 - 120 \times 4 = 0$$

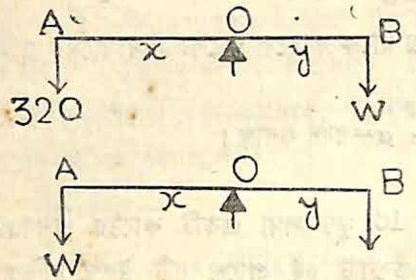
$$\therefore \ T_2 = 60 \text{ lbs. wt.}$$

আবার, B বিন্দুর চারদিকে তক্তার উপর প্রযুক্ত বলগুলির ভ্রামকের সমষ্টি,

$$-T_1 \times 16 + 120 \times 12 + 60 \times 8 = 0$$

$$\therefore \ T_1 = 120 \text{ lbs. wt.}$$

2. দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান নয় এমন একটি ভুল তুলাযন্ত্রে একটি বস্তুর ওজন ডান পাল্লায় বসালে 320 গ্রাম ও বাম পাল্লায় বসালে 405 গ্রাম। বস্তুটির প্রকৃত ওজন নির্ণয় কর। [A body weighs 320 gms. when placed on the right pan of a faulty balance but weighs 405 gms. when placed on the left pan. Find the true weight of the body].



চিত্র 1.34

AB তুলাযন্ত্রের বাহু। মনে করি, বস্তুর প্রকৃত ওজন W এবং আলম্ব বিন্দু O হতে A প্রান্তের দূরত্ব $x$ ও B প্রান্তের দূরত্ব $y$. আলম্ব বিন্দুর চারদিকে বলগুলির ভ্রামক সমষ্টি হবে,

প্রথম বারে, $320 \times x - W \times y = 0$

বা, $W \times y = 320 \times x$

দ্বিতীয় বারে, $W \times x - 405 \times y = 0$

বা, $W \times x = 405 \times y$

সমাধান করিলে, $\frac{W}{405} = \frac{320}{W}$ বা, $W^2 = 320 \times 405$

$\therefore \quad W = \sqrt{320 \times 405} = 360$ gms.

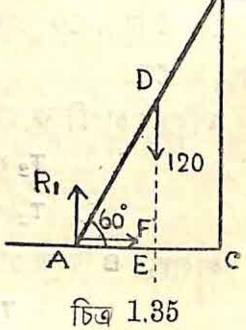
3. 30 ফুট লম্বা এবং 120 পাউণ্ড ওজনের একটি মই একটি মসৃণ দেওয়ালের গায়ে অনুভূমিকের সঙ্গে 60° কোণে রাখা আছে। মইটি সাম্যাবস্থায় রাখতে এর নিম্ন প্রান্তে কত অনুভূমিক বল প্রয়োগ করতে হবে? [A ladder of length 30 ft. weighing 120 lbs. rests against a smooth wall and standing on a smooth ground inclined at an angle 60°. Find the force to be applied at its lower end to keep it in equilibrium].

একটি মসৃণ তলে ঘর্ষণ জনিত বল উৎপন্ন হবে না কেবলমাত্র লম্ব প্রতিক্রিয়া বল উৎপন্ন হবে। AB মই। মনে করি, A ও B প্রান্তে প্রতিক্রিয়া বল যথাক্রমে $R_1$ ও $R_2$ এবং মইটিকে সাম্যাবস্থায় রাখতে A প্রান্তে F বল প্রয়োগ করতে হবে। অনুভূমিক ও উলম্ব বলগুলি হিসাব করলে,

$R_1 = 120$ এবং $R_2 = F$

C বিন্দুর চারদিকে বলগুলির ভ্রামকের সমষ্টি,

$-R_1 \times AC + F \times O + 120 \times EC + R_2 \times BC = 0$



চিত্র 1.35

এখন, $AC = AB \cos 60° = 30 \times \frac{1}{2} = 15,$

$$BC = AB \sin 30 = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}, \quad ED = \frac{1}{2}AC = 7\frac{1}{2}$$

$$\therefore \quad -120 \times 15 + 120 \times 7\tfrac{1}{2} + F \times 15\sqrt{3} = 0 \qquad \because \quad \vec{R_2} = F$$

বা, $15\sqrt{3}F = 1800 - 900 = 900 \quad \therefore \quad F = 20\sqrt{3}$ lb. wt.

---

## চতুর্থ অধ্যায়

# ঘূর্ণন গতি

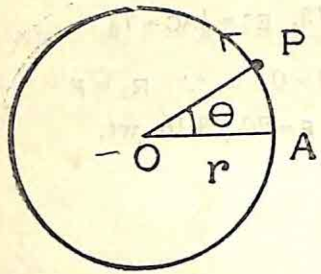
## (Rotational Motion)

### 4.1. বৃত্তপথে গতি (Circular Motion)

এযাবৎ আমরা বস্তুকণার সরলরেখাপথে গতি বা ঋজুগতি সম্বন্ধে আলোচনা করেছি। একে বলা হয় **চলন** (Translation)। কিন্তু বস্তুকণাটি যদি একটি বৃত্তাকার পথে চলে তাহলে তার গতিকে **ঘূর্ণন** (Rotation) বলে। ঘূর্ণন গতির সম্পর্কে একটি জিনিস বিশেষভাবে লক্ষণীয় যে, কোনো বস্তু বক্রপথ ধরে চলতে আরম্ভ করলে তার বেগের অভিমুখ ক্রমাগত পরিবর্তিত হতে থাকবে। অতএব যেহেতু বেগ একটি ভেক্টর রাশি, তার অভিমুখ পরিবর্তিত হলেই বলতে হবে যে রাশিটি পরিবর্তিত হচ্ছে, তার পরিমাণ অপরিবর্তিত থাকলেও। সুতরাং বৃত্ত বা অন্যকোনো বক্রপথে কোনো বস্তু কখনো স্থির বেগে চলতে পারে না। অবশ্য তার বেগের পরিমাণ স্থির থাকতে পারে। এই পরিমাণকে **"দ্রুতি"** (speed) বলে। বেগ ও দ্রুতি এর মধ্যে পার্থক্য হল যে বেগ ভেক্টর, কিন্তু দ্রুতি স্কেলার রাশি।

এখন আমরা কেন্দ্র O ও ব্যাসার্ধ $r$-এর একটি বৃত্তের পরিধির পথে স্থির দ্রুতি $v$ যুক্ত একটি চলন্ত বস্তু P-এর গতি নিয়ে আলোচনা করব ( চিত্র 1.37 )।

ধরা যাক বস্তু P-র প্রারম্ভিক অবস্থান ছিল A। অর্থাৎ $t=0$ সময়ে বস্তুটি বিন্দু A-তে অবস্থিত ছিল। $t$ সময় পরে তার অবস্থান ছবিতে নির্দিষ্ট হয়েছে। এই মুহূর্তে ব্যাসার্ধ OP, ব্যাসার্ধ OA-র সাথে $\theta$ কোণ করে আছে।



চিত্র 1.37

সুতরাং ঋজু গতিতে যেমন $t$ সময় পরে বস্তুর অবস্থান, সরণ বা দূরত্ব ভেক্টর $s$ দ্বারা নির্দিষ্ট করা হয়, বৃত্ত গতিতে তেমনি তার অবস্থান কৌণিক দূরত্ব $\theta$ দ্বারা অথবা চাপ AP-র দৈর্ঘ্যের দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়।

আমরা জানি $\theta = \frac{\text{চাপ PA}}{\text{ব্যাসার্ধ OA}} = \frac{\text{চাপ AP}}{r}$

উভয় দিককে $t$ দ্বারা ভাগ করলে,

$$\frac{\theta}{t} = \frac{AP}{t.r}$$

এই সমীকরণের বাঁ দিক হচ্ছে প্রতি সেকেণ্ডে কোণ $\theta$-র বৃদ্ধির পরিমাণ অথবা $\theta$-র বৃদ্ধির হার। একে **কৌণিক বেগ** (angular velocity) "$\omega$" বলে। ডান দিকের $\frac{AP}{t}$ হচ্ছে প্রতি সেকেণ্ডে অতিক্রম করা চাপের দৈর্ঘ্য—অর্থাৎ বস্তুর দ্রুতি $v$.

$$\therefore \quad \omega = \frac{v}{r} \quad \text{বা,} \quad v = \omega r \qquad \cdots \qquad \cdots \quad (1)$$

অর্থাৎ কৌণিক বেগ $= \frac{\text{রৈখিক বেগ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}$

কৌণিক বেগ $\omega$ যদি ক্রমাগত বৃদ্ধি পেতে থাকে তো সেই বৃদ্ধির হারকে বলে **কৌণিক ত্বরণ** (angular acceleration) $\omega'$. যদি কৌণিক ত্বরণ একটি ধ্রুবক হয়, এবং $t$ সময়ের মধ্যে কৌণিক বেগ বৃদ্ধি পেয়ে $\omega_1$ থেকে $\omega_2$ হয় তাহলে,

$$\omega' = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} \qquad \text{বা,} \quad \omega_2 = \omega_1 + \omega' t$$

এই সূত্রটি ঋজু গতির সূত্র $v = u + ft$-র সঙ্গে তুলনীয়।

যেহেতু ঋজু গতির $t, s, u, v, f$ রাশিগুলির ক্ষেত্রে কৌণিক গতিতে যথাক্রমে $t, \theta, \omega_1, \omega_2, \omega'$ এই রাশিগুলি রয়েছে, আমরা সহজেই ঋজু গতির সূত্রগুলিকে কৌণিক গতির জন্য পরিবর্তিত করতে পারি। যথা,

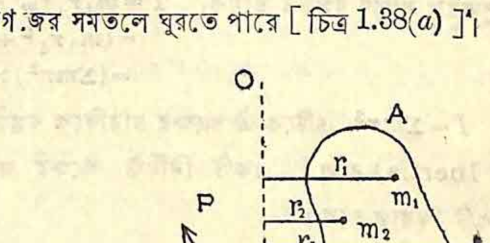
| ঋজু গতির সূত্র | কৌণিক গতির সূত্র |
|---|---|
| $v = u + ft$ | $\omega_2 = \omega_1 + \omega' t$ |
| $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$ | $\theta = \omega_1 t + \frac{1}{2}\omega' t^2$ |
| $v^2 = u^2 + 2fs$ | $\omega_2{}^2 = \omega_1{}^2 + 2\omega'\theta$ |

কৌণিক বেগের একক রেডিয়ান প্রতি সেকেণ্ডে এবং কৌণিক ত্বরণের একক রেডিয়ান প্রতি বর্গ সেকেণ্ডে।

## 4.2. টর্ক ও কৌণিক ত্বরণ (Torque and Angular acceleration).

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে ত্বরণ উৎপন্ন হয়। আমরা দেখেছি যে ঘূর্ণনের ক্ষেত্রেও কৌণিক ত্বরণ হতে পারে। তাহ'লে বলের সঙ্গে কৌণিক ত্বরণের-ও কি কোন সম্পর্ক আছে?

ধরা যাক যে একটি বস্তুকণা A, যার ভর $m$, O বিন্দুর সঙ্গে এমনভাবে যুক্ত আছে যে, O বিন্দুর চারদিকে এই কাগজের সমতলে ঘুরতে পারে [ চিত্র 1.38($a$) ]। মনে করি, কোন এক মুহূর্তে একটি 'বল' P, বস্তুকণা A-র উপর OA-র সহিত লম্ব অভিমুখে কাজ করছে। এর ফলে অতি অল্প একটু সময় $t$-এর পরে যদি বস্তুকণাটির বেগ $\overline{u}$ থেকে বৃদ্ধি পেয়ে $\overline{v}$ হয়, তাহলে বেগ বৃদ্ধি হবে $v - u$.



চিত্র 1.38

$\therefore$ ত্বরণ $f = \dfrac{v-u}{t}$

এবং প্রযুক্ত বল,

$$P = mf = \frac{m(v-u)}{t}$$

আমরা জানি যে, কৌণিক বেগ, $\omega = \dfrac{v}{r}$

সুতরাং ঐ $t$ সময়ে যদি কৌণিক বেগ $\omega_1$ হতে বৃদ্ধি পেয়ে $\omega_2$ হয়, তাহলে কৌণিক ত্বরণ, $\omega' = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{v-u}{r \times t} = \frac{f}{r}$ , $OA = r$

$$\therefore \quad P = mf = mr\omega'$$

কিন্তু ঘূর্ণন গতির কারণ হ'ল বলের ভ্রামক। O বিন্দুর মধ্যে দিয়ে এই কাগজের সমতলের সঙ্গে লম্ব অক্ষের চারদিকে, P বলের ভ্রামক যদি $T$ হয়,

$$T = P \times r = mr\omega' \times r = mr^2\omega'$$

এখন, বস্তুকণার পরিবর্তে মনে করি একটি বিস্তৃত বস্তু ABC অক্ষ OO′ এর চারদিকে স্থির কৌণিক ত্বরণে ঘুরছে [ চিত্র 1.38($b$) ]। এই বস্তুটি বহু সংখ্যক বস্তুকণার সমষ্টি মনে করা যেতে পারে। ঘূর্ণন অক্ষ হতে $r_1$ দূরত্বে $m_1$ ভরের একটি বস্তুকণার রৈখিক ত্বরণ, $f_1 = r_1\omega'$। সুতরাং এই কণাটির উপর প্রযুক্ত বল, $P_1 = m_1 f_1 = m_1 r_1 \omega'$

ঘূর্ণন অক্ষ OO′-এর চারদিকে এই বলের ভ্রামক $= P_1 \times r_1 = m_1 r_1{}^2 \omega'$

একই প্রকারে, $r_2, r_3, r_4 \cdots$ইত্যাদি দূরত্বে অবস্থিত $m_2$, $m_3, m_4 \cdots$ ইত্যাদি বস্তুকণাগুলির উপর প্রযুক্ত ভ্রামক হবে যথাক্রমে $m_2 r_2{}^2\omega$, $m_3 r_3{}^2\omega$, $m_4 r_4{}^2\omega \cdots$ইত্যাদি।

সুতরাং সম্পূর্ণ বস্তুটির ভ্রামক,
$$\begin{aligned} T &= m_1 r_1{}^2\omega' + m_2 r_2{}^2\omega' + m_3 r_3{}^2\omega' + \cdots \\ &= (m_1 r_1{}^2 + m_2 r_2{}^2 + m_3 r_3{}^2 + \cdots)\omega' \\ &= (\Sigma mr^2) \times \omega' = I\omega' \qquad \cdots \quad (2) \end{aligned}$$

$I = \Sigma mr^2$, এটিকে ঐ অক্ষের চারদিকে বস্তুটির **জাড্যের ভ্রামক** (moment of Inertia) বলে। একটি নির্দিষ্ট অক্ষের জন্য কোন বস্তুর জাড্যের ভ্রামক একটি স্থিরাঙ্ক হবে।

বস্তুর ঘূর্ণন গতির কারণ বলের এই ভ্রামককে বলে **টর্ক** ( Torque )। উপরের সমীকরণ হতে,

টর্ক = জাড্যের ভ্রামক × কৌণিক ত্বরণ

উপরের $T = I\omega'$ সমীকরণটি ঋজুগতির সমীকরণ $P = mf$ এর সঙ্গে তুলনা করা যায়। ঋজুগতির ক্ষেত্রে গতির জনক হচ্ছে বল $P$ এবং এই বল ত্বরণ সৃষ্টি করে $f$. ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে এই গতির জনক হচ্ছে টর্ক বা বলের ভ্রামক $T$ এবং এই টর্ক সৃষ্টি করে কৌণিক ত্বরণ $\omega'$। ঋজুগতির ক্ষেত্রে বলের প্রভাবকে প্রতিরোধ করছে বস্তুর জাড্য বা ভর $m$. ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে অনুরূপভাবে বলের ভ্রামকের প্রভাবকে প্রতিরোধ করছে জাড্যের ভ্রামক $I$.

যেমন, $F = m\frac{v-u}{t} = \frac{mv-mu}{t}$

অর্থাৎ বল = ভরবেগের পরিবর্তনের হার, সেরকম ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে

$$T = I\frac{\omega_2-\omega_1}{t} = \frac{I\omega_2 - I\omega_1}{t}$$

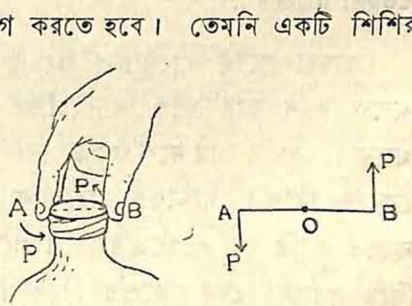
অর্থাৎ টর্ক = $I \times \omega$ রাশির পরিবর্তনের হার। এই ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে $I\omega$ রাশি, $mv$ বা ভরবেগের সমতুল্য। এই $I\omega$ রাশিকে অর্থাৎ জাড্যের ভ্রামক ও কৌণিক বেগের গুণফলকে **কৌণিক ভরবেগ** (angular momentum) বলে।

∴ টর্ক = কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার

বল প্রয়োগ না করলে ভরবেগ যেমন সংরক্ষিত হয়, কৌণিক ভরবেগ-ও তেমন সংরক্ষিত হয়। যেমন, একটি গোলা যদি মহাশূন্যের মধ্যে ঘুরতে থাকে তাহ'লে তার কৌণিক বেগ চিরকাল অপরিবর্তিত থাকবে।

## 4.3. দ্বন্দ্ব ও দ্বন্দ্বের ভ্রামক ( Couple and Moment of a Couple ).

পূর্বের আলোচনায় বস্তুটি কোন একটি বিন্দুতে বা অক্ষে এমনভাবে আটকানো ছিল যে অন্য কোন একটি বিন্দুতে বল প্রয়োগ করলেই বস্তুটি আবর্তিত হতে পারে। বাস্তবিক ক্ষেত্রে কিন্তু আমরা যে সব ঘূর্ণন গতি দেখি তাতে বস্তু কোনো বিন্দুতে বা অক্ষে আটকানো নাও থাকতে পারে। যেমন একটি লাট্টুর অক্ষ আছে বটে, কিন্তু সে অক্ষ কোথাও আটকানো নেই। এরূপ ক্ষেত্রে লাট্টু ঘোরাতে গেলে শুধু একদিকে একটি বল প্রয়োগ করলে চলবে না। অক্ষের দুদিকে দুটি বিপরীতমুখী সমান সমান্তরাল বল একই সঙ্গে প্রয়োগ করতে হবে। তেমনি একটি শিশির ঢাকনি খুলতে গেলে ঢাকনির দুদিকে দুটি বিন্দুতে A ও B আঙুল দিয়ে চেপে দুটি বিপরীতমুখী সমান ও সমান্তরাল বল প্রয়োগ করতে হবে। তবেই ঢাকনিটি তার উলম্ব অক্ষ PQ-এর চারিদিকে ঘুরবে।



চিত্র 1.39

দ্বিতীয় ছবিটিতে দেখানো হয়েছে ঢাকনি কেন্দ্রে O-র দুদিকে একটি ব্যাস AB-র দুই প্রান্তে A ও B তে দুটি বিপরীতমুখী সমান ও সমান্তরাল বল $\vec{P}$

প্রয়োগ করা হয়েছে। এর ফলে রেখা AB তে কেন্দ্রবিন্দু P-র চারিদিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত গতিতে (anticlockwise) ঘুরবে। লক্ষণীয় যে যদিও A ও B তে বল $\vec{P}$ দুটি বিপরীতমুখী উভয় বলেরই ভ্রামক কিন্তু রেখা AB কে একই দিকে ঘোরাতে চাইছে।

O বিন্দুতে, বিন্দু A তে প্রযুক্ত বল P-এর ভ্রামকের মান $= P \times AO$

O বিন্দুতে, বিন্দু B তে প্রযুক্ত বল P-এর ভ্রামকের মান $= P \times BO$

অতএব অক্ষ O-র চতুর্দিকে দুটি বলের মোট ভ্রামক

$$T = P \times AO + P \times BO = P \times (AO + BO)$$

$$= P \times AB \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (3)$$

পূর্বেই বলা হয়েছে, এই ধরনের দুটি সমান, সমান্তরাল বিপরীতমুখী বলকে **দ্বন্দ্ব** ( couple ) বলে।

দ্বন্দ্বের ভ্রামক = বল × দুটি বলের মধ্যকার লম্ব দূরত্ব।

**দ্বন্দ্বের ভ্রামককে টর্ক ( Torqe ) বলে।** এর মান যদি T হয় তাহলে এর দ্বারা উৎপন্ন কৌণিক ত্বরণ $\omega'$ কে পূর্বের সমীকরণের দ্বারা প্রকাশ করা যায়। যথা—

$$T = I\omega'$$

## 4.4. অভিকেন্দ্রিক ও অপকেন্দ্রিক বল ( Centripetal and Centrifugal forces ).

আমরা পূর্বেই আলোচনা করেছি যে যখন একটি বস্তু বৃত্তাকার পথে চলতে থাকে তখন তার দ্রুতি অপরিবর্তিত থাকলেও বেগের অভিমুখ ক্রমাগত বদলাতে থাকে। অর্থাৎ তার মধ্যে একটি ত্বরণ উৎপন্ন হয়। এই ত্বরণের অভিমুখ বৃত্তপথের কেন্দ্রের দিকে। গণিতের সাহায্য না নিয়েও আমরা সাধারণ বুদ্ধির দ্বারা আন্দাজ করতে পারি যে এক্ষেত্রে বস্তুটি সরলরেখায়, অর্থাৎ বৃত্তের স্পর্শকের অভিমুখে না গিয়ে সমানেই যেন কেন্দ্রের দিকে গিয়ে পড়ছে। সুতরাং তার মধ্যে একটি কেন্দ্রাভিমুখী ত্বরণ ক্রিয়া করছে। এই ত্বরণকে কেন্দ্রানুগ বা অভিকেন্দ্রিক ( centripetal ) ত্বরণ বলে।

কিন্তু ত্বরণ উৎপন্ন করতে হলেই একটি বলের প্রয়োজন। অতএব অভিকেন্দ্রিক

ত্বরণ তখনই সম্ভব যদি একটি স্থির মাত্রার অভিকেন্দ্রিক বল বস্তুটিকে সমানে বৃত্তপথের কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করতে থাকে। **কোন বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘোরানোর জন্য তার ওপর সমানে কেন্দ্রের অভিমুখে যে বল প্রয়োগ করার প্রয়োজন হয় তাকে অভিকেন্দ্রিক বল** ( centripetal force ) **বলে।**

একটি ঢিলকে যদি একটি দড়িতে বেঁধে তার একটি খুঁট হাত দিয়ে ধ'রে ঢিলটিকে চক্রাকারে মাথার চারিদিকে ঘোরানো হয়, তাহলে দেখা যাবে দড়ির মধ্যে একটি টান ( tension ) রয়েছে। অর্থাৎ দড়িটি সমানে এই টানের বলের দ্বারা ঢিলটিকে কেন্দ্রস্থিত হাতের মুঠির দিকে আকর্ষণ করছে। দড়ির এই টান এখানে অভিকেন্দ্রিক বল।

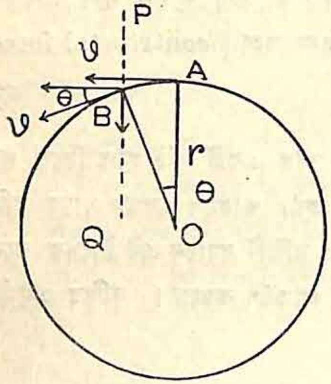
কিন্তু নিউটনের তৃতীয় নিয়ম অনুযায়ী দড়িটা যখন ঢিলের উপর আকর্ষণের বল প্রয়োগ করছে, তখন ঢিলটিও দড়ির উপর তার বিপরীতমুখী একটি বল প্রয়োগ করবে। সেইজন্যই ঢিল ঘোরাবার সময় আমরা অনুভব করি যে ঢিলটা যেন দড়ির টানের মধ্য দিয়ে আমাদের হাতকেই বাইরের দিকে টানছে।

অভিকেন্দ্রিক বলের বিপরীতমুখী এই প্রতিক্রিয়ার বলকে **অপকেন্দ্রিক প্রতিক্রিয়া** ( Centrifugal reaction ) বা সংক্ষেপে শুধু **অপকেন্দ্রিক বল** ( Centrifugal force ) বলা হয়। এই অপকেন্দ্রিক প্রতিক্রিয়াবল উৎপন্ন করতে ঘূর্ণায়মান বস্তুটির উপর ব্যাসার্ধ বরাবর যে বহিরাভিমুখী বল সৃষ্ট হয় তাই প্রকৃতপক্ষে **অপকেন্দ্রিক** বল।

এখানে লক্ষণীয় এই যে, যদিও অভিকেন্দ্রিক আকর্ষণের বল একটি মৌলিক ও অপরিহার্য বল, যার অভাবে বৃত্তাকার পথে বস্তুকে চালিত করা সম্ভব নয়, অপকেন্দ্রিক বলটি কিন্তু শুধুমাত্র একটি প্রতিক্রিয়ার বল। তার অস্তিত্ব অভিকেন্দ্রিক বলের অস্তিত্বের উপরেই নির্ভরশীল। এইজন্যই অপকেন্দ্রিক ( Centrifugal ) বলকে একটি 'অবাস্তবিক বল' ( Pseudo-Force ) বলে। সেইজন্যই যদি হঠাৎ অভিকেন্দ্রিক বলকে থামিয়ে দেওয়া হয়—যথা ঢিলের দড়িটি যদি কেটে দেওয়া হয়—তৎক্ষণাৎ অপকেন্দ্রিক বলও অন্তর্হিত হয়। সেইজন্য তখন ঢিলটি অপকেন্দ্রিক বলের অভিমুখে কেন্দ্রের থেকে বাইরের দিকে ছিট্‌কে না গিয়ে বৃত্তপথের স্পর্শকের অভিমুখে স্থির বেগে ধাবিত হয়।

**অভিকেন্দ্রিক বলের মান নির্ণয়—**

মনে করি $m$ ভরের একটি বস্তু একটি স্থির কৌণিক বেগে $r$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তের পরিধি বরাবর ঘুরছে। মনে করি, বস্তুটি অতি অল্প একটি সময় $t$ তে A হতে B বিন্দু অতিক্রম করে। B বিন্দুর মধ্যে দিয়ে AO-র সমান্তরাল PQ রেখা টানা হয়েছে। বস্তুটির দ্রুতি $v$ এবং কৌণিক বেগ $\omega$ ধরা যাক। A বিন্দুতে বস্তুর বেগ $v$, AO ব্যাসার্ধের সহিত লম্ব অভিমুখে রয়েছে। সুতরাং AO অভিমুখে বেগের উপাংশ শূন্য। কিন্তু B বিন্দুতে PQ অভিমুখে বেগের উপাংশ হ'ল $v \sin\theta = v\theta$ লেখা যায়। [ $\angle AOB = \theta$ ; $\theta$ খুব ছোট সে কারণে $\sin\theta = \theta$ ]




চিত্র 1.40

সুতরাং PQ বা AO বরাবর ত্বরণ অর্থাৎ অভিকেন্দ্রিক ত্বরণ

$$= \frac{\text{কেন্দ্রাভিমুখী বেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়}} = \frac{v\theta - 0}{t} = \frac{v\theta}{t} = v\omega = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\therefore \text{ অভিকেন্দ্রিক বল} = \frac{mv^2}{r} \text{ বা } m\omega^2 r \quad \dots \quad \dots \quad (4)$$

যেহেতু অভিকেন্দ্রিক বল ও অপকেন্দ্রিক বল পরস্পর সমান সুতরাং অপকেন্দ্রিক বলের মানও $\frac{mv^2}{r}$ বা $m\omega^2 r$.

**উদাহরণ—**

(1) একটি জলভরা বালতি নিয়ে তাকে যদি খুব তাড়াতাড়ি নিজের চারদিকে অনুভূমিক তলে ঘোরান যায় তাহলে দেখা যায় যে জল পড়ছে না ( চিত্র 1.41 )। এর কারণ



চিত্র 1.41

এই যে অপকেন্দ্রিক বলের প্রভাবে জল বাইরের দিকে চলে যেতে চাইবে এবং বালতির তলায় বাধাপ্রাপ্ত হয়ে আটকে থাকবে। বালতিটিকে যদি উলম্ব তলে এভাবে খুব তাড়াতাড়ি ঘোরান হয় তাহলেও জল পড়বে না, বালতিতেই থাকবে। বালতিটি যখন একেবারে উল্টোভাবে রয়েছে তখনও নিম্নমুখী জলের ওজন উর্ধ্বমুখী অপকেন্দ্রিক বল দ্বারা প্রতিহত হবে।

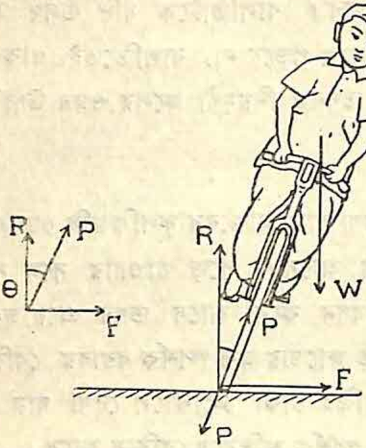
(2) চরকী বাজী জ্বালানোর সময় দেখা যায় আগুনের ফুলকিগুলি চক্রাকার পথে ঘুরতে ঘুরতে স্পর্শক বরাবর বেরিয়ে আসে। পুড়ে যাওয়ার সঙ্গে সঙ্গে মূলচক্রের সাথে কণাগুলির আকর্ষণ বল যখন কমে আসে তখন প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্রিক বল না থাকায় কণাগুলি গতি জাড্যের জন্য স্পর্শক বরাবর বেরিয়ে আসে। একই কারণে কাদার ওপর দিয়ে গাড়ির চাকা চলাকালে দেখা যায় যে কাদার কণাগুলি চক্রাকার পথে ঘুরতে ঘুরতে স্পর্শক অভিমুখে বেরিয়ে আসে।

(3) একটি মোটর গাড়ি যখন দ্রুতবেগে পথে বাঁক নেয় তখন তার ভিতরে বসে থাকা যাত্রী অনুভব করে যেন তাকে কেউ বাইরের দিকে ঠেলে দিচ্ছে। বক্রপথের ব্যাসার্ধ বরাবর বহিরাভিমুখী এই বলই হ'ল অপকেন্দ্রিক বল। যাত্রীটি গাড়ির গায়ে হাত দিয়ে বা দেহ স্পর্শ ক'রে নিজেকে সামলে নেয়। এর ফলে গাড়িটি যাত্রীর দেহে যে বল প্রয়োগ করে তাতে যাত্রীটি প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্রিক বল লাভ ক'রে সহজেই গাড়ির সঙ্গে বাঁকা পথে চলতে পারে।

(4) সেন্ট্রিফিউজ ( centrifuge ) যন্ত্র বা সাধারণ ঘোল প্রস্তুত করার প্রক্রিয়ায় একটি দ্রব্যকে কোন পাত্রে রেখে যদি দ্রুত ঘোরান হয় তাহলে দ্রব্যের অধিক ভরযুক্ত কণাগুলির উপর অধিকমাত্রায় অপকেন্দ্রিক বল কাজ করে। সেই কারণে ভারী কণাগুলি বাইরের দিকে চলে যায় ও হাল্কা কণাগুলি কেন্দ্রের কাছাকাছি থেকে যায়। যেহেতু মাখনের ভার কম, সেহেতু মাখনমিশ্রিত দুধ দ্রুত ঘোরালে দুধে মাখনের কণাগুলি পাত্রের মধ্যস্থলে জমা হয়। এভাবে মন্থন ক'রে মাখন আলাদা করা যায়।

(5) একটি সাইকেলে চড়ে চলার পথে আমরা যখন রাস্তায় বাঁক নিই তখন দেখতে পাই, যেদিকে বাঁক নিচ্ছি সেইদিকে সাইকেল সমেত একটু হেলে পড়তে হয়। বাঁক নেবার সময় সাইকেল কিছুটা পথ বৃত্তাকারে চলে এবং তার জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্রিক বল পাবার জন্যই এভাবে বাঁকাভাবে মাটিতে চাপ দেয় ও

তার ফলে যে প্রতিক্রিয়া বল উৎপন্ন হয় তার অনুভূমিক উপাংশ হতেই এই অভিকেন্দ্রিক বল পাওয়া যায়।




চিত্র 1.42

ছবিতে উলম্বতলের সাথে $\theta$ কোণ ক'রে সাইকেলটিকে দেখান হয়েছে। সাইকেলটি চাকার সাহায্যে মাটিতে যে চাপ দিচ্ছে তার বিপরীত ও সমান প্রতিক্রিয়া বল P এর অনুভূমিক উপাংশ, $F = P \sin\theta$ এবং উলম্ব উপাংশ $R = P\cos\theta$. সাইকেল সমেত আরোহীর ভার যদি W হয় তাহ'লে উলম্ব বলগুলির পরস্পরের সাম্যের জন্য,

$$W = R \text{ বা } Mg = P\cos\theta.$$

[ যেহেতু, $W = Mg$ অর্থাৎ ভার = ভর × অভিকর্ষীয় ত্বরণ ]

চক্রাকার পথের ব্যাসার্ধ $r$ ও সাইকেলের বেগ $v$ হইলে,

$$\text{অভিকর্ষীয় বল, } \frac{Mv^2}{r} = F = P\sin\theta.$$

উপরের সমীকরণ দুটি ভাগ করলে,

$$\tan\theta = \frac{Mv^2}{r} \times \frac{1}{Mg} = \frac{v^2}{r.g} \quad \ldots \quad \ldots \quad (5)$$

আমরা জানি যে মাটির ঘর্ষণের জন্যই এ ধরনের প্রতিক্রিয়া বল পাওয়া সম্ভব হয়। 5নং সমীকরণ হতে দেখা যায় যে, বিনতি কোণ $\theta$ এর মান বেগ $v$ ও বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r$ এর ওপর নির্ভর করছে। বেগ বৃদ্ধি পেলে বিনতি কোণের মানও বৃদ্ধি পাবে। কিন্তু এই বিনতি কোণের উর্ধ্ব সীমা কত হবে? আমরা জানি যে, ঘর্ষণবলের সীমামান $= \mu R$. সুতরাং সাইকেলটি ঠিক মত চলতে হ'লে F এর মান $\mu.R$ বা $\mu.W$ এর বেশী হওয়া চলবে না। সুতরাং পিছলে না গিয়ে ঠিকমত চলতে গেলে বিনতি কোণের সর্বোচ্চ মান যদি $\alpha$ হয়, তাহ'লে

$$\mu = \frac{F}{R} = \frac{P\sin\alpha}{P\cos\alpha} = \tan\alpha.$$

এখানে, $\mu$ = চাকা ও রাস্তার মধ্যেকার ঘর্ষণ-গুণাঙ্ক।

(6) বাঁক নেবার জায়গায় দেখা যায় যে রাস্তা ঢালু রাখা হয়েছে। প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্রীয় বল, যাতে প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ হতে পাওয়া যেতে পারে সে কারণেই রাস্তা ঢালু রাখা হয়। রাস্তা সমতল থাকলে এই অভিকেন্দ্রীয় বল পাবার জন্য গাড়িকে সাইকেলের মত হেলে পড়তে হবে এবং তার ফলে বাঁকের উল্টো দিকের চাকাগুলি মাটি থেকে বিচ্ছিন্ন হয়ে পড়বে।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

1. এক পাউণ্ড ওজনের একটি পাথরকে 5 ফুট লম্বা একটি দড়িতে বেঁধে ঘোরান হচ্ছে। প্রতি একবার পূর্ণ ঘূর্ণনের জন্য যদি সময় লাগে আধ সেকেণ্ড, তাহ'লে দড়িতে টান কত হবে? [A stone of mass 1 lb. swings round in a circle at the end of a string of length 5 ft. and takes $\frac{1}{2}$ sec. for every complete revolution. Calculate the stretching force along the string].

এক্ষেত্রে, $r = 5$ ft., $m = 1$ lb., $v = \dfrac{2\pi r}{t} = \dfrac{2\pi.5}{\frac{1}{2}} = 20\pi$

$\therefore$ অভিকেন্দ্রিক বল $= \dfrac{mv^2}{r} = 1 \times \dfrac{(20\pi)^2}{5} = 4 \times 20 \times \pi^2$

$= 789{\cdot}6$ poundals.

2. একজন সাইকেল আরোহীকে ঘণ্টায় 20 মাইল বেগে একটি 50 ফুট ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে যেতে হ'লে উলম্বের সাথে কতটা কাত হয়ে যাবে? [A cyclist is describing a curve of 50 ft. radius at a speed of 20 m.p.h. Find the inclination to the vertical of the plane of cycle]. [$g = 32$ ft./sec.$^2$]

এক্ষেত্রে, $v = 20$ m.p.h. $= \dfrac{20 \times 1760 \times 3}{60 \times 60} = \frac{88}{3}$ ft./sec.

$r = 50$ ft., $g = 32$ ft./sec$^2$.

বিনতি কোণ $= \theta$ হ'লে

আমরা জানি, $\tan\theta = \dfrac{v^2}{r.g} = \dfrac{\frac{88}{3} \times \frac{88}{3}}{50 \times 32} = {\cdot}538$

$\therefore\ \theta = 28°17'$.

পঞ্চম অধ্যায়

# কার্য, শক্তি ও ক্ষমতা

# ( Work, Energy and Power )

## 5.1. কার্য ( Work ).

সাধারণভাবে কাজ করা বলতে আমরা বুঝি যে কিছুটা পরিশ্রম করে কিছু ফল পাওয়া গেছে। একটু ভেবে দেখলে দেখা যায় যে যখনই কোন কার্য করা হয় তখনই কোন বস্তুকে একটি বলের সাহায্যে আর একটি বলের বিরুদ্ধে কিছুদূর নিয়ে যাওয়া হয় বা সরানো হয়। যেমন একজন রিক্সাচালক যদি রিক্সাকে কিছুদূর টেনে নিয়ে যায় তাহলে দেখা যায় যে রিক্সাচালকটি বল প্রয়োগ ক'রে ঘর্ষণবলের বিরুদ্ধে ঐ রিক্সাকে টানছে। সেরকম যদি একজন মুটে একভারা ইঁট মাটি থেকে উঁচুতে তুলে নিয়ে যায় তাহলে দেখা যায় যে সে বল প্রয়োগ ক'রে ইঁটের ভার বা ওজন ( অর্থাৎ পৃথিবীর আকর্ষণ বল )-এর বিরুদ্ধে ইঁটগুলিকে নিয়ে যাচ্ছে। বলবিদ্যার ভাষায় যদি কোন বলের প্রয়োগবিন্দু বলের ক্রিয়া অভিমুখে স'রে যায় তাহ'লে বলা চলে যে **কার্য** করা হয়েছে। বলের প্রয়োগবিন্দু যতক্ষণ স্থির আছে ততক্ষণ কার্য হচ্ছে না। যদি কেউ এক খণ্ড ভারী পাথর নিয়ে হাতে ক'রে অনেকক্ষণ ধ'রে থাকে তাহলে তার যতই ক্লান্তি হোক না কেন বৈজ্ঞানিক ভাষায় কোন কার্য সম্পাদিত হয় নি। কার্যের সংজ্ঞা হতে দেখা যায় যে কার্য, বল ও তার প্রয়োগবিন্দুর সরণ এই দুটি জিনিসের উপর নির্ভর করে। কোন বস্তু যখন তার ওপর প্রযুক্ত বলের ক্রিয়া অভিমুখে সরে যায় তখন বলা চলে ঐ বল কর্তৃক কার্য সম্পাদিত হয়েছে এবং যখন বলের ক্রিয়া অভিমুখের বিপরীতদিকে বস্তু সরে যায় তখন বলা চলে বলের বিরুদ্ধে কার্য করা হয়েছে।

কার্য একটি স্কেলার রাশি। কোন বল কর্তৃক বা তার বিরুদ্ধে যে কার্য হয় তা ঐ বলের মান ও বলের প্রয়োগবিন্দুর সরণের পরিমাণ এই দুইএর গুণফল দ্বারা মাপা হয়। বলের মান P ও সরণ $d$ হ'লে,

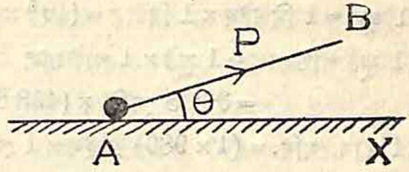
$$\text{কার্য} \quad W = P \times d \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (1)$$

সরণ যদি বলের ক্রিয়া অভিমুখের সাথে সমান্তরালভাবে না হ'য়ে অন্যদিকে

হয় তাহ'লে কার্যের পরিমাণ হবে, সরণ ও সরণ অভিমুখে বলের উপাংশের গুণফল,

$$W = P\cos\theta \times d$$

বলের ক্রিয়াভিমুখ AB ও সরণ অভিমুখ AX-এর মধ্যবর্তী কোণ হ'ল $\theta$।




চিত্র 1.43

ঘূর্ণন বা বৃত্তাকার পথে সরণের ক্ষেত্রে, কার্য, W = টর্ক × কৌণিক সরণ

**কার্যের একক ঃ**

(1) নং সমীকরণ হতে বোঝা যায় যে, কোন একক বলের প্রয়োগবিন্দু একক দূরত্ব সরে গেলে যে পরিমাণ কার্য সম্পাদিত হয় তা হ'ল একক কার্য।

(১) **সি. জি. এস্.** পদ্ধতিতে কার্যের একক হ'ল **আর্গ** ( erg )। এক ডাইন বল তার প্রয়োগবিন্দুর অভিমুখে এক সেন্টিমিটার সরে গেলে যে পরিমাণ কার্য হয় তাকে এক আর্গ বলে। এটি হ'ল কার্যের চরম বা নিরপেক্ষ ( absolute ) একক।

আর এক প্রকার একক হচ্ছে অভিকর্ষীয় ( Gravitational ) একক। একগ্রাম ভরের কোন বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে এক সেন্টিমিটার ওপরে নিয়ে গেলে **একগ্রাম সেন্টিমিটার** (gm. cm.) কার্য হয়। এটি হ'ল অভিকর্ষীয় একক।

(২) **এফ. পি. এস্.** পদ্ধতিতে কার্যের চরম বা নিরপেক্ষ একক হ'ল **ফুট পাউণ্ডাল** ( Foot Poundal )। এক পাউণ্ডাল বল তার প্রয়োগবিন্দুর অভিমুখে এক ফুট সরে গেলে যে পরিমাণ কার্য হয় তাকে এক ফুট পাউণ্ডাল বলে।

এফ. পি. এস্. পদ্ধতিতে বলের অভিকর্ষীয় একক হ'ল ফুট পাউণ্ড। এক পাউণ্ড ভরের কোন বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে এক ফুট ওপরে নিয়ে গেলে এক **ফুট-পাউণ্ড** (ft. lb.) কার্য হয়।

(৩) **এম্. কে. এস্.** পদ্ধতিতে কার্যের চরম বা নিরপেক্ষ একক হ'ল **জুল** ( Joule )। এক নিউটন বল তার প্রয়োগবিন্দুর অভিমুখে এক মিটার সরে গেলে যে পরিমাণ কার্য হয় তাকে জুল বলে।

এম্. কে. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের অভিকর্ষীয় একক হ'ল কিলোগ্রাম মিটার। এক কিলোগ্রাম ভরের কোন বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে এক মিটার ওপরে নিয়ে গেলে এক কিলোগ্রাম মিটার (kg. metre.) কার্য হয়।

**বিভিন্ন এককের মধ্যে সম্পর্ক :**

1 জুল = 1 নিউটন × 1 মিটার = $(10^3 \times 10^2)$ ডাইন × 100 সেমি: = $10^7$ আর্গ

1 ফুট পাউণ্ডাল = 1 ফুট × 1 পাউণ্ডাল

= 30·48 সেমি. × (453·6 × 30·48) ডাইন = 4·214 × $10^5$ ডাইন

1 গ্রাম সেমি. = (1 × 980) ডাইন × 1 সেমি. = 980 আর্গ।

1 ফুট পাউণ্ড = 1 ফুট × (1 × 32) পাউণ্ডাল = 32 ফুট পাউণ্ডাল

1 কেজি. মিটার = (1 × 980) নিউটন × 1 মিটার = 980 জুল।

## 5.2. শক্তি ( Energy ).

যে লোক প্রচুর কাজ করতে পারে, তাকে আমরা শক্তিমান বলি অর্থাৎ শক্তি নামক গুণটি তার আছে। মানুষের ক্ষেত্রে এই কাজ দৈহিক বা মানসিক হতে পারে। কিন্তু বলবিদ্যায় কার্য বলতে বলপ্রয়োগে প্রয়োগবিন্দুর সরণের জন্য যে কার্য হয়, তাকেই বোঝায়। যে বস্তুর এই সামর্থ্য আছে, আমরা বলি তার শক্তি আছে। কার্য করবার সামর্থ্যকে **শক্তি ( Energy )** বলে এবং কোন বস্তু মোট যে পরিমাণ কার্য করতে পারে তা তার শক্তির মান। সুতরাং শক্তি কার্যের এককেই মাপা হয় অর্থাৎ শক্তির একক আর্গ, ফুট পাউণ্ডাল ও জুল।

**শক্তির বিভিন্ন রূপ :**

শক্তি বিভিন্ন রূপে আমাদের সামনে বিরাজ করছে। মোটামুটি ভাবে আমরা শক্তির আটটি রূপ দেখতে পাই, যথা—(১) যান্ত্রিক শক্তি ( Mechanical Energy ), (২) তাপ শক্তি ( Heat Energy ), (৩) আলোক শক্তি ( Light Energy ), (৪) শব্দ শক্তি ( Sound Energy ), (৫) বৈদ্যুতিক শক্তি ( Electrical Energy ), (৬) চৌম্বক শক্তি ( Magnetic Energy ), (৭) রাসায়নিক শক্তি ( Chemical Energy ) ও (৮) আণবিক শক্তি ( Atomic Energy )।

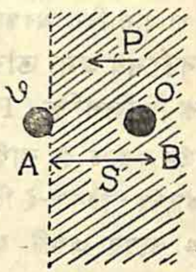
আমরা এখানে কেবল যান্ত্রিক শক্তি সম্বন্ধে বিশদ আলোচনা করব। যান্ত্রিক শক্তি দুইপ্রকার—(১) গতিশক্তি ( Kinetic Energy ) এবং (২) স্থিতি শক্তি ( Potential Energy )।

## 5.3. গতি শক্তি ( Kinetic Energy ).

সচল বস্তুর কার্য করবার সামর্থ্য থাকে। একটি চলন্ত গাড়ি যদি একটি স্থির গাড়ীকে এসে ধাক্কা দেয়, তাহ'লে স্থির গাড়ীটিও সচল হয়ে কিছুটা এগিয়ে যাবে।

স্থিরগাড়িটিকে মাটির ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে সরিয়ে নিয়ে যেতে যে কার্য করতে হয়, চলন্ত গাড়রি সে সামর্থ্য রয়েছে। দ্রুত ধাবমান একটি বুলেট কোন দেওয়ালে এসে আঘাত করলে, কিছুটা ভিতরে প্রবেশ করে থেমে যাবে। দেওয়ালের বাধার বিরুদ্ধে তার মধ্যে কিছুটা দূরত্ব যেতে যে কার্য করতে হয়, ধাবমান বুলেটের সে সামর্থ্য রয়েছে। উপরের উদাহরণে, যদি প্রথম গাড়িটিকে স্থির অবস্থায় দ্বিতীয় গাড়ির পাশে রেখে দেওয়া হয় অথবা বুলেটটিকে স্থির অবস্থায় দেওয়ালের গায়ে স্পর্শ করান হয় তাহলে এরা কার্য করতে পারে না। সুতরাং বোঝা যাচ্ছে যে সচল অবস্থায় থাকাকালে গাড়ির বা বুলেটের মধ্যে কার্য করার সামর্থ্য বা শক্তির সৃষ্টি হচ্ছে, যা স্থির অবস্থায় থাকে না। সচল অবস্থায় আছে ব'লে অর্থাৎ **গতির জন্য কোন বস্তুর যে শক্তি বা কার্য করার সামর্থ্য থাকে, তাকে গতি শক্তি ( Kinetic energy ) বলে।**

আমরা জানি যে, কোন বস্তু মোট যে পরিমাণ কার্য করতে পারে তার দ্বারাই তার শক্তি নির্ণয় করা হয়। এখন $v$ বেগে ধাবমান $m$ ভরের একটি বস্তুর গতিশক্তি নির্ণয় করা যাক। মনে করি, বস্তুটিকে থামাবার জন্য তার গতির বিপরীত দিকে P বল প্রয়োগ করা হ'ল এবং তার ফলে বস্তুটি S দূরত্ব গিয়ে থেমে গেল। ছবিতে, বুলেট দেওয়ালে প্রবেশ ক'রে A থেকে B পর্যন্ত S দূরত্ব গিয়ে থেমে গেছে, দেখান হয়েছে ( চিত্র 1.44 )।



চিত্র 1.44

এই বিপরীতমুখী P বলের জন্য মন্দন, $f=\frac{P}{m}$

$$\therefore\quad 0^2=v^2-2fS=v^2-2\frac{P}{m}S$$

বা $S=v^2\times\frac{m}{2P}$

P বলের বিরুদ্ধে S দূরত্ব অতিক্রম করতে বস্তুটি মোট কার্য করেছে,

$$W=\text{বল}\times\text{দূরত্ব}=P\times S=P\times v^2\frac{m}{2P}=\tfrac{1}{2}mv^2$$

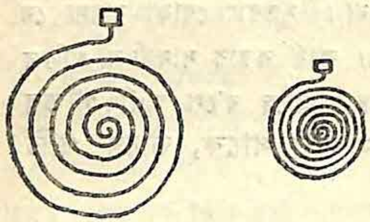
সুতরাং আমাদের সংজ্ঞা অনুসারে,

$$\text{গতিশক্তি, } E=\tfrac{1}{2}mv^2=\tfrac{1}{2}\text{ ভর}\times(\text{ বেগ })^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

**5.4. স্থিতি শক্তি** ( Potential Entry ).

একখণ্ড ভারী পাথরকে ওপরে তুলে নিয়ে গিয়ে যদি ফেলে দেওয়া হয় তা'হলে

পাথরটি নীচে মাটির ওপর দাঁড় করান একটি কাঠের দণ্ডকে মাটির ভিতরে ঢুকিয়ে দিতে পারবে। মাটির বাধা অতিক্রম ক'রে দণ্ডটিকে মাটির ভিতরে ঢুকাতে যে কার্য করতে হয় পাথরটির সেই শক্তি রয়েছে। কিন্তু পাথরটিকে দণ্ডের ওপর স্থিরভাবে রেখে দিলে দণ্ডটিকে মাটির ভিতরে ঢুকান যাবে না। সুতরাং বিশেষ অবস্থানের জন্যই পাথরটিতে এই শক্তি সঞ্চিত হয়েছে। ঘড়িতে দম দিয়ে ঘড়ির স্প্রিংকে গুটিয়ে সঙ্কুচিত ক'রে দিলে, স্প্রিং এ কিছুটা শক্তি সঞ্চিত হয়, তখন স্প্রিংটি ঘড়ির কাঁটাকে চালনা করতে পারে। কিন্তু স্বাভাবিক অবস্থায় থাকলে তার এই কার্য করার সামর্থ্য থাকত না। স্বাভাবিক অবস্থা হতে পরিবর্তিত করে গুটিয়ে ছোট ক'রে দেওয়ার জন্য-ই স্প্রিংটিতে এই শক্তি সঞ্চিত হয়েছে। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে স্বাভাবিক অবস্থা হতে পরিবর্তিত বিশেষ অবস্থান বা অবস্থার জন্য-ই ঐ পাথর বা স্প্রিং এ কার্য করার সামর্থ্য বা শক্তির সৃষ্টি হচ্ছে যা স্বাভাবিক অবস্থায় থাকে না। **কোন বস্তুর বহিরাকৃতি বা অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য তার মধ্যে যে কার্য করার সামর্থ্য বা শক্তি সঞ্চিত হয় তাকে স্থিতিশক্তি ( Potential Energy ) বলে।** বহিরাকৃতি বা অবস্থানের পরিবর্তন করতে যে কার্য করতে হয় সেটাই স্থিতিশক্তি রূপে সঞ্চিত থাকে, সুতরাং এই কার্যের পরিমাণ-ই স্থিতি শক্তির মান।



চিত্র 1.45

$m$ ভরের একটি বস্তুকে পৃথিবীর আকর্ষণের বিরুদ্ধে $h$ উচ্চতায় তুলে নিয়ে যেতে মোট কার্য করতে হয়,

$$W = mg \times h$$

কারণ, পৃথিবীর আকর্ষণ বল = ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ = $mg$

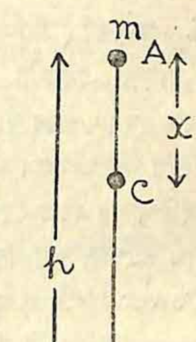
এই কার্য বস্তুটির মধ্যে স্থিতি শক্তি রূপে সঞ্চিত থাকে।

$\therefore$ স্থিতি শক্তি, $\mathbf{W} = \boldsymbol{mgh}$ = ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ × উচ্চতা ... (৬)

স্থিতি শক্তি সম্বন্ধে একটি বিশেষ প্রয়োজনীয় তথ্যের উল্লেখ এখানে করা যেতে পারে। যে অবস্থায় বস্তুর স্থিতি শক্তি সবচেয়ে কম, বস্তু সর্বদা সেই অবস্থাতেই যাবার চেষ্টা করে। এই কারণেই বস্তু সব সময়ে উঁচু থেকে নীচুতে আসতে চেষ্টা করে, নদীর জল পাহাড় থেকে সমতলে নেমে আসে ও প্যাঁচানো স্প্রিং খুলে যেতে চায়।

## 5.5. শক্তির সংরক্ষণ ( Conservation of Energy ).

আমরা আগেই শক্তির বিভিন্ন রূপের কথা উল্লেখ করেছি। শক্তি এক রূপ থেকে অন্য রূপে পরিবর্তিত হতে পারে। একে বলে শক্তির রূপান্তর। কিন্তু শক্তির বিনাশ বা সৃষ্টি সম্ভব নয়। একটি পাথর ওপর থেকে নীচে পড়ার সময় তার স্থিতি-শক্তি ক্রমশ গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। রেলগাড়ীতে কয়লা পুড়িয়ে যে শক্তি পাওয়া যায় ইঞ্জিন তাকেই যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত করে। হাতে হাত ঘষলে হাত যে গরম হয়, এখানে যান্ত্রিক শক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। নদীর জল যখন পাহাড়ের ওপর থেকে নীচে নামে তখন তার মধ্যে সঞ্চিত স্থিতি-শক্তি গতি-শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এই গতিশক্তি হতে চাকা ঘুরিয়ে ডায়নামোর সাহায্যে আমরা বৈদ্যুতিক শক্তি পেয়ে থাকি। বৈদ্যুতিক পাখায় আমরা দেখি যে বৈদ্যুতিক শক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়েছে। বাল্বের সরু তারের মধ্যে দিয়ে বিদ্যুৎপ্রবাহ পাঠালে তারও উত্তপ্ত হয়ে ওঠে এবং তার থেকে আলো বিকিরণ হয়। এক্ষেত্রে বৈদ্যুতিক শক্তি হতে তাপশক্তি এবং তাপশক্তি হতে আলোকশক্তি পাওয়া যায়। সামান্য অ্যাসিডযুক্ত জলের মধ্যে দিয়ে বিদ্যুৎ প্রবাহ পাঠালে জল হাইড্রোজেন ও অক্সিজেনে বিভক্ত হয়ে যায়। এখানে বৈদ্যুতিক শক্তি রাসায়নিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়েছে। বহু পরীক্ষা নিরীক্ষা ও চিন্তার পর বৈজ্ঞানিকগণ এই সিদ্ধান্তে পৌঁছেছেন যে এক ধরণের শক্তি অন্য ধরনের শক্তিতে রূপান্তরিত হয় মাত্র, কিন্তু তার মোট পরিমাণ সর্বদা সংরক্ষিত থাকে। শক্তির সৃষ্টি বা বিনাশ সম্ভব নয় এবং সারা বিশ্বের মোট পরিমাণ সর্বদাই সমান। একে **শক্তির নিত্যতা সূত্র** বলে।



চিত্র 1.46

এখানে একটি বিশেষ ক্ষেত্রে শক্তির সংরক্ষণ বা নিত্যতা সূত্রকে আমরা গণনার দ্বারা প্রতিপন্ন করব। আমরা প্রমাণ করব যে কোন একটি বস্তু বিনা বাধায় উচ্চস্থান হতে নিম্নে পড়তে থাকলে যে কোন মুহূর্তে তার স্থিতি ও গতিশক্তির মোট পরিমাণ অপরিবর্তিত থাকবে। মনে করি, $m$ ভরযুক্ত একটি বস্তু $h$ উচ্চতায় A বিন্দু হ'তে মাটির দিকে B বিন্দুতে পড়ছে ( চিত্র 1.46 )।

প্রাথমিক অবস্থায়, A বিন্দুতে বস্তুটির স্থিতিশক্তি $= mgh$, গতিশক্তি $= 0$

$\therefore$ মোট শক্তি $= mgh + 0 = mgh$

A হতে $x$ দূরত্ব নীচে C বিন্দুতে বস্তুর আর একটি অবস্থান ধরা যাক।

এখানে, বস্তুটির স্থিতিশক্তি $= mg(h-x)$ গতিশক্তি গণনা করার জন্য C বিন্দুতে তার বেগ $v$ জানা প্রয়োজন।

এখন, $v^2 = 0 + 2gx = 2gx$

$\therefore$ গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 2gx$

$\therefore$ মোট শক্তি $= mg(h-x) + mgx = mgh$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে $x$ দূরত্ব নীচে নেমে আসার পরেও বস্তুর মোট শক্তির পরিমাণ প্রাথমিক অবস্থায় যা ছিল একই থাকছে। $x$ এর মান যা-ই হোক না কেন বস্তুর স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির সমষ্টি একটি স্থির রাশি। সুতরাং যে কোন মুহূর্তে মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকবে। এর থেকে শক্তির নিত্যতা সূত্র প্রতিপন্ন হচ্ছে।

এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, আইনস্টাইনের ভর ও শক্তির সম্পর্ক বিষয়ে তত্ত্ব ($E = mc^2$) আবিষ্কারের পর উপরের এই নিত্যতা সূত্রকে আরও ব্যাপকভাবে ভর ও শক্তির সংরক্ষণ বা নিত্যতা সূত্র, এভাবে আলোচনা করাই অধিকতর সঙ্গত। সারা বিশ্বের মোট ভর ও শক্তির পরিমাণ একত্রে সর্বদাই সমান—এটিই ভর-শক্তির নিত্যতা সূত্র।

### 5.6. ক্ষমতা ( Power ).

বাড়ীর একতলা থেকে দোতলায় উঠতে পৃথিবীর আকর্ষণের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। ধীরে ধীরে উঠলে তেমন ক্লান্তি বোধ হয় না, কিন্তু তাড়াতাড়ি উঠলে হাঁপিয়ে পড়তে হয়। অর্থাৎ দেখা যাচ্ছে যে কেবলমাত্র মোট কার্য নয়, কত সময়ে কার্যটি সম্পন্ন হচ্ছে সেটাও একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। বেশী ক্ষমতাশালী লোক দুর্বল লোক অপেক্ষা অল্প সময়ে একটি কার্য করতে পারে। কার্য করার হারকে **ক্ষমতা** ( Power ) বলে এবং কোন ব্যক্তি বা বস্তু প্রতি একক সময়ে যতটা কার্য সম্পন্ন করতে পারে সেটাই তার ক্ষমতার মান।

$$\text{ক্ষমতা} = \frac{\text{কার্য}}{\text{সময়}} \quad \text{বা,} \quad P = \frac{W}{t} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots (4)$$

**ক্ষমতার একক—**

(১) সি-জি-এস্ পদ্ধতিতে ক্ষমতার নিরপেক্ষ একক হ'ল আর্গ প্রতি সেকেণ্ডে ( erg/sec. ) অর্থাৎ প্রতি সেকেণ্ডে এক আর্গ হারে কার্য।

এই পদ্ধতিতে ক্ষমতার ব্যবহারিক একক হ'ল **ওয়াট** ( Watt )—প্রতি সেকেণ্ডে এক জুল বা $10^7$ আর্গ কার্যের হারকে **ওয়াট** বলে। আরও বড় একক

হ'ল **কিলো-ওয়াট** ( Kilo-watt )—প্রতি সেকেণ্ডে এক হাজার জুল কার্যের হারকে কিলো-ওয়াট বলে।

ক্ষমতার অভিকর্ষীয় একক হ'ল গ্রাম সেমি. প্রতি সেকেণ্ডে ( gm. cm./sec. )

(২) এফ-পি-এস্ পদ্ধতিতে ক্ষমতার নিরপেক্ষ একক হ'ল ফুট পাউণ্ডাল প্রতি সেকেণ্ডে (ft. poundal/sec.) অর্থাৎ প্রতি সেকেণ্ডে এক ফুট পাউণ্ডাল হারে কার্য। ক্ষমতার অভিকর্ষীয় একক হ'ল ফুট পাউণ্ড প্রতি সেকেণ্ডে (ft. lb./sec.).

এই পদ্ধতিতে ব্যবহারিক এককের নাম **অশ্ব-ক্ষমতা** ( Horse Power বা H.P. ) প্রতি সেকেণ্ডে 550 ফুট পাউণ্ড কার্যের হারকে এক অশ্ব-ক্ষমতা বলে।

(৩) এম্-কে-এস্ পদ্ধতিতে ক্ষমতার একক হ'ল **ওয়াট** ( Watt )। অশ্ব-ক্ষমতা বা H.P. ও ওয়াটের সম্পর্ক :—

$$\begin{aligned}1 \text{ H.P.} &= 550 \text{ ft. lbs./sec.}\\ &= 550 \times 30{\cdot}48 \times 453{\cdot}6 \text{ gm. cm./sec.}\\ &= 550 \times 30{\cdot}48 \times 453{\cdot}6 \times 981 \text{ ergs/sec.}\\ &= 746 \times 10^7 \text{ ergs/sec.}\\ &= 746 \text{ Joules/sec.} = 746 \text{ Watt.}\end{aligned}$$

**গাণিতিক উদাহরণ—**

1. একজন লোক 10 পাউণ্ড ওজনের ইঁট, দেওয়ালের সঙ্গে 30° কোণে হেলানো একটা 20 ফুট লম্বা মইএর ওপর দিয়ে নিয়ে গেল। ইঁট নিয়ে যেতে লোকটি কতটা কার্য সম্পন্ন করল? [ Find the work done by a man carrying 10 lbs. of brick up a ladder 20 ft. long inclined at an angle 30° with the wall. ]

এ ক্ষেত্রে 10 পাউণ্ড বল উলম্ব অভিমুখে অর্থাৎ দেওয়ালের সঙ্গে সমান্তরালভাবে ক্রিয়া করছে। সিঁড়ির সঙ্গে সমান্তরাল অভিমুখে এই বলের উপাংশ—

$$P = 10 \cos\theta = 10.\cos 30 = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ lb.}$$

সরণ, $d = 20$ ft.

$\therefore$ কার্য, $W = P \times d = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 20 \text{ ft. lb.} = 173{\cdot}2 \text{ ft.lbs.}$

2. 100 গ্রাম ভরের একটি বুলেট 8 কেজি. ভরের একটি বন্দুক থেকে 4 কিমি. প্রতি সেকেণ্ড বেগে ছোঁড়া হ'ল। বুলেট ও বন্দুকের গতিশক্তি কত? [ A bullet of mass 100 gm. is fired with a speed of 4 km./sec. from a gun of mass 8 kg. Calculate the kinetic energies of the bullet and the gun. ]

বুলেটের, $m = 100$ gm., $v = 4$ km./sec. $= 4 \times 1000 \times 100$ cm./sec.

$\therefore$ গতিশক্তি $= \frac{1}{2}m \times v^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times (4 \times 10^5)^2$ ergs

$= 8 \times 10^{12}$ ergs $= 8 \times 10^5$ Joules.

বন্দুকের, $M = 8$ kg. $= 8000$ gm, $V = ?$

ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র হতে,

$MV = mv$ বা $8000\ V = 100 \times 4 \times 10^5$ $\therefore$ $V = 5000$ cm./sec.

$\therefore$ গতিশক্তি $= \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2} \times 8000 \times (5000)^2$ ergs

$= 100 \times 10^9$ ergs $= 10^4$ Jules.

**3.** 125 পাউণ্ড ওজনের এক ব্যক্তি 40 পাউণ্ড ওজনের একটি বস্তুকে 1 মিনিটে 20 ফুট উঁচু একটি বাড়ীর উপরে নিয়ে গেল। লোকটির অশ্ব-ক্ষমতা নির্ণয় কর। [ A man weighing 125 lbs. lifts a weight of 80 lbs. to the top of a building 20 ft. high in 1 minute. What horse-power does he employ ? ]

এ ক্ষেত্রে, $125 + 40 = 165$ পাউণ্ড ভার পৃথিবীর আকর্ষণের বিরুদ্ধে কাজ করতে হচ্ছে এবং দূরত্ব $= 20$ ফুট

$\therefore$ মোট কার্য $= 165 \times 20$ ফুট পাউণ্ড

সময় $= 1$ মিনিট $= 60$ সেকেণ্ড

$$\therefore \text{ ক্ষমতা} = \frac{\text{কার্য}}{\text{সময়}} = \frac{165 \times 20}{60} \text{ ft. lb/sec.}$$

$$= \frac{165 \times 20}{60 \times 550} \text{ H.P.} = \frac{1}{10} = 0{\cdot}1 \text{ H.P.}$$

**4.** 10 অশ্বক্ষমতাযুক্ত একটি ইঞ্জিন 300 ফুট ওপরে একটি চৌবাচ্চা ভর্তি করার কাজে লাগান হয়েছে। ইঞ্জিনটির দক্ষতা 80% হ'লে চৌবাচ্চায় প্রতি মিনিটে কতটা জল উঠবে ? [ A 10 H.P. engine is employed to lift water to a cistern at a height of 300 ft. If the efficiency of the engine is 80%, calculate the amount of water that will be delivered to the cistern per minute ? ]

এ ক্ষেত্রে, ক্ষমতা $= 10$ H.P.

কিন্তু দক্ষতা 80% $\therefore$ কার্যকরী ক্ষমতা $= 10 \times \frac{80}{100} = 8$ H.P.

$\therefore$ ইঞ্জিনটি 1 মিনিটে $8 \times 550 \times 60$ ft. lb কাজ করে।

1 মিনিটে যদি M lb. জল 300 ফুট ওপরে তোলা হয়, তাহ'লে মোট কাজ হবে $M \times 300$ ft. lb.

$\therefore$ $M \times 300 = 8 \times 550 \times 60$

$$M = \frac{8 \times 550 \times 60}{300} = 880 \text{ lbs.}$$

# দ্বিতীয় খণ্ড

## পদার্থের সাধারণ ধর্ম

## ( General Properties of Matter )

### প্রথম অধ্যায়

### মহাকর্ষ ( Gravitation )

**1.1. নিউটনের মহাকর্ষের নিয়ম** ( Newton's law of universal gravitation ).

তোমরা প্রায় সকলেই বোধহয় সেই গল্পটি জানো যে, বৈজ্ঞানিক নিউটন যখন একদিন বাগানে বসে গ্রহ উপগ্রহের গতির কারণ সম্বন্ধে গভীরভাবে চিন্তা করছিলেন তখন হঠাৎ গাছ থেকে একটি আপেল খসে মাটিতে পড়েছিল। তাই দেখেই নিউটনের মাথায় হঠাৎ এই ধারণার উদয় হ'ল যে পৃথিবী সর্বক্ষণ আপেলটিকে আকর্ষণ করছিল। সেইভাবেই পৃথিবী আর সমস্ত বস্তুকে আকর্ষণ করছে। যেহেতু ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান। সুতরাং বলা যেতে পারে যে পৃথিবী যাকে যতটা বলে আকর্ষণ করছে সে'ও পৃথিবীকে ঠিক ততটা বলে আকর্ষণ করছে। এভাবে চিন্তা করতে করতে নিউটন নিম্নলিখিত নিয়মটি আবিষ্কার করলেন।

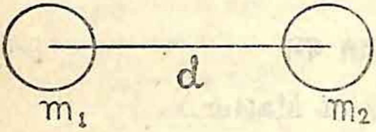
**বিশ্বের যে কোনো দুটি জড়বস্তু পরস্পরকে আকর্ষণ করছে এবং এই আকর্ষণের পরিমাণ বস্তু দুটির ভরের গুণফলের সমানুপাতী ও বস্তু দুটির ভরকেন্দ্রের মধ্যেকার দূরত্বের বর্গের বিষমানুপাতী।** আকর্ষণের বলের অভিমুখ হ'ল দুটি ভরকেন্দ্রের সংযোগকারী সরলরেখা।

এই আকর্ষণের বলকে **মহাকর্ষ** ( Gravitation ) বলে। নিয়মটির নাম হচ্ছে নিউটনের মহাকর্ষের নিয়ম। এই একটি নিয়মের সাহায্যে নিউটন জড়বিশ্বের সুদূর নক্ষত্রমণ্ডল নীহারিকা থেকে আরম্ভ ক'রে ক্ষুদ্রতম বস্তুকণা পর্যন্ত সকলকেই একই গাণিতিক সূত্রে গেঁথে দিলেন।

মহাকর্ষের নিয়মটিকে গণিতের সাহায্যে প্রকাশ করলে বোঝার সুবিধা হয়।

$m_1$ ও $m_2$ যদি দুটি বস্তুর ভর হয় যাদের ভরকেন্দ্রের মধ্যেকার দূরত্ব $d$ এবং উভয়ের মধ্যে মহাকর্ষের বলের পরিমাণ F হয় তাহ'লে, নিউটনের সূত্র হ'তে,

$$F \propto m_1 \times m_2, \text{ এবং } F \propto \frac{1}{d^2}$$



চিত্র 2.1

একত্রে, $F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \cdots \quad (1)$$

এখানে G একটি স্থিরাঙ্ক যার নাম হচ্ছে মহাকর্ষের গুণাঙ্ক বা **মহাকর্ষীয় ধ্রুবক** ( Gravitational Constant )। সি-জি-এস্ পদ্ধতিতে এই স্থির রাশিটির মান হ'ল $6{\cdot}67 \times 10^{-8}$ cm³/gm. sec².

মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল কেবল মাত্র বস্তু দুটির ভর ও তাদের মধ্যেকার দূরত্বের ওপর নির্ভর করে। বস্তু দুটির গঠন, প্রকৃতি ও আকৃতি অথবা মধ্যবর্তী মাধ্যমের ওপর নির্ভর করে না।

**1.2. মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্র, বিভব ও তীব্রতা** ( Gravitational field, Potential and Intensity ).

কোন বস্তুর চারদিকে যে অঞ্চলে তার মহাকর্ষীয় প্রভাব বা বল ক্রিয়া করে বস্তুটির তাকে **মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্র** ( Gravitational Field ) বলে।

মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বলের **তীব্রতা** ( Intensity ) বলতে সেই বিন্দুতে অবস্থিত একক ভরের একটি বস্তুকণার ওপর প্রযুক্ত বল বোঝায়। M ভরের কোন বস্তু হতে $d$ দূরত্বে মহাকর্ষীয় বলের তীব্রতা,

$$F = G\frac{M.1}{d^2} = \frac{GM}{d^2}$$

কোন বিন্দুতে তীব্রতা F হ'লে, সেই বিন্দুতে $m$ ভরের একটি বস্তু রাখলে তার ওপর মোট মহাকর্ষীয় বল হ'বে,

$$F \times m.$$

কোন জড়বস্তুর উপস্থিতি তার চারিপাশের অঞ্চলে এক বিশেষ গুণ বা বৈশিষ্ট্য আরোপ করছে, যার ফলে অন্য কোন জড়বস্তুকে সেখানে একস্থান থেকে অন্যস্থানে নিয়ে যেতে হলে কার্য করতে হয়। শূন্যস্থানে বা কোন মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্রের বাইরে কোন বস্তুকে একস্থান হতে অন্যস্থানে নিয়ে যেতে, কোন বলপ্রয়োগ করতে হয় না বা কার্য করতে হয় না। মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্রের এই বিশেষ গুণ বা

বৈশিষ্ট্যকে **বিভব** ( Potential ) বলে। একক ভরের কোন বস্তুকণা অনন্তদূর হতে মহাকর্ষীয় বলক্ষেত্রে কোন বিন্দুতে আনতে যে কার্য সম্পন্ন হয়, তার দ্বারাই ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব মাপা হয়। দুটি বিন্দুর মধ্যে মহাকর্ষীয় বিভব বৈষম্য হ'ল, একটি বিন্দু হতে অপর বিন্দুটিতে একটি একক ভরের বস্তুকণাকে নিয়ে যেতে হ'লে যে কার্য সম্পন্ন হয় তার পরিমাণ।

যেহেতু, কার্য = বল × দূরত্ব, সুতরাং দুটি নিকটস্থ বিন্দুর মধ্যে বৈভব বৈষম্য সেখানকার তীব্রতা ও বিন্দুটির দূরত্বের গুণফলের সমান হবে। হিসাব করে দেখান যায় যে, M ভরের কোন বস্তু হ'তে $d$ দূরত্বে কোন বিন্দুতে বিভব,

$$V = G\frac{M}{d}.$$

তীব্রতা একটি ভেক্টর রাশি এবং বিভব একটি স্কেলার রাশি। গাণিতিক ভাষায় তীব্রতা ও বিভবের সম্পর্ক হ'ল কোন বিন্দুতে কোন বিশেষ অভিমুখে মহাকর্ষীয় বলের তীব্রতা সেই অভিমুখে মহাকর্ষীয় বিভবের নতিমাত্রার ( Gradient ) ঋণাত্মক মানের সমান।

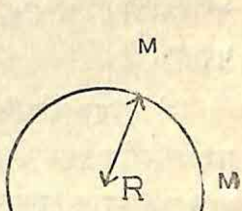
তীব্রতা = − বিভবের নতিমাত্রা, $\left[F_x = -\frac{dv}{dx}\right]$.

## 1.3. অভিকর্ষ ও অভিকর্ষীয় ত্বরণ ( Gravity and Acceleration due to Gravity ).

পৃথিবীর নিকটস্থ কোন বস্তুর ওপর পৃথিবীর যে আকর্ষণ তাকে **অভিকর্ষ** ( Gravity ) বলে। পৃথিবীর ভর M ও ব্যাসার্ধ R হ'লে, পৃথিবীপৃষ্ঠে অবস্থিত $m$ ভরের কোন বস্তুর উপর তার আকর্ষণ বল,

$$F = G\frac{Mm}{R^2}.$$

অন্য কোন বাধা না থাকলে এই আকর্ষণে বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে ক্রমবর্ধমান বেগে চলতে থাকবে। এই অভিকর্ষীয় বলের জন্য যে ত্বরণ উৎপন্ন হয়, তাকে **অভিকর্ষীয় ত্বরণ** (accelaration due to gravity) বলে এবং সাধারণতঃ $g$ অক্ষরটিকে এর প্রতীকরূপে ব্যবহার করা হয়। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হ'তে অভিকর্ষীয় ত্বরণ,




চিত্র 2.1

$$g = \frac{F}{m} = G\frac{M}{R^2} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \qquad (2)$$

পূর্বের সমীকরণে যেহেতু ডান দিকে G, M ও R প্রতিটিই স্থির রাশি, সুতরাং $g$ এর মান একটি স্থির রাশি এবং বস্তুর ভর $m$ এর ওপর নির্ভর করে না। তা'হলে দেখা যাচ্ছে যে কোন বস্তু কত তাড়াতাড়ি নীচের দিকে পড়ে তা তার ভরের ওপর মোটেই নির্ভর করে না।

আমরা জানি, $G = 6{\cdot}67 \times 10^{-8}\ \text{cm}^3/\text{gm. sec}^2$

$M = 5{\cdot}96 \times 10^{27}$ gm.

$R = 6{\cdot}367 \times 10^{8}$ cm.

$$\therefore \quad g = 6{\cdot}67 \times 10^{-8} \times \frac{5{\cdot}96 \times 10^{27}}{(6{\cdot}367 \times 10^{8})^2} = 980{\cdot}7\ \text{cm./sec}^2.$$

সাধারণভাবে সি-জি-এস্ পদ্ধতিতে $g$ এর মান 981 cm./sec$^2$ এবং এফ্-পি-এস্ পদ্ধতি $g$ এর মান 32 ft./sec$^2$ ধরা যেতে পারে।

## 1.4. পতনশীল বস্তু সংক্রান্ত সূত্র ( Laws of falling bodies ).

আগে ধারণা ছিল যে, ভারী বস্তু তাড়াতাড়ি পড়ে এবং হাল্কা বস্তু ধীরে ধীরে পড়ে। কিন্তু বস্তুর ভর যাই হোক না কেন বাধাহীন ভাবে পড়তে দেওয়া হ'লে সকলে বস্তুই সমানভাবে নীচের দিকে পড়বে। এই বিস্ময়কর সত্যটিকে গ্যালিলিও প্রথম 'পিসা'র হেলানো মিনার থেকে ভিন্ন ভর ও একই আয়তনের দুটি বস্তু ফেলে প্রমাণ করেন। এর থেকে গ্যালিলিও **পতনশীল বস্তুদের নিয়ম** (Laws of falling bodies) আবিষ্কার করেন। গ্যালিলিওর নিয়মগুলি হ'ল :

(১) পতনশীল বস্তুর বেগ ক্রমশ বাড়তে থাকে অর্থাৎ তার মধ্যে ত্বরণ উৎপন্ন হয়। প্রারম্ভিক বেগশূন্য হ'লে, $t$ সময় পরে বেগ $v = ft$. অর্থাৎ বেগ সময়ের সমানুপাতী। আবার, $t$ সময়ে সরণ $s = \frac{1}{2}ft^2$ অর্থাৎ সরণ সময়ের বর্গের সমানুপাতী।

(২) বস্তুর আকৃতি ও ভরের সঙ্গে এই ত্বরণের কোন সম্পর্ক নেই। অর্থাৎ সব পতনশীল বস্তুই সমান ত্বরণের সঙ্গে পৃথিবীপৃষ্ঠে পড়ে। অতএব একই উচ্চতা হতে দুটি বস্তুকে ফেল্‌লে তারা ঠিক একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাবে।

## 1.5. স্থানভেদে অভিকর্ষীয় ত্বরণের পরিবর্তন ( Variation of acceleration due to gravity ).

(ক) উচ্চতার সঙ্গে '$g$'-এর পরিবর্তন—

ভূপৃষ্ঠ হ'তে কোন বস্তুকে উর্ধ্বে নিয়ে গেলে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে তার দূরত্ব বৃদ্ধি

পায়, ফলে অভিকর্ষের আকর্ষণ কমে যায় এবং সেজন্য $g$-এর মান-ও কমে। ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g$ এবং ভূপৃষ্ঠ হ'তে $h$ উচ্চতায় এই মান $g'$ হলে,

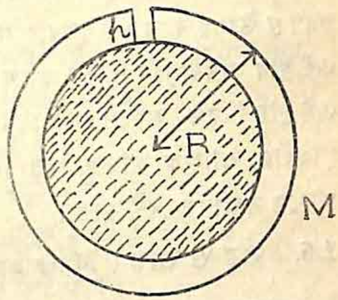
$$g = G\frac{M}{R^2} \text{ এবং } g' = G\frac{M}{(R+h)^2}$$

$$\therefore \quad \frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{R^2}{R^2\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = \left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} = 1 - \frac{2h}{R}, \text{ যদি } h \leqslant R \text{ হয়}$$

$$\therefore \quad g' = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

(খ) ভূনিম্নে গভীরতার সঙ্গে '$g$' এর পরিবর্তন—

ভূনিম্নে $h$ গভীরতায় কোন বস্তুর ওপর পৃথিবীর বহিরাংশের $h$ বেধের খোলকের কোন আকর্ষণ থাকবে না ( চিত্র 2.3 ), কেবলমাত্র $(R-h)$ ব্যাসার্ধের পৃথিবীর ভিতরের অংশ বস্তুটিকে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করবে। ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g$ এবং ভূনিম্নে $h$ গভীরতায় এই মান $g'$ হ'লে,



চিত্র 2.3

$$g = G\frac{M}{R^2} = G\frac{\frac{4}{3}\pi R^3 D}{R^2} = \tfrac{4}{3}\pi R D$$

$$g' = G\tfrac{4}{3}\pi(R-h)D$$

পৃথিবীকে D ঘনত্বের একটি সমসত্ত্ব গোলক ধরা হয়েছে।

$$\therefore \quad \frac{g'}{g} = \frac{R-h}{R} = 1 - \frac{h}{R}$$

$$\therefore \quad g' = g\left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

সুতরাং অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান গভীরতা বৃদ্ধির সঙ্গে কমতে থাকে।

(গ) অক্ষাংশের সঙ্গে '$g$' এর পরিবর্তন—

আমরা জানি, পৃথিবীর আকার ঠিক গোলাকার নয়, উত্তর-দক্ষিণে কিছুটা চাপা। সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্র হতে তার ওপর অবস্থিত কোন বস্তুর দূরত্ব সব জায়গায় সমান নয়। এই দূরত্ব নিরক্ষ ( equator ) অঞ্চলে সবচেয়ে বেশী এবং উত্তর দক্ষিণ মেরুতে সবচেয়ে কম। সুতরাং $g$-এর মান মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশী

এবং নিরক্ষ অঞ্চলে সবচেয়ে কম। নিরক্ষ অঞ্চল হতে যত মেরু অঞ্চলের দিকে যাওয়া যাবে অর্থাৎ অক্ষাংশ ( latitude ) যত বৃদ্ধি পাবে, ভূকেন্দ্র হতে দূরত্ব তত কমবে এবং $g$-এর মান তত বৃদ্ধি পেতে থাকবে।

(ঘ) পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য '$g$' এর পরিবর্তন—

পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য পৃথিবীর সঙ্গে সঙ্গে পৃথিবীর উপস্থিত সকল বস্তু-ও পৃথিবীর অক্ষের চারদিকে বৃত্তাকার পথে একই কৌণিক বেগে ঘুরছে। এই ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্রীক বল বস্তুর ওপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল হইতে পাওয়া যায়। সুতরাং অভিকর্ষীয় বলের পূর্ণ মান ত্বরণ '$g$' উৎপন্ন করতে সক্ষম হয় না। কোন বস্তুর ওপর পৃথিবীর মোট আকর্ষণ বল হ'তে, তার ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্রীক বলের পৃথিবীর কেন্দ্র অভিমুখের উপাংশ বাদ দিলে অবশিষ্ট অংশ ঐ ত্বরণ $g$ উৎপন্ন করে। সুতরাং আহ্নিক গতির জন্য $g$-এর মান হ্রাস পায়। আবার এই হ্রাস পৃথিবীপৃষ্ঠে বিভিন্ন স্থানে সমান নয়। গণিতের সাহায্যে দেখান যায় যে, এই হ্রাস নিরক্ষ অঞ্চলে সবচেয়ে বেশী ও মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে কম। সুতরাং পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য নিরক্ষ অঞ্চলে $g$ এর মান সবচেয়ে কম এবং মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে বেশী হবে।

## 1.6. **ভর ও ভার** ( Mass and Weight ).

আমরা দেখেছি যে, $m$ ভরের একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে থাকলে পৃথিবী ও বস্তুটির মধ্যে একটি আকর্ষণ বল কাজ করে। অভিকর্ষের জন্য বস্তুর ওপর এই যে আকর্ষণ বল কাজ করে তাকেই আমরা বস্তুর **ভার** বা **ওজন** ( weight ) বলে থাকি। এই আকর্ষণ বল বা ওজন,

$$W = G\frac{Mm}{R^2} = mg.$$

যেহেতু ভূ-পৃষ্ঠে $g$-এর মানকে মোটামুটি একটি স্থিরাঙ্ক ধরা যেতে পারে, সুতরাং ভার W সর্বদাই ভর $m$-এর সমানুপাতী। বস্তুতঃ ভরের মান আমাদের ইন্দ্রিয়গ্রাহ্য নয়, আমরা কেবল ভার অর্থাৎ নীচের দিকে বস্তুর ওপর আকর্ষণ বলকেই অনুভব করতে পারি। তবে সুবিধা এই যে, যেহেতু ভর W ভার $m$ এর সমানুপাতী, সুতরাং দাঁড়িপাল্লায় যদি দুদিকের ওজন সমান দেখা যায় তার অর্থ এই দাঁড়ায় যে দুদিকের বস্তুর ভর-ও সমান। কিন্তু স্প্রিং-তুলা ( spring balance ) এর বেলায় একটু অসুবিধা এই যে এখানে সরাসরি বস্তুর আকর্ষণের জন্য স্প্রিং-এর প্রসারণ মাপা হয়। বিভিন্ন স্থানে $g$-এর মানের কিছু পার্থক্য থাকে। সুতরাং একই ভরের বস্তুকে

বিভিন্ন স্থানে ওজন করলে স্প্রিং-তুলায় তার ওজন আলাদা আলাদা হতে দেখা যাবে। অতএব বলা যায় যে, বস্তুর ভর তার অন্তর্নিহিত একটি বৈশিষ্ট্য, যা অপরিবর্তনীয়। কিন্তু ভার অভিকর্ষের ওপর নির্ভরশীল ব'লে স্থানে স্থানে তার মান ভিন্ন হতে পারে।

## 1.7. বলের অভিকর্ষীয় একক ( Gravitational Unit of Force ).

ইতিপূর্বে আমরা বলের চরম বা নিরপেক্ষ এককের কথা আলোচনা করেছি। এখানে আমরা অভিকর্ষ অর্থাৎ পৃথিবীর আকর্ষণ দ্বারা নির্ণীত বলের যে অন্য একটি এককের বিষয়ে আলোচনা করব, তাহ'ল অভিকর্ষীয় একক। পৃথিবী একক ভরের কোন বস্তুকে যে বল দ্বারা আকর্ষণ করে সেটাই হ'ল বলের **অভিকর্ষীয় একক** ( Gravitational )।

সি-জি-এস্ পদ্ধতিতে, এই একক হ'ল **গ্রাম-ভার** ( gm. wt. ) অর্থাৎ এক গ্রাম ভরের একটি বস্তুর ভার। $g$-এর মান 981 cm./sec.$^2$ ধরলে,

∴ 1 গ্রাম-ভার $=$ 1 গ্রাম $\times$ 981 সেমি./সেকেণ্ড$^2$ $=$ 931 ডাইন।

এফ্-পি-এস্ পদ্ধতিতে এই একক হ'ল **পাউণ্ড-ভার** ( lb. wt. ) অর্থাৎ এক পাউণ্ড ভরের একটি বস্তুর ভার। $g$-এর মান 32 ft./sec.$^2$ ধরলে,

1 পাউণ্ড-ভার $=$ 1 পাউণ্ড $\times$ 32 ফুট/সেকেণ্ড$^2$ $=$ 32 পাউণ্ডাল।

এম্-কে-এস্ পদ্ধতিতে এই একক হ'ল **কিলোগ্রাম-ভার** ( kg. wt. ) অর্থাৎ এক কিলোগ্রাম ভরের একটি বস্তুর ভার। $g$-এর মান 9·81 meters/sec.$^2$ ধরলে,

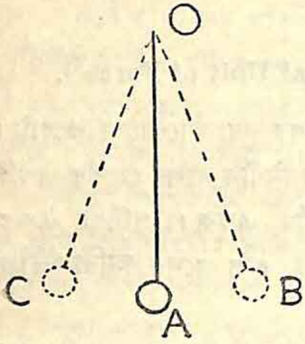
1 কিলোগ্রাম ভার $=$ 1 কিলোগ্রাম $\times$ 9·81 মিটার/সেকেণ্ড$^2$ $=$ 9·81 নিউটন।

অতএব অভিকর্ষীয় এককে বলের মানকে নিরপেক্ষ এককে প্রকাশ করতে হ'লে $g$ দিয়ে গুণ করতে হবে এবং নিরপেক্ষ এককে বলের মানকে অভিকর্ষীয় এককে প্রকাশ করতে হলে $g$ দিয়ে ভাগ করতে হবে।

## 1.8. সরল দোলক ( Simple Pendulum ).

একটি সূতার সাহায্যে একটি আংটা বা হুক O হতে একটি ভারী ছোট ধাতুর গোলক A ঝোলান রয়েছে। এখন যদি গোলকটিকে একদিকে B স্থান পর্যন্ত একটু টেনে এনে ছেড়ে দেওয়া হয় তাহ'লে দেখা যাবে যে, গোলকটি তার প্রারম্ভিক স্থান পেরিয়ে উল্টা দিকে C পর্যন্ত চলে যাবে এবং সেখানে এক মুহূর্তের জন্য থেমে আবার আগের পথে ফিরে স্থান B পর্যন্ত পৌঁছাবে এবং এভাবে B থেকে C ও C থেকে B পর্যন্ত দুলতে থাকবে। অবশ্য হাওয়ার ঘর্ষণের জন্য ক্রমশঃ গোলকটির দুদিকের

দুটি চরম অবস্থান B ও C-র মধ্যেকার দূরত্ব কমতে থাকবে। কিন্তু তাহলেও দেখা যাবে যে B থেকে C অবধি যাবার সময় অপরিবর্তিত থাকবে। সূতা সমেত এই দোলায়মান গোলকটিকে **সরল দোলক** ( Simple Pendulum ) এবং গোলকটিকে **দোলক পিণ্ড** ( bob ) বলে। যখন সূতাটির অবস্থান AO অর্থাৎ উলম্ব থাকে তখন তাকে দোলকের স্থির বা মধ্য অবস্থান ( mean position ) বলে। দোলকপিণ্ডটি স্থির অবস্থা হতে সর্বাপেক্ষা দূরত্বে যতটা যায় তাকে দোলনের **বিস্তার** ( Amplitude ) বলে অর্থাৎ ছবিতে মধ্য অবস্থান A হতে চরম অবস্থান B বা C-এর দূরত্ব হ'ল এই বিস্তার। অনেক সময়ে AOB বা AOC কোণ দিয়েও বিস্তার বোঝান হয় এবং এই কোণকে **কৌণিক বিস্তার** ( Angular Amplitude ) বলে।




চিত্র 2.4

একটি চরম অবস্থান B থেকে যাত্রা ক'রে C পর্যন্ত গিয়ে আবার পূর্বস্থানে B তে ফিরে আসাকে একটি **সম্পূর্ণ দোলন** ( complete oscillation ) বলে। একটি সম্পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করতে যে সময় লাগে তা'কে দোলকের **দোলনকাল** ( Time Period ) বলে। এক সেকেণ্ডে যতবার সম্পূর্ণ দোলন হয় তা'কে **কম্পাঙ্ক** ( Frequency ) বলে। দোলন কাল T ও কম্পাঙ্ক $n$ হ'লে,

$$n=\frac{1}{T} \text{ বা } T=\frac{1}{n} \text{ হবে।}$$

O বিন্দু হ'তে দোলকপিণ্ডের ভরকেন্দ্রের দূরত্বকে দোলকের **কার্যকরী-দৈর্ঘ্য** ( Effective length ) বলে।

গণিতের সাহায্যে বাস্তব দোলকের দোলনের আলোচনায় কিছু অসুবিধা রয়েছে। সেজন্য আলোচনার সুবিধার জন্য আমরা আদর্শ দোলকের কল্পনা করে থাকি। এই কল্পিত দোলকের সূতার ওজন নেই; এই সূতা টানলে বাড়ে না এবং বাঁকাতে বলপ্রয়োগ করতে হয় না। দোলকের পিণ্ডটি আয়তনহীন ভরবিশিষ্ট একটি কণামাত্র। এরূপ একটি কল্পিত দোলককে **আদর্শ-সরল দোলক** ( Ideal Simple Pendulum ) বলে।

## 1.9. সরল দোলকের সূত্র ( Laws of Simple Pendulum ).

সরল দোলকের দোলনের বিশেষত্বগুলি গ্যালিলিও সর্বপ্রথম কয়েকটি সূত্রের দ্বারা লিপিবদ্ধ করেন। সরল দোলকের সূত্রগুলি হ'ল,

**প্রথম সূত্র ঃ** সম দোলনকালের সূত্র—দোলনের বিস্তার কম থাকলে ( কৌণিক বিস্তার 4 ডিগ্রীর কম ) দোলকের দোলনকাল তার বিস্তারের ওপর নির্ভর করে না।

**দ্বিতীয় সূত্র ঃ** দৈর্ঘ্যের সূত্র—একই স্থানে একটি দোলকের দোলনকাল ( T ) তার কার্য্যকরী দৈর্ঘ্যের ( $l$ ) বর্গমূলের সমানুপাতী অর্থাৎ $T \propto \sqrt{l}$, $g$ যদি স্থির থাকে।

**তৃতীয় সূত্র ঃ** অভিকর্ষীয় ত্বরণের সূত্র—কার্যকরী দৈর্ঘ্য একই থাকলে বিভিন্ন-স্থানে দোলকের দোলনকাল (T) অভিকর্ষীয় ত্বরণের ($g$) বর্গমূলের বিষমানুপাতিক অর্থাৎ, $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$, $l$ যদি স্থির থাকে।

**চতুর্থ সূত্র ঃ** দোলকপিণ্ড বিষয়ক সূত্র—দোলকপিণ্ডের ভার, আকার বা উপাদানের ওপর দোলনকাল নির্ভর করে না।

দ্বিতীয় ও তৃতীয় সূত্র একত্রিত করে লেখা যায় যে,

$$T \propto \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\therefore \quad T = k\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots(3)$$

এখানে $k$ একটি ধ্রুবক এবং গণিতের সাহায্যে এর মান পাওয়া যায় $2\pi$

$$\therefore \ T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

## 1.10. দোলনের সূত্রগুলির পরীক্ষামূলক প্রমাণ ( Experimental Verification of the Laws of Pendulum ).

(১) একটি লোহা বা পিতলের ছোট ভারী গোলক নিয়ে তাকে একটি লম্বা সূতার সাহায্যে ঝুলিয়ে একটা দোলক প্রস্তুত করা হ'ল। দোলকপিণ্ডটিকে একপাশে অল্প একটু টেনে ছেড়ে দিলে দোলকটি দুলতে শুরু করল। একটা ঘড়ির সাহায্যে 20 বা 30 টা সম্পূর্ণ দোলনের মোট সময় নির্ণয় ক'রে তার থেকে

দোলনকাল অর্থাৎ একবার পূর্ণ দোলনে কত সময় লাগে বার করা হ'ল। এবার দোলনের বিস্তার সামান্য কমিয়ে বা বাড়িয়ে আগের মত দোলনকাল মাপা হ'ল। দেখা যাবে যে প্রতিবারেই দোলনকাল সমান। খেয়াল রাখতে হবে যেন কৌণিক বিস্তার 4 ডিগ্রীর বেশী না হয়। এভাবে প্রথম সূত্র প্রমাণিত হ'ল।

(২) যেহেতু গোলাকার পিণ্ডের ভারকেন্দ্র তার কেন্দ্রে অবস্থিত, দোলকের সূতার দৈর্ঘ্যের সঙ্গে পিণ্ডের ব্যাসার্ধ যোগ করলে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়। আগের মত একটি দোলক ঝুলিয়ে একটি ঘড়ির সাহায্যে তার দোলনকাল ($T_1$) মাপা হ'ল। একটি স্কেলের সাহায্যে সূতার দৈর্ঘ্য মেপে ও একটি স্লাইড ক্যালিপারের সাহায্যে পিণ্ডের ব্যাসার্ধ মেপে, যোগ ক'রে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য ($l_1$) নির্ণয় করা হ'ল। সূতার দৈর্ঘ্য কয়েকবার পরিবর্তন ক'রে একই স্থানে প্রতিবারে একইভাবে কার্যকরী দৈর্ঘ্য ($l_2, l_3 \cdots$) ও দোলনকাল ($T_2, T_3, \cdots$) নির্ণয় করা হ'ল।

প্রকৃত পরীক্ষা হতে দেখা যাবে যে, $\frac{T_1^2}{l_1}$, $\frac{T_2^2}{l_2}$, $\frac{T_3^2}{l_3}$ প্রভৃতির মান সর্বদা সমান।

অর্থাৎ $\frac{T_1}{\sqrt{l_1}} = \frac{T_2}{\sqrt{l_2}} = \frac{T_3}{\sqrt{l_3}} =$ একটি ধ্রুবক।

$\therefore$ $T \propto \sqrt{l}$, সুতরাং দ্বিতীয় সূত্র প্রমাণিত হ'ল।

(৩) দোলকটির দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত রেখে বিভিন্নস্থানে নিয়ে গিয়ে প্রত্যেক জায়গায় তার দোলনকাল নির্ণয় করা হল। যদি স্থানগুলিতে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান $g_1, g_2, g_3$ ইত্যাদি হয় ও দোলনকাল যথাক্রমে $T_1, T_2, T_3$ ইত্যাদি হয় তা'হলে প্রকৃত পরীক্ষা হতে দেখা যাবে যে $T_1^2 \cdot g_1$, $T_2^2 \cdot g_2$, $T_3^2 \cdot g_3$ প্রভৃতির মান সমান। অর্থাৎ

$$T_1 \sqrt{g_1} = T_2 \sqrt{g_2} = T_3 \sqrt{g_3} = \text{একটি ধ্রুবক।}$$

$\therefore$ $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$, সুতরাং তৃতীয় সূত্রটি প্রমাণিত হ'ল।

(৪) দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য সমান রেখে বিভিন্ন ওজনের, বিভিন্ন আকারের ও বিভিন্ন পদার্থের দোলকপিণ্ড ব্যবহার ক'রে প্রত্যেকবারে দোলনকাল মাপা হ'ল। প্রকৃত পরীক্ষা হতে দেখা যাবে যে, প্রতিবারেই দোলন-কাল একই হচ্ছে। এর দ্বারা চতুর্থ সূত্র প্রমাণিত হ'ল।

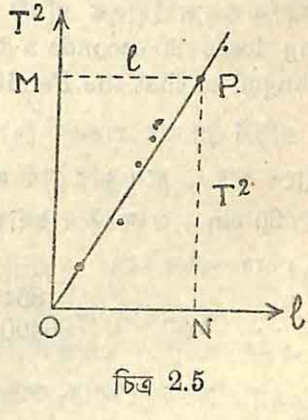
**1.11.** পরীক্ষাগারে 'g'এর মান নির্ণয় ( Experimental determination of '$g$' ).

একটি সরল দোলকের সাহায্যে পরীক্ষাগারে অভিকর্ষীয় ত্বরণ g এর মান সহজেই নির্ণয় করা যায়। আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{বা} \quad g = 4\pi^2\frac{l}{T^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

একটি লোহা বা পিতলের ছোট ভারী গোলক নিয়ে তাকে একটি লম্বা সূতার সাহায্যে ঝুলিয়ে একটা দোলক প্রস্তুত করা হ'ল। একটি স্লাইড ক্যালিপারের সাহায্যে দোলকপিণ্ডটির ব্যাস মেপে তার ব্যাসার্ধ বার করা হ'ল। স্কেলের সাহায্যে ঝুলন বিন্দু হতে পিণ্ডের উপরিভাগ পর্যন্ত সূতার দৈর্ঘ্য মেপে তার সঙ্গে পিণ্ডের ব্যাসার্ধ যোগ ক'রে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হ'ল। এবার পিণ্ডটিকে একপাশে সামান্য একটু টেনে ছেড়ে দিলে দোলকটি দুলতে শুরু করল। একটি ঘড়ির সাহায্যে 20 বা 30 টা সম্পূর্ণ দোলনের মোট সময় নির্ণয় ক'রে তার থেকে দোলনকাল বার করা হ'ল। 4নং সমীকরণে এই দোলনকাল T ও দৈর্ঘ্য $l$ এর মান বসিয়ে $g$ গণনা করা যায়।

এভাবে সূতার দৈর্ঘ্য চার পাঁচবার পরিবর্তন ক'রে প্রতিবারে দৈর্ঘ্য $l$ ও দোলনকাল T মাপা হ'ল। এই $l$ ও T এর বিভিন্ন যুগ্ম মান হ'তে গড় $g$ নির্ণয় করা হয়। $\frac{l}{T^2}$ এর গড় মান নির্ণয় করার জন্য একটি লেখচিত্রে, ( যার $x$-অক্ষ $l$ ও $y$-অক্ষ $T^2$ নির্দেশ করে ) পরীক্ষালব্ধ মানগুলি নিয়ে ($l$, $T^2$) বিন্দুগুলি বসান হ'ল ( চিত্র 2.5 )। এই বিন্দুগুলি যোগ ক'রে গড় সরলরেখা OP টানা হ'ল। এই সরলরেখা OP তে যে কোন বিন্দু Pর ভুজ ও কোটি নির্ণয় করে, তাদের ভাগ করলে গড় $\frac{l}{T^2}$ $\left(=\frac{PM}{PN}\right)$ পাওয়া যাবে। (4) নং সমীকরণে $\frac{l}{T^2}$ এর এই গড়মান বসিয়ে গণনা ক'রে $g$ এর মান নির্ণয় করা হয়। এই পরীক্ষার সময় খেয়াল রাখতে হবে যে দোলকের বিস্তার যেন বেশী না হয়।



চিত্র 2.5

**1.12. সেকেণ্ড-দোলক ( Seconds Pendulum ).**

যে দোলকের দোলনকাল দুই সেকেণ্ড তাকে সেকেণ্ড-দোলক বলা হয়। 3নং সমীকরণ হতে আমরা সহজেই একটি সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে পারি।

যেযেতু $T = 2$ secs,

$$\therefore \quad 2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{বা} \quad l = \frac{g}{\pi^2}$$

$g$ এর মান 980 cm./sec$^2$ ধরলে, $l = \frac{980}{31{\cdot}4 \times 3{\cdot}14} = 99.26$ cms.

স্থানভেদে দোলকের দৈর্ঘ্য স্থির থাকলেও $g$ এর পরিবর্তনের জন্য দোলনকাল পরিবর্তিত হবে। কাজে কাজেই একই দোলক পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে নিয়ে গেলে কোথাও দ্রুত, কোথাও ধীরে চলবে। $g$ বৃদ্ধি পেলে $T$ হ্রাস পাবে অর্থাৎ দোলকটি দ্রুত চলবে আবার $g$ হ্রাস পেলে $T$ বৃদ্ধি পাবে সুতরাং দোলকটি ধীরে চলবে। সেরকম যদি একই স্থানে দৈর্ঘ্য $l$ বৃদ্ধি পায় তাহলে $T$ বৃদ্ধি পাওয়ার জন্য দোলকটি ধীরে চলবে আবার $l$ হ্রাস পেলে, $T$ কমে যাওয়ার জন্য দোলকটি দ্রুত চলবে।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

96 cm. দীর্ঘ একটি দোলক ঘড়ি দিনে 20 সেকেণ্ড স্লো যায়। দৈর্ঘ্য কতটা পরিবর্তন করলে দোলক ঘড়িটি সঠিক সময় দেবে? [ A Pendulum 96 cm. long loses 20 seconds a day. Find how much its length to be changed so that the Pendulum clock gives correct time ? ]

ঘড়িটি স্লো যায় অতএব দোলনকাল বেশী। দোলনকাল কমাবার জন্য দৈর্ঘ্য কমাতে হবে। মনে করি দৈর্ঘ্য $x$ cm. কমালে ঘড়িটি ঠিক সময় দেবে। যখন দৈর্ঘ্য 96 cm. তখন দিনে অর্থাৎ $24 \times 60 \times 60$ বা 86400 সেকেণ্ডে ( 86400 − 20 ) বার স্পন্দন হয়।

$$\therefore \text{ স্পন্দনকাল } = \frac{86400}{86400 - 20} = \pi\sqrt{\frac{96}{g}},$$ [ স্পন্দনকাল, দোলনকালের অর্ধেক ]

সঠিক দৈর্ঘ্যের বেলায়, $$\text{স্পন্দনকাল } = \frac{86400}{86400} = \pi\sqrt{\frac{96 - x}{g}}$$

ভাগ করলে, $$\frac{86400 - 20}{86400} = \sqrt{\frac{96 - x}{96}} = \left(1 - \frac{x}{96}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা} \quad 1 - \frac{20}{86400} = 1 - \frac{1}{2}\frac{x}{96} \qquad [\because \; x \leqslant 96]$$

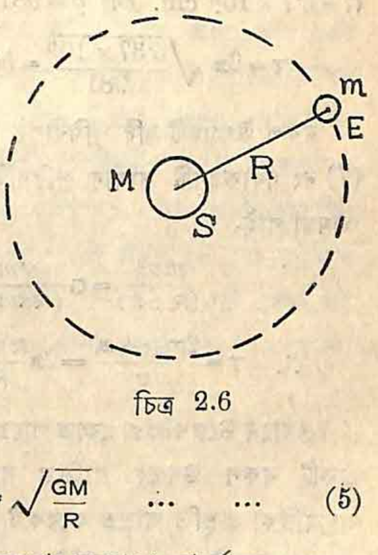
$$\text{বা} \quad \frac{20}{86400} = \frac{1}{2}\frac{x}{96} \quad \therefore \quad x = \frac{20}{86400} \times 2 \times 96 = \frac{4}{90}\text{cm} = \frac{4}{9}\text{mm}.$$

## 1.13 গ্রহ ও উপগ্রহের গতি ( Motion of Planets and Satellites ).

সূর্যের চারদিকে পৃথিবী বা অন্যান্য গ্রহ যে ঘুরছে অথবা পৃথিবীর চারদিকে তার উপগ্রহ চন্দ্র যে ঘুরছে, এ সকল গতি কিভাবে সম্ভব হচ্ছে? আমরা দেখেছি যে ঘূর্ণনের জন্য অভিকেন্দ্রিক বলের প্রয়োজন হয়। নিউটনের মহাকর্ষ নিয়মের সাহায্যে গ্রহ উপগ্রহাদির এই গতির ব্যাখ্যা পাওয়া যায় এবং গতি সম্বন্ধীয় বিভিন্ন গণনা করা যায়। গণনাকে সরল করার জন্য আমরা ধরে নেব যে এই সকল গতি বৃত্তাকার পথে হচ্ছে।

মনে করি, সূর্য S এর ভর M এবং তার চারদিকে পৃথিবী E ঘুরছে। পৃথিবীর ভর, ধরা যাক, $m$ এবং তার বৃত্তাকার কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, ধরা যাক, R অর্থাৎ সূর্যের ভরকেন্দ্র হতে পৃথিবীর ভরকেন্দ্রের দূরত্ব R. বৃত্তাকার পথে পৃথিবীর দ্রুতি যদি $v$ হয় তাহ'লে, অভিকেন্দ্রিক বল $=\frac{mv^2}{R}$.

এক্ষেত্রে এই অভিকেন্দ্রিক বলের উৎস হচ্ছে সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যে মহাকর্ষ এবং এই মহাকর্ষ বল হ'ল $G\frac{Mm}{R^2}$



চিত্র 2.6

যেহেতু এই গতির সর্ত অনুযায়ী মহাকর্ষ বল ও অভিকেন্দ্রিক বল পরস্পর সমান।

$$\therefore\ G\frac{Mm}{R^2}=\frac{mv^2}{R}$$

$$\text{বা}\ v^2=\frac{GM}{R} \qquad \therefore\ v=\sqrt{\frac{GM}{R}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (5)$$

যেহেতু পৃথিবীর কক্ষপথের পরিধি $=2\pi R$, সুতরাং কক্ষপথে আবর্তনের সময়,

$$T=\frac{2\pi R}{v} \quad \text{বা} \quad T^2=\frac{4\pi^2R^2}{v^2}=4\pi^2R^2\times\frac{R}{GM}=\frac{4\pi R^3}{GM} \quad \ldots \quad (6)$$

উপরের সমীকরণ থেকে জানতে পারি যে, গ্রহের কক্ষপথে আবর্তনের দ্রুতি, সূর্য থেকে তার দূরত্বের বর্গমূলের বিষমানুপাতিক এবং আবর্তনকালের সময়ের বর্গ এই দূরত্বের ঘনমানের সমানুপাতিক। উপগ্রহের আবর্তনের ক্ষেত্রেও একইভাবে S গ্রহ ও E উপগ্রহ ধ'রে উপরের সমীকরণ হতে আবর্তন বেগ ও আবর্তন কাল নির্ণয় করা যায়।

**নকল উপগ্রহ ( artificial satellites ) ঃ**

একটি নকল উপগ্রহ পৃথিবীপৃষ্ঠের এত কাছাকাছি ঘোরে যে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে তার দূরত্ব প্রায় পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান। যেহেতু নকল উপগ্রহের অভিকেন্দ্রিক বল, পৃথিবী ও উপগ্রহটির মধ্যে অভিকর্ষ বলের সমান,

$$m\frac{v^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2} = mg \qquad \therefore \quad g = \frac{GM}{R^2}$$

এখানে, M = পৃথিবীর ভর, $m$ = নকল উপগ্রহের ভর, R = পৃথিবীর ব্যাসার্দ্ধ এবং $g$ = পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ।

$$\text{আবর্তনের পর্যায়কাল, } T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi R\frac{1}{\sqrt{gR}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} \quad \ldots \quad (7)$$

$R = 6{\cdot}7 \times 10^8$ cm. এবং $g = 981$ cm./sec$^2$ ধরলে,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{6{\cdot}37 \times 10^8}{981}} = 5064 \text{ sec.} = 1 \text{ hr. } 24 \text{ min. ( প্রায় )}$$

নকল উপগ্রহটি যদি পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে অনেকটা ওপরে ঘোরে তাহ'লে উপরের (7) নং সমীকরণটি সামান্য পরিবর্তিত হবে। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে উচ্চতা $x$ হ'লে, আমরা পাই,

$$\frac{mv^2}{(R+x)} = G\frac{Mm}{(R+x)^2} = mg\frac{R^2}{(R+x)^2} \quad \text{বা} \quad v^2 = \frac{gR^2}{(R+x)}$$

$$\therefore \quad T = \frac{2\pi(R+x)}{v} = 2\pi\frac{R+x}{R}\sqrt{\frac{R+x}{g}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8)$$

এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, 1957 সালের অক্টোবর মাসে রাশিয়া প্রথম একটি নকল উপগ্রহ পাঠিয়ে সারা বিশ্বকে চমকিত করে দিয়েছিল। তারপর আমেরিকা প্রভৃতি আরও কয়েকটি দেশ-ও আরও অনেক বড় ও উন্নত ধরনের উপগ্রহ আকাশে পাঠিয়েছে। 1975 সালের 19শে এপ্রিল ভারত তার প্রথম উপগ্রহ 'আর্যভট' আকাশে পাঠিয়ে পৃথিবীর ১১টি এধরনের দেশের অন্যতম হতে পেরেছে।

**1.14. কেপলারের সূত্রাবলী** ( Kepler's laws ).

আমরা পূর্বে ধরে নিয়েছিলাম যে গ্রহের গতিপথ বৃত্তাকার। ডেনমার্কের জ্যোতির্বিদ টাইকো ব্রাহি বহু বৎসর ধরে বিভিন্ন গ্রহের অবস্থান মাপেন। তাঁর সংগৃহীত তথ্য বিশ্লেষণ ক'রে এবং নিজের পর্যবেক্ষণ দ্বারা তাঁর সহকারী কেপলার গ্রহের গতিসংক্রান্ত কতকগুলি সূত্র আবিষ্কার করেন। **কেপলারের সূত্রগুলি** ( Kepler's laws ) হ'ল—

(১) গ্রহগুলি সূর্যের চারদিকে উপবৃত্তাকার পথে ঘুরছে। উপবৃত্তের একটি ফোকাসে ( focus ) সূর্য অবস্থিত।

(২) কক্ষপথে বিভিন্নস্থানে গ্রহের দ্রুতি এমনভাবে পরিবর্তিত হতে থাকে যে যদি সূর্য থেকে গ্রহ পর্যন্ত একটি সরলরেখা কল্পনা করা যায় তাহ'লে রেখাটি প্রতি সেকেণ্ডে সমান ক্ষেত্রফল বর্ণনা করে।

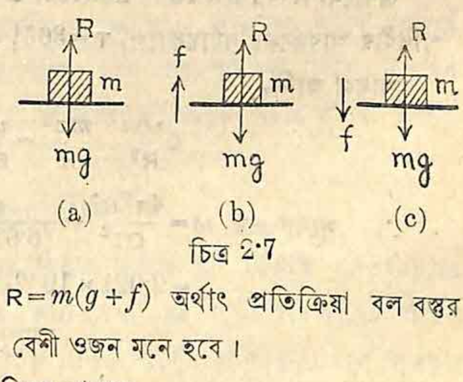
(৩) যে কোন গ্রহের উপবৃত্তপথে পরিক্রমণের পর্যায়কালের বর্গ, সূর্য থেকে তার গড় দূরত্বের ঘনমানের সমানুপাতিক।

কেপলারের সূত্রগুলি হ'তে গ্রহের গতির সুষ্ঠু বর্ণনা পাওয়া যায়।

**1.15. নকল উপগ্রহে ভারহীনতা** ( Weightlessness in artificial Satellite ).

নকল উপগ্রহের মধ্যে কোন আরোহীর মনে হবে না যে তার কোন ওজন আছে। পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য মাটিতে যে চাপ দিচ্ছি তারই প্রতিক্রিয়া বল আমাদের নিজেদের ওজনের অনুভূতি যোগায়। কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহে অভিকর্ষের বল, উপগ্রহটিকে বৃত্তাকার পথে ঘোরানোর জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্রিক বল সরবরাহ করছে। সেজন্য আরোহী ও উপগ্রহের মেঝের মধ্যে কোন প্রতিক্রিয়া বল নেই। একারণে আরোহী ভারহীনতা অনুভব করে। এই উপগ্রহের ভিতরে কোন আরোহী যদি চশমা খুলে শূন্যে চশমাটি রেখে দেয়, তাহলে চশমাটি সেস্থানেই ( আরোহীর নির্দেশতন্ত্রে ) স্থির হয়ে থেকে যাবে, কোনদিকে নড়বে না, কেননা তার ওপর কোন বল কাজ করছে না।

লিফটে নামার সময়-ও এই ভারহীনতা আমরা লক্ষ্য করে থাকি। ( চিত্র 2.7 ) হ'তে (a) স্থির অবস্থায়, প্রতিক্রিয়া বল, $R = mg$ = প্রকৃত ওজন।



চিত্র 2·7

(b) লিফটটি যখন $f$ ত্বরণে ওপর দিকে উঠছে, নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হতে, বস্তুর গতি বিবেচনা করলে, $R - mg = mf$ বা $R = m(g+f)$ অর্থাৎ প্রতিক্রিয়া বল বস্তুর প্রকৃত ওজনের $(mg)$ চেয়ে বেশী অর্থাৎ বেশী ওজন মনে হবে।

(c) লিফটটি যখন $f$ ত্বরণে নীচের দিকে নামছে,

$$mg - R = mf \text{ বা } R = m(g-f)$$

অর্থাৎ প্রতিক্রিয়া বল বস্তুর প্রকৃত ওজনের ($mg$) চেয়ে কম অর্থাৎ ওজন কম মনে হবে। এখন লিফট্‌টি যদি $g$ এর সমান ত্বরণে নীচের দিকে নামে তাহ'লে প্রতিক্রিয়া বল শূন্য হবে অর্থাৎ বস্তুটি ভারহীনতা অনুভব করবে।

**1.16. পলায়নের বেগ** ( Escape Velocity ).

একটি ঢিলকে ওপরে ছুঁড়ে দিলে কিছুদূর গিয়ে সেটা ফিরে আসে। আরও জোরে ছুঁড়লে ঢিলটা আরও ওপরে গিয়ে ফিরে আসবে। সর্বনিম্ন যে বেগে ছুঁড়ে দিলে বস্তুটি পৃথিবীর আকর্ষণ সম্পূর্ণ উপেক্ষা ক'রে মহাশূন্যে চলে যায় তাকে **পলায়নের বেগ** ( escape velocity ) বলে। ছুঁড়ে দেওয়ার সময় যে গতিশক্তি বস্তুটিতে দেওয়া, তার সাহায্যেই বস্তুটি অভিকর্ষীয় আকর্ষণের বিরুদ্ধে ওপরে উঠতে পারে। এই গতিশক্তি যদি পৃথিবীর আকর্ষণ সম্পূর্ণরূপে ভেদ ক'রে যাবার পক্ষে যথেষ্ট হয় তাহলেই বস্তুটি পৃথিবীর বাইরে চলে যাবে। গণনা করে দেখান যায় যে এই পলায়নের বেগ $v = \sqrt{2R.g} = \sqrt{2 \times 6{\cdot}37 \times 10^8 \times 981}$

$= 11{\cdot}18$ km./sec. [ R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $g$ = অভিকর্ষীয় ত্বরণ ]।

**গাণিতিক উদাহরণ**

যদি পৃথিবীর কক্ষপথের গড় ব্যাসার্ধ $1{\cdot}5 \times 10^{11}$ মিটার ও মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ এম্. কে. এস্ এককে হয়, তা'হলে সূর্যের ভর নির্ণয় কর। [ Calculate the mass of the sun if the average radius of the earth's orbit be $1{\cdot}5 \times 10^{11}$ metres and Gravitational Constant be $6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ M. K. S. unit ]

এখানে, $R = 1{\cdot}5 \times 10^{11}$ metres, $G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ M. K. S. unit

পৃথিবীর আবর্তনের পর্যায়কালে, $T = 365\frac{1}{4} \times 24 \times 60 \times 60$ sec., M = ?

আমরা জানি,

$$G\frac{Mm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} = \frac{m}{R}\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2$$

$$\therefore \text{ সূর্যের ভর, } M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} = \frac{4{\cdot}(3{\cdot}14)^2(1{\cdot}5 \times 10^{11})^3}{(6{\cdot}67 \times 10^{-11})(365\frac{1}{4} \times 86400)^2}$$

$$= 2{\cdot}021 \times 10^{30} \text{ Kg.}$$

# দ্বিতীয় অধ্যায়

## স্থিতিস্থাপকতা ( Elasticity )

### 2.1. স্থিতিস্থাপকতা ( Elasticity ).

প্রত্যেক বস্তুই ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণা বা অণুর দ্বারা গঠিত। কঠিন বস্তুর ক্ষেত্রে এই অণুগুলি পরস্পরের খুব কাছাকাছি গা ঘেঁষাঘেঁষি ক'রে থাকে। এর ফলে একটি অণু অন্যকে ভালভাবে আকর্ষণ করতে পারে। এই পারস্পরিক আকর্ষণের ফলে অণুগুলি নিজ নিজ স্থানে প্রায় আটকানো অবস্থায় থাকে। তারা যথেচ্ছভাবে এদিক ওদিক ঘোরাফেরা করতে পারে না, কম্পন করতে পারে মাত্র। এই কারণেই কঠিন বস্তুর নির্দিষ্ট আকৃতি ও আয়তন থাকে। এই আয়তন বা আকৃতিকে কোন প্রকারে বদলাতে গেলেই অণুদের নিজ নিজ স্থান থেকে কিছুটা সরাতে হবে। এর জন্য প্রয়োজন হবে বাহ্যবল প্রয়োগের। যে পরিমাণ বাহ্যবল প্রয়োগ করা হবে, আয়তন বা আকৃতির পরিবর্তন হবে তারই সমানুপাতী। বাহ্য-বল সরিয়ে নিলে বস্তুটি পূর্ব আয়তন বা আকৃতি ফিরে পায়। কঠিন বস্তুর এভাবে নিজের আয়তন ও আকৃতি বজায় রাখার গুণটিকেই বলে **স্থিতিস্থাপকতা** ( elasticity )।

প্রযুক্ত বাহ্যবল সরিয়ে নিলে কঠিন বস্তুটি যদি পূর্ব আয়তন ও আকৃতি সম্পূর্ণরূপে ফিরে পায়, তাহ'লে বস্তুটিকে 'সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক' ( perfectly elastic ) বস্তু বলে। প্রযুক্ত বাহ্যবল সরিয়ে নিলে কঠিন বস্তুটি যদি তার পরিবর্তিত আয়তন ও আকৃতিতে পুরাপুরি থেকে যায়, তাহ'লে তাকে 'সম্পূর্ণ নমনীয়' ( perfectly plastic ) বস্তু বলে। যে বস্তু বাহ্যবল দ্বারা আয়তন বা আকৃতি পরিবর্তনের প্রচেষ্টাকে সম্পূর্ণরূপে প্রতিহত করতে পারে তাকে 'সম্পূর্ণ দৃঢ়' ( perfectly rigid ) বস্তু বলে।

### 2.2. পীড়ন ও বিকৃতি ( Stress and Strain ).

বাহ্যবল প্রয়োগ ক'রে কোন বস্তুকে বিকৃত করলে এই বিকৃতি প্রতিরোধের জন্য তার ভিতরে একটি প্রতিক্রিয়া বলের সৃষ্টি হয়। এই প্রতিরোধ বলকে **পীড়ন** ( stress ) বলে। যেহেতু পীড়ন, বাহ্য প্রযুক্ত বলের প্রতিক্রিয়া বল সুতরাং নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুসারে সাম্যাবস্থায় এই প্রতিরোধ বল ও প্রযুক্ত বল পরস্পর

সমান ও বিপরীত। প্রতি একক ক্ষেত্রের উপর প্রযুক্ত বাহ্য বলের দ্বারাই পীড়নের মান পাওয়া যায়। পীড়নের একক হ'ল ডাইন প্রতি বর্গ সেন্টিমিটারে বা পাউণ্ডাল প্রতি বর্গফুটে।

বাহ্যবল প্রয়োগ ক'রে কোন বস্তুর আকার বা আয়তনের পরিবর্তন করলে বলা চলে যে, বস্তুটি বিকৃত ( strained ) হয়েছে। প্রারম্ভিক আকার বা আয়তনের তুলনায় আনুপাতিক পরিবর্তনকে **বিকৃতি** ( strain ) বলে। বিকৃতি দুটি একই প্রকার রাশির অনুপাত ব'লে এর কোন একক নেই, এর মান একটি সংখ্যামাত্র।

**1.3. বিভিন্ন প্রকারের পীড়ন ও বিকৃতি** ( Different kinds of stresses and strains ).

(ক) যদি কোন বস্তুর উপর বাহ্যবল মাত্র একটি সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে অর্থাৎ এমনভাবে প্রযুক্ত হয় যে, বস্তুটির কেবলমাত্র দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হয়, তাহ'লে প্রতি একক ক্ষেত্রে প্রযুক্ত সেই বলকে 'অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন' ( longitudinal or tensile stress ) বলে। দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ও প্রাথমিক দৈর্ঘ্যের অনুপাতকে 'অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি' ( longitudinal or tensile strain ) বলে।

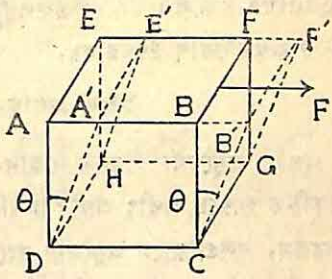
$$\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A}, \quad \text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{\text{দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য}} = \frac{l}{L}$$

(খ) কোন বস্তুর উপর সবদিক দিয়ে সমান চাপ প্রয়োগ করলে তার আয়তনের পরিবর্তন হয়। এই চাপ অর্থাৎ একক ক্ষেত্রে প্রযুক্ত বলকে 'আয়তন পীড়ন' ( volume stress ) এবং আয়তনের পরিবর্তন ও প্রাথমিক আয়তনের অনুপাতকে 'আয়তন বিকৃতি' ( volume strain ) বলে।

$$\text{আয়তন পীড়ন} = p \text{ ( চাপ )}, \quad \text{আয়তন বিকৃতি} = \frac{\text{আয়তনের পরিবর্তন}}{\text{প্রাথমিক আয়তন}} = \frac{v}{V}$$

(গ) কোন বস্তুর একটি পৃষ্ঠ আবদ্ধ রেখে যদি তার বিপরীত পৃষ্ঠে একটি স্পর্শক ( tangential ) বল প্রয়োগ করা হয়, তাহ'লে বস্তুটির কেবলমাত্র আকারের পরিবর্তন হয়, আয়তনের কোন পরিবর্তন হয় না। প্রতি একক ক্ষেত্রে প্রযুক্ত এই স্পর্শক বলকে 'স্পর্শক পীড়ন' ( shearing stress ) বলে। এক্ষেত্রে বিকৃতি আবদ্ধ পৃষ্ঠের সাপেক্ষে বিপরীত পৃষ্ঠটির কৌণিক সরণের সাহায্যে মাপা হয়। এই কৌণিক সরণকে 'কৃন্তন কোণ' ( angle of shear ) বলে।

ছবিতে ABCDEFGH ঘনকের নীচের পৃষ্ঠ DCGH আবদ্ধ রয়েছে এবং বিপরীত পৃষ্ঠ ABFE এর ওপর একটি স্পর্শক বল F প্রযুক্ত হয়েছে। এই স্পর্শক বলের প্রভাবে ওপরের তল A'BF'E' অবস্থানে সরে গেছে। এর ফলে বস্তুর আকারের পরিবর্তন হয়েছে বটে কিন্তু আয়তনের কোন পরিবর্তন হয়নি। সম্মুখ পৃষ্ঠ ABCD এর বিকৃত অবস্থান হ'ল A'B'CD. $\angle ADA' = \angle BCB' = \theta$, কৃন্তন কোণ




চিত্র 2.8

$$\text{স্পর্শক পীড়ন} = \frac{\text{স্পর্শক বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A}, \quad \text{কৃন্তন বিকৃতি} = \theta.$$

**1.4. হুকের সূত্র ও স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক ( Hooke's law and Modulus of Elasticity ).**

রবার্ট হুক পরীক্ষা দ্বারা দেখান যে, একটি নির্দিষ্ট স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম না করা পর্যন্ত পীড়ন ও বিকৃতি পরস্পরের সমানুপাতিক। একেই **হুকের সূত্র** Hooke's Law ) বলে। হুকের সূত্র অনুসারে,

$$\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \text{একটি স্থির রাশি।}$$

এই স্থির রাশিকে **স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক** ( Modulus of Elasticity ) বলে। এর একক হ'ল, ডাইন প্রতি বর্গ সেন্টিমিটারে বা পাউণ্ডাল প্রতি বর্গফুটে। বিভিন্ন প্রকার পীড়ন ও বিকৃতির জন্য কয়েকটি বিভিন্ন স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক রয়েছে।

(ক) অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে **ইয়ং-এর গুণাঙ্ক** ( Young's Modulus ) বলে। L দৈর্ঘ্যের ও ∝ প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফলের একটি তারে দৈর্ঘ্য বরাবর F বল প্রয়োগ করলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যদি $l$ হয়,

$$\text{ইয়ং গুণাঙ্ক, } Y = \frac{F/A}{l/L},$$

(খ) আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাতকে **আয়তন বিকার গুণাঙ্ক** বা **বাল্ক গুণাঙ্ক** ( Bulk Modulus ) বলে। V আয়তনের কোন বস্তুর উপর তার সকল পৃষ্ঠে সমান চাপ $p$ প্রযুক্ত হ'লে তার আয়তন হ্রাস যদি $v$ হয়,

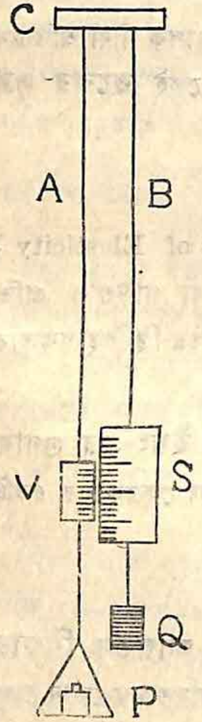
$$\text{আয়তন বিকার গুণাঙ্ক, } K = \frac{p}{v/V}.$$

(গ) স্পর্শক পীড়ন ও কৃন্তন বিকৃতির অনুপাতকে **কৃন্তন গুণাঙ্ক** ( Rigidity Modulus ) বলে। A ক্ষেত্রফলযুক্ত কোন তলে স্পর্শক বল F প্রয়োগ করলে যদি $\theta$ কৃন্তন কোণ উৎপন্ন হয়,

$$\text{কৃন্তন গুণাঙ্ক, } n = \frac{F/A}{\theta}.$$

(ঘ) অনুদৈর্ঘ্য পীড়নে কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে দেখা যায় যে তার প্রস্থ সংকুচিত হয়েছে অর্থাৎ অনুদৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সঙ্গে একটি অনুপ্রস্থ তলে সংকোচন হয়। সেরকম, বলপ্রয়োগে অনুদৈর্ঘ্য সংকোচনের সঙ্গে অনুপ্রস্থ তলে প্রসারণ হয়। এই অনুপ্রস্থ বিকৃতি ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে **পয়সনের অনুপাত** ( Poisson's Ratio ) বলে। L দৈর্ঘ্যের ও D ব্যাসার্ধের একটি তারের দৈর্ঘ্য $l$ বৃদ্ধি পেলে যদি ব্যাসার্ধ $d$ হ্রাস পায়,

$$\text{পয়সনের অনুপাত, } \sigma = \frac{\text{অনুপ্রস্থ বিকৃতি}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{d/D}{l/L}$$



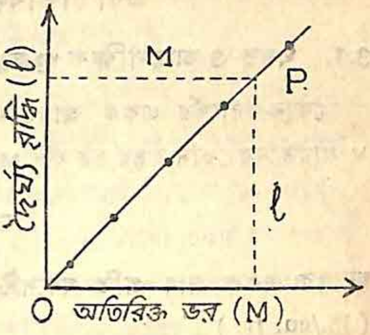
চিত্র 2.9

### 1.5. ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় ( Determination of Young's Modulus ).

যে পদার্থের ইয়ং গুণাঙ্ক বার করতে হবে তার একটি তার A ও আর একটি একই রকমের তার B, একটি ব্র্যাকেট C হতে পাশাপাশি ঝুলিয়ে রাখা হয়েছে। A তারটির নিম্নপ্রান্তে প্রয়োজনমত ওজন চাপাবার জন্য একটি পাল্লা P রয়েছে এবং B তারের নিম্নপ্রান্তে রয়েছে একটি স্থির ওজন Q। B তারটির নীচের দিকে একটি স্কেল S আঁটা আছে এবং তার পাশাপাশি রয়েছে একটি ভার্ণিয়ার V, যেটা A তারের নীচের দিকে আঁটা আছে। P পাল্লায় ওজন চাপালে, A তারের প্রসারণের জন্য V ভার্ণিয়ার কতটা নামবে তা এই ভার্ণিয়ার V ও স্কেল S এর সাহায্যে মাপা যায় এবং এভাবেই কোন ওজনের জন্য A তারের কতটা প্রসারণ হ'ল, নির্ণয় করা হয়।

P পাল্লায় কিছুটা ওজন চাপিয়ে A তারটিকে টানটান ক'রে রাখা হ'ল। এবার একটি স্ক্রু-গেজের সাহায্যে A তারের বিভিন্ন জায়গায় ব্যাস মেপে তারটির গড় ব্যাস ($d$) নির্ণয় করা হ'ল। একটি স্কেল দিয়ে ভার্ণিয়ার পর্যন্ত A তারের দৈর্ঘ্য (L)

মাপা হ'ল। এবার P পাল্লায় একটি ওজন চাপিয়ে A তারের প্রসারণ মাপা হ'ল। এভাবে P পাল্লায় ভিন্ন ভিন্ন ওজন চাপিয়ে প্রতিবারে A তারের প্রসারণ নির্ণয় করা হ'ল। এই পাঠগুলির গড় নেবার জন্য একটি লেখচিত্রে ( যার $x$-অক্ষ প্রযুক্ত ভর ও $y$-অক্ষ দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি নির্দেশ করে ) বিভিন্ন ওজন ও দৈর্ঘ্যবৃদ্ধির জন্য বিন্দুগুলি স্থাপন ক'রে গড় সরলরেখা টানা হ'ল। এই সরলরেখার ওপর যে কোন বিন্দু P নিয়ে তার স্থানাঙ্ক হতে প্রাপ্ত ভর (M) ও দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি ($l$) এর সাহায্যে ইয়ং গুণাঙ্ক (Y) গণনা করা যায়।




চিত্র 2.10

$$Y = \frac{Mg}{\pi\frac{d^2}{4}} \div \frac{l}{L} = \frac{4Mg}{\pi d^2} \cdot \frac{L}{l}$$

M, L, $l$, $d$ মাপতে পারলে সহজেই Y গণনা করা যায়।

বিভিন্ন ভর ও তার দ্বারা উৎপন্ন দৈর্ঘ্যবৃদ্ধির জন্য লেখচিত্রে যে বিভিন্ন বিন্দুগুলি পাওয়া যায়, সেগুলি একটি সরলরেখায় আছে এটাই হুকের সূত্রের সত্যতা প্রমাণ করে।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

দু'মিটার লম্বা ও 0·5 মিলিমিটার ব্যাসযুক্ত একটি তামার তারের একপ্রান্তে তিন কিলোগ্রাম ওজন চাপালে দৈর্ঘ্য 2·338 মিলিমিটার বৃদ্ধি পায়। তামার ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [ A copper wire 2 metres long and 0·5 mm. in diameter supports a mass of 3 kg. and is stretched by 2·338 mm. Find Young's Modulus of Copper. ]

এখানে, M = 3 kg. = 3000 gm, L = 2 m. = 200 cm.

$d$ = ·5 mm = ·05 cm. $l$ = 2·338 mm. = ·2338 cm. Y = ?

$$Y = \frac{Mg}{\pi\frac{d^2}{4}} \div \frac{l}{L} = \frac{4Mg}{\pi d^2} \cdot \frac{L}{l}$$

$$= \frac{4 \times 3000 \times 981}{3{\cdot}14 \times ({\cdot}05)^2} \times \frac{200}{{\cdot}2338} = 1{\cdot}2 \times 10^{12} \text{ dynes/cm}^2.$$

## তৃতীয় অধ্যায়

## উদস্থিতিবিদ্যা ( Hydrosatics )

### 3.1. ঘনত্ব ও আপেক্ষিক গুরুত্ব ( Density and Specific Gravity ).

কোন পদার্থের একক আয়তনের ভরকে তার **ঘনত্ব** ( Density ) বলে। V আয়তনের কোন বস্তুর ভর যদি M হয়, তাহ'লে তার ঘনত্ব,

$$D = \frac{M}{V}$$

ঘনত্বের একক গ্রাম প্রতি ঘনসেন্টিমিটারে (gm./c.c.) বা পাউণ্ড প্রতি বর্গফুটে ( lb./cu. ft. )

কোন পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব বলতে পদার্থটি জল অপেক্ষা কতগুণ ভারী তা বোঝায়। কোন পদার্থের যে কোন আয়তনের ভর এবং সমআয়তনের জলের ( 4°C উষ্ণতায় ) ভরের অনুপাতকে সেই পদার্থের **আপেক্ষিক গুরুত্ব** ( specific gravity ) বলে।

$$\text{আপেক্ষিক গুরুত্ব, } S = \frac{V \text{ আয়তন পদার্থের ভর}}{V \text{ আয়তন জলের } (4^\circ C) \text{ ভর}}$$

$$= \frac{1 \text{ আয়তন পদার্থের ভর}}{1 \text{ আয়তন জলের } (4^\circ C) \text{ ভর}}$$

$$= \frac{\text{পদার্থের ঘনত্ব}}{\text{জলের } (4^\circ C) \text{ ঘনত্ব}} = \frac{D}{w}$$

$$\therefore \quad D = S \times w \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

অর্থাৎ কোন পদার্থের ঘনত্ব = জলের (4°C) ঘনত্ব × সেই পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব।

জলের ঘনত্ব উষ্ণতার পরিবর্তনের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়। 4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সবচেয়ে বেশী। সেজন্য আপেক্ষিক গুরুত্ব হিসাব করতে 4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্বের সঙ্গে তুলনা করা হয়। সি-জি-এস্ পদ্ধতিতে জলের ঘনত্ব 1 gm./c.c. এবং এফ -পি-এস্ পদ্ধতিতে জলের ঘনত্ব 62·5 lb/cu. ft.

$\therefore$ ঘনত্ব = আপেক্ষিক গুরুত্ব × 1 gm/c.c.

বা, ঘনত্ব = আপেক্ষিক গুরুত্ব × 62·5 lb./cu. ft

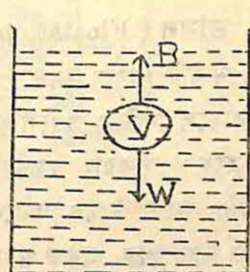
আপেক্ষিক গুরুত্ব দুটি ভর বা দুটি ঘনত্বের অনুপাত সে কারণে এর কোন একক নেই, এটি একটি সংখ্যামাত্র। সি-জি-এস্ পদ্ধতিতে আপেক্ষিক গুরুত্ব ও ঘনত্ব একই রাশির দ্বারা প্রকাশিত হয় কিন্তু এফ্-পি-এস্ পদ্ধতিতে আপেক্ষিক গুরুত্বকে 62·5 দিয়ে গুণ করলে ঘনত্ব পাওয়া যায়। যেমন, পারদের আপেক্ষিক গুরুত্ব 13·6, সুতরাং তার ঘনত্ব 13·6 gm./c c. বা $13{\cdot}6 \times 62{\cdot}5$ lbs./cu. ft.

### 3.2. প্লবতা ( Buoyancy ).

আর্কিমিডিস লক্ষ্য করেন যে, কোন বস্তুকে জলে বা কোনো তরলে ডুবালে মনে হয় যেন তার ভার কমে গেছে। যেহেতু ভার অর্থে বস্তুর উপর প্রযুক্ত নিম্নমুখী অভিকর্ষের বল, সুতরাং ভার কমে যাওয়ার অর্থ-ই এই যে কোনো একটি বল বস্তুতে উপর দিকে কাজ করছে। তরলের মধ্যে ডোবানোর ফলেই এই বলের উৎপত্তি। একে তরলের **ঊর্ধ্বচাপ** ( upthrust ) বা **প্লবতা** ( buoyancy ) বলে।

ঊর্ধ্বচাপের উৎপত্তি ও পরিমাণ সম্বন্ধে আমরা নিম্নরূপে চিন্তা করতে পারি।

মনে কর যে, একটি পাত্রের মধ্যে তরল রয়েছে ( চিত্র 2.11 )। এই তরলের মধ্যে V আকৃতির স্থানটিকে আমরা একটি ভারহীন ঝিল্লীর (membrane) সাহায্যে পৃথক করে নিয়েছি। এখন ঝিল্লীর ভিতরকার স্থানটি যদি ওই তরল দিয়েই ভরে দেওয়া হয় তাহলে V স্থানটি কি স্থির থাকবে, না উপরে বা নীচে সরে যাবে? সহজেই বোঝা যায় যে, যেহেতু ঝিল্লীর কোনো ভার নেই, V স্থানের তরল ঠিক সেইখানেই স্থির হয়ে থাকবে। কেননা পাত্রের মধ্যে তরল সর্বত্রই স্থির, প্রবাহহীন। কিন্তু V আয়তনের এই তরলের ভার W তার ভরকেন্দ্র থেকে নীচের দিকে কাজ করছে। অতএব ঝিল্লীর চারিদিকে বাইরে যে তরল আছে সে নিশ্চয়ই ঝিল্লির উপরে চারিদিক থেকে এমন চাপ সৃষ্টি করছে যার লব্ধি হচ্ছে এমন একটি বল B যা V-র ভরকেন্দ্রে উপরের দিকে কাজ করছে এবং তার মান ঝিল্লীর ভিতরকার তরলের ভারের সমান। তবেই এই দুটি বল, অর্থাৎ তরলের ভার W এবং ঊর্ধ্বচাপ B-র মধ্যে ভারসাম্য থাকবে।




চিত্র 2.11

অতএব ঊর্ধ্বচাপ B-র মান V আয়তনের তরলের ভারের ঠিক সমান। অর্থাৎ

$B = W$.

এখন ঝিল্লীর ভিতরের তরলকে নিষ্কাশিত করে যদি আর কোনো পদার্থ ভ'রে দেওয়া যায়, তাহলে তার ভার W থেকে ভিন্ন হবে বটে, কিন্তু ঝিল্লীর বাইরের দিকের চাপগুলির মান ও তাদের লব্ধি ঊর্ধ্বচাপ B-র মান কিন্তু একই থাকবে, কেননা ঝিল্লীর আকৃতিতে কোনো পরিবর্তন হচ্ছে না। সুতরাং এখন V-র ভিতরে পদার্থের ভার যদি W′ হয় তাহ'লে তার ওপর লব্ধিবল নিম্নাভিমুখে দাঁড়াবে,

লব্ধি ভার $= W' - B = W' - W$

= বস্তুর ভার—সম-আয়তন তরলের ভার। ... (2)

এটিই বস্তুটির আপাত ওজন। অতএব কোন বস্তুকে তরলের মধ্যে ডুবালে তার ওপর প্রযুক্ত ঊর্ধ্বচাপ বা প্লবতার মান হবে সেই বস্তুর সম-আয়তন ( বা তার দ্বারা অপসারিত ) তরলের ভারের সমান। এই প্লবতার জন্যই বস্তুর ওজন কিছুটা কম মনে হয়। এই নিয়মটি আর্কিমিডিসের সূত্র নামে পরিচিত।

**আর্কিমিডিসের সূত্র ( Archimede's Principle ): কোন বস্তুকে কোন স্থির তরলের মধ্যে আংশিক বা সম্পূর্ণরূপে ডুবালে তার ওজন কিছুটা হ্রাস পেয়েছে বলে মনে হয় এবং আপাত ওজন হ্রাসের পরিমাণ বস্তুটি কর্তৃক অপসারিত তরলের ওজনের সমান।**

### 3.3. ভাসন ( Floatation ).

এখন যদি আমরা এমন কোনো পদার্থ নিই যার ঘনত্ব তরলের ঘনত্বের চেয়ে কম, তাহলে সেটিকে তরলে ডুবিয়ে দিলে প্লবতা B-র মান তার ভার W′ এর চেয়ে বেশী হবে। সুতরাং বস্তুর উপর লব্ধিবল উপরের দিকে কাজ করবে এবং বস্তুর খানিকটা অংশ উপরে তরলের বাইরে বেরিয়ে আসবে। ফলতঃ ভারসাম্যের অবস্থায় বস্তুর ভার, প্রযুক্ত প্লবতার অর্থাৎ অপসারিত তরলের ভারের সমান হবে। অতএব এ ক্ষেত্রে বস্তুর সমস্তটা তরলের মধ্যে ডুববেই না—ঠিক ততটা অংশ ডুববে যার আয়তনের সমান আয়তনের তরলের ওজন হবে বস্তুর ওজনের সমান।

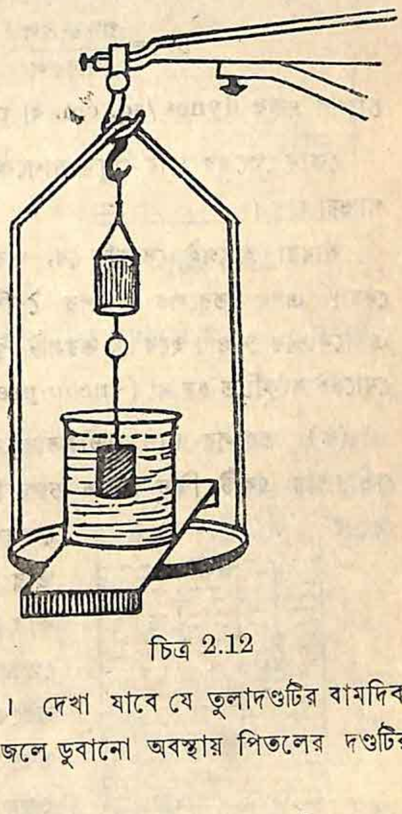
সুতরাং একটি ভাসমান বস্তুর ওপর দুটি বিপরীতমুখী বল কাজ করছে। একটি হ'ল বস্তুর ওজন, তার ভরকেন্দ্রের মধ্যে দিয়ে নীচের দিকে কাজ করছে এবং অপরটি হ'ল প্লবতা, প্লবতা কেন্দ্র অর্থাৎ অপসারিত তরলের ভরকেন্দ্রের মধ্যে দিয়ে ওপরদিকে কাজ করছে। বস্তুর **ভারসাম্যের সর্ত** (conditions of floatations) হ'ল—

(১) বস্তুর ওজন ও প্লবতা অর্থাৎ বস্তু কর্তৃক অপসারিত তরলের ওজনের সমান হবে।

(২) বস্তুর ভরকেন্দ্র ও প্লবতা কেন্দ্র বিন্দু দুটি একই উলম্ব রেখায় থাকবে।

## 3.4. আর্কিমিডিসের সূত্রের পরীক্ষা ( Demonstration of Archimedes' Principle ).

একটি তুলাযন্ত্রের বামদিকে আংটায় একটা ফাঁপা চোঙাকৃতি পাত্র ঝোলান আছে। ঐ পাত্রের নীচে একটা আংটার সাহায্যে আর একটি ছোট পিতলের দণ্ড ঝোলানো রয়েছে। এই দণ্ডের মাপ এমন যে, একে ওপরের চোঙাকৃতি পাত্রের মধ্যে বসালে ঠিক ঠিক বসে যায়, কোন ফাঁক থাকে না। অর্থাৎ ফাঁপা চোঙটির ভিতরের আয়তন এবং দণ্ডটির আয়তন ঠিক সমান। এবারে তুলাযন্ত্রের ডানদিকের পাত্রে ঠিক-মত ওজন চাপিয়ে উপরের তুলাদণ্ডটি অনুভূমিক করা হল। এখন বাম দিকের তুলপাত্রের ওপর দিয়ে একটা কাঠের পিঁড়ি বসিয়ে তার ওপর একটা জলপূর্ণ বীকার চাপান হ'ল, যাতে ঝুলন্ত দণ্ডটি জলের মধ্যে সম্পূর্ণ ডুবে থাকে। বীকার বা পিঁড়ি যেন তুলাযন্ত্রের কোন অংশ বা দণ্ডটিকে স্পর্শ না করে, সেটা লক্ষ্য রাখতে হবে। দেখা যাবে যে তুলাদণ্ডটির বামদিক ওপরে উঠে গেছে। এতে প্রমাণ হ'ল যে, জলে ডুবানো অবস্থায় পিতলের দণ্ডটির ওজন কমে গেছে।



চিত্র 2.12

এখন দেখা যাক, কতটা ওজন কমে গেল? ওপরের ফাঁপা পাত্রটিকে এবার পুরাপুরি জলে ভর্তি করলে দেখা যাবে যে তুলাদণ্ডটির বামদিক আবার ঠিক আগের জায়গায় ফিরে এসেছে অর্থাৎ বামদিকের ওজন আবার ঠিক আগের মত হয়ে গেছে। এর থেকে বোঝা গেল যে, প্রথমবারে জলের মধ্যে দণ্ডটি ডুবানোর ফলে যতটা ওজন কমে গিয়েছিল, দ্বিতীয়বারে ওপরের চোঙটি জলে ভর্তি করায় ঠিক ততটা ওজন বৃদ্ধি পেল। আগেই বলা হয়েছে যে, চোঙের ভিতরের ফাঁকা অংশের আয়তন এবং দণ্ডটির আয়তন সমান। সুতরাং বোঝা গেল যে জলে

ডুবানোর ফলে বস্তুটি যতটা ওজনের জল অপসারিত করেছে, বস্তুটির ওজন ঠিক ততটাই কমেছিল। এর থেকে আর্কিমিডিসের সূত্রের সত্যতার প্রমাণ পাওয়া যায়।

**3.6. তরলের চাপ** ( Liquid Pressure ).

কোন বল কোন সমতলের ওপর লম্বভাবে ক্রিয়া করলে, প্রতি একক ক্ষেত্রের উপর প্রযুক্ত বলকে **চাপ** ( Pressure ) বলে।

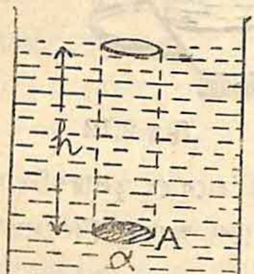
$$\text{চাপ} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} \quad \text{বা} \quad P = \frac{F}{A}$$

চাপের একক dynes /sq. cm. বা poundal/sq. ft.

কোন ক্ষেত্রের ওপর প্রযুক্ত চাপকে ক্ষেত্রফল দিয়ে গুণ করলে **ঘাত** (Thrust) পাওয়া যায়।

আমরা আগেই দেখেছি যে, তরল তার মধ্যে অবস্থিত কোন বস্তুর ওপর চাপ দেয়। এখন তরলের চাপের বৈশিষ্ট্যগুলি সম্বন্ধে কিছু আলোচনা করব। এখানে ধরে নেওয়া হবে যে তরলটি স্থিতাবস্থায় রয়েছে এবং চাপের দ্বারা তরলটি মোটেই সংকুচিত হয় না ( incompressible )।

(ক) তরলের চাপ গভীরতার সঙ্গে বৃদ্ধি পায়। তরলের মুক্ততল হতে $h$ গভীরতায় একটি বিন্দু A-তে চাপ নির্ণয় করতে হ'লে, A বিন্দুর চারদিকে $\alpha$ ক্ষেত্রফলযুক্ত একটি অনুভূমিক তল কল্পনা করে তার ওপর একটি বেলনাকৃতি তরল স্তম্ভ কল্পনা করি। এই বেলনাকৃতি তরল স্তম্ভের ওজন $\alpha$ ক্ষেত্রের ওপর একটি নিম্নাভিমুখী বলপ্রয়োগ করবে। এই তরল স্তম্ভের আয়তন $= h \times \alpha$, তরলের ঘনত্ব $d$ হলে এর ভর $= h\alpha \times d$ এবং এর ওজন $= h\alpha d \times g$. সুতরাং $\alpha$ ক্ষেত্রের উপর প্রযুক্ত বল $= h\alpha dg$. সুতরাং $\alpha$ ক্ষেত্রের ওপর যে কোন বিন্দুতে অর্থাৎ A বিন্দুতে চাপ




চিত্র 2.12

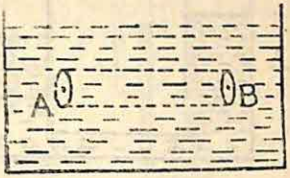
$$P = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{h\alpha dg}{\alpha} = hdg.$$

অর্থাৎ চাপ = গভীরতা × তরলের ঘনত্ব × অভিকর্ষীয় ত্বরণ ... ... (3)

(খ) তরলের মধ্যস্থ যে কোন বিন্দুতে ঐ তরল সবদিকে সমান চাপ প্রয়োগ করে। অন্যথা, যদি কোন একটি বিশেষ দিকে চাপ বেশী হয়, তাহলে ঐ বিন্দুতে

অবস্থিত তরলকণা সেইদিকে সরে যাবে। কিন্তু আমরা তরলের স্থির অবস্থা বিবেচনা করছি, কাজেই ঐ বিন্দুস্থ তরল স্থির থাকবে। সুতরাং কোন দিকে চাপ অধিক হতে পারে না।

(গ) তরলের মধ্যে একই অনুভূমিক তলে সকল বিন্দুতে চাপ সমান। ধরা যাক তরলের মধ্যে একই অনুভূমিক তলে A ও B দুটি বিন্দু। A থেকে B পর্যন্ত লম্বা একটি সরু বেলনাকৃতি অনুভূমিক তরলস্তম্ভ কল্পনা করি। A বিন্দু হতে B বিন্দুতে চাপ যদি বেশী হয় তাহ'লে এই তরলস্তম্ভের B প্রান্তে প্রযুক্ত বল, A প্রান্তের বল অপেক্ষা বেশী হবে। তাহলে তরলটুকুর ওপর একটি লব্ধিবল B থেকে A অভিমুখে কাজ করবে এবং তার ফলে তরল B থেকে A-র দিকে প্রবাহিত হবে। কিন্তু যেহেতু আলোচ্য তরল স্থিতাবস্থায় রয়েছে, A ও B উভয় বিন্দুতেই তরলের চাপ সমান হবে।



চিত্র 2.14

(ঘ) তরলের ভিতরে কোন এক স্থানে চাপ বাড়িয়ে দিলে অন্য যে কোন স্থানেও চাপ বেড়ে যাবে। অর্থাৎ তরলের ভিতরে চাপ একস্থান থেকে অন্য স্থানে সঞ্চালিত (transmitted) হতে পারে। এই নিয়মটি **প্যাস্কেলের সূত্রে** লিপিবদ্ধ হয়েছে।

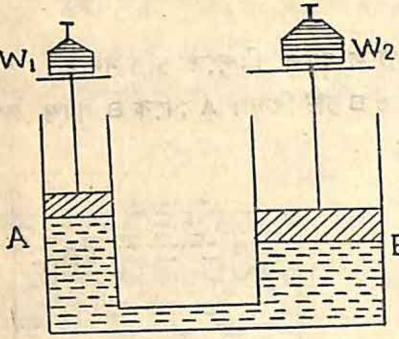
ওপরের ছবিতে A বিন্দুর নিকট চাপ যদি বাড়িয়ে দেওয়া হয়, তাহ'লে আগের যুক্তি অনুসারে হয় বিন্দু B-র নিকট চাপ ঠিক ততটাই বাড়বে নয়তো তরল A থেকে B-র দিকে প্রবাহিত হতে আরম্ভ করবে। কিন্তু যেহেতু আমরা তরলের স্থির অবস্থা বিবেচনা করছি, সে কারণে B-র নিকট চাপ বৃদ্ধি পেতে বাধ্য। এভাবে আমরা বুঝতে পারি যে স্থির তরলে চাপ একবিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে সঞ্চালিত হতে পারে।

## 3.6. প্যাস্কেলের সূত্র (Pascal's law).

**বদ্ধ পাত্রে অবস্থিত তরল পদার্থের কোন অংশে কোন চাপ প্রয়োগ করলে, সেই চাপ সমপরিমাণে সর্বত্র সঞ্চালিত হয় এবং আধারের গায়ে সকল অংশে সমান চাপ লম্বভাবে ক্রিয়া করে। এটিই প্যাস্কেলের সূত্র।**

**উদাহরণ—**

দুটি জলপূর্ণ বেলনাকৃতি পাত্র A ও B একটি সরুনল দ্বারা যুক্ত রয়েছে এবং প্রত্যেকটিতে একটি ক'রে পিস্টন লাগান আছে (চিত্র 2.15)। A পাত্রের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $\alpha$, B পাত্রের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $\beta$ অপেক্ষা অনেক ছোট। এখন A পিস্টনের ওপর $W_1$ ওজন চাপিয়ে চাপ প্রয়োগ করলে, তরলের মধ্যে দিয়ে সেই চাপ সঞ্চালিত হয়ে B পিস্টনে প্রযুক্ত হবে। তার ফলে B পিস্টনটি ওপর দিকে উঠতে থাকবে। B পিস্টনের গতি প্রতিহত করার জন্য যদি তার ওপর $W_2$ ওজন চাপানোর প্রয়োজন হয়, তাহ'লে দেখা যাবে,




চিত্র 2·15

$$W_2 = \frac{W_1}{\alpha} \times \beta \text{ হবে।}$$

অর্থাৎ, $\frac{W_2}{\beta}$ ও $\frac{W_1}{\alpha}$ সমান হবে। এখন $\frac{W_1}{\alpha} = P_1 =$ A পিস্টনের ওপর চাপ এবং $\frac{W_2}{\beta} = P_2 =$ B পিস্টনের ওপর চাপ। অর্থাৎ তরলের সাম্য বজায় রাখতে হ'লে দুটি পিস্টনেই সমান চাপ প্রয়োগ করতে হবে। অতএব A পিস্টনে যে চাপ প্রয়োগ করা হয়েছিল B পিস্টনে ঠিক ততটা চাপই প্রযুক্ত হবে। এর থেকেই প্যাস্কেলের সূত্রের সত্যতা প্রমাণিত হ'ল।

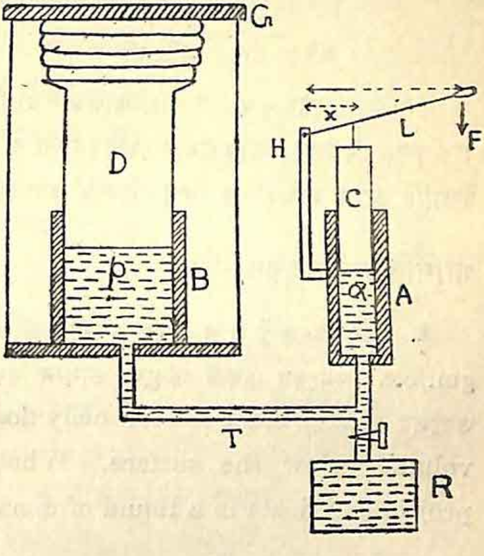
সুতরাং পিস্টন দুটির ক্ষেত্রেফল $\alpha$ ও $\beta$ এবং তাদের ওপর প্রযুক্ত বল $F_1$, $F_2$ হ'লে, প্যাস্কেলের সূত্র হ'তে পাওয়া যায় যে,

$$\frac{F_1}{\alpha} = \frac{F_2}{\beta} \text{ বা } F_2 = F_1 \times \frac{\beta}{\alpha} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4)$$

এখন $\beta$ যদি $\alpha$ অপেক্ষা একশতগুণ বেশী হয় তাহলে A পিস্টনে কোন বলপ্রয়োগ করলে B পিস্টনে তা একশতগুণ বর্ধিত হয়ে ক্রিয়া করবে। এভাবে একস্থানে অল্প বলপ্রয়োগ ক'রে প্যাস্কেলের নিয়মের সহায়তায় অন্যস্থানে অধিক বল পাওয়া যেতে পারে। একে প্যাস্কেলের **ঘাত বৃদ্ধির নীতি** বলে।

**3.7. হাইড্রলিক প্রেস বা ব্রামাস প্রেস ( Hydraulic Press or Bramah's Press ).**

হাইড্রলিক প্রেসে প্যাস্কেলের ঘাত বৃদ্ধির নীতির সহায়তায় সামান্য বলপ্রয়োগ ক'রে তার থেকে বহুগুণ বর্ধিত বল পাওয়া যায়। পাশে হাইড্রলিক প্রেসের একটি নক্সা দেওয়া হয়েছে ( চিত্র 2.16 )। একটি সরু ও একটি মোটা জলপূর্ণ দুটি বেলনাকৃতি পাত্র A ও B একটি সরু নল T দ্বারা সংযুক্ত এবং R একটি জলাধার। বেলনাকৃতি পাত্র দুটির মাপের দুটি পিস্টন C ও D যথাক্রমে তাদের মধ্যে রয়েছে। L লিভারের সাহায্যে পিস্টন C-এর ওপর বল প্রয়োগ করা হয় এবং H এই লিভারের আলম্ব (**fulcrum**) বা স্থিরবিন্দু। D পিস্টনের ওপরদিকে একটি ঋজু কাঠের বা লোহার ফ্রেম বা কাঠামো G রয়েছে যাতে পিস্টন D ও এই কাঠামো G-এর মাঝে তূলা বা পাটের বস্তা, কাপড় ইত্যাদি রেখে চাপ দেওয়া যেতে পারে।




চিত্র 2·16

L লিভারের হাতলে F বলপ্রয়োগ করলে C পিস্টনে যদি $F_1$ বল প্রযুক্ত হয়, তাহলে লিভারের নীতি অনুসারে [ এখানে দ্বিতীয় শ্রেণীর লিভার ],

$F_1 x = Fy$, $y$ = প্রয়োগবিন্দু ও আলম্বের মধ্যে দূরত্ব এবং $x$ = প্রাপ্তিবিন্দু ও আলম্বের মধ্যে দূরত্ব।

$$\text{বা } F_1 = F \times \frac{y}{x}$$

C ও D পিস্টন দুটির প্রস্থচ্ছেদ-ক্ষেত্রফল যদি যথাক্রমে $\alpha$ ও $\beta$ হয়, তাহলে প্যাস্কেলের বলবৃদ্ধির নীতি অনুসারে, C পিস্টনে প্রযুক্ত বল $F_1$ হতে D পিস্টনে উদ্ভূত বল $F_2$ এর সম্পর্ক হবে,

$$\frac{F_2}{\beta} = \frac{F_1}{\alpha} \text{ বা } F_2 = F_1 \times \frac{\beta}{\alpha} = F \times \frac{y}{x} \times \frac{\beta}{\alpha}$$

সুতরাং **যান্ত্রিক সুবিধা** ( mechanical advantage ) অর্থাৎ প্রাপ্তবল $F_2$ ও মূল প্রযুক্তবল F-এর অনুপাত।

$$= \frac{F_2}{F} = \frac{y}{x} \times \frac{\beta}{\alpha} \quad \ldots \quad \ldots \quad (5)$$

তূলা বা পাটের বস্তা, কাপড়, কাগজ ইত্যাদি সংকুচিত করা, বীজ হ'তে তেল বার করা, মোটরের কারখানায় মোটরগাড়ী বা অন্যকিছু ভারী জিনিস ওপরে তোলা ইত্যাদি কাজে হাইড্রলিক প্রেস ব্যবহার করা হয়।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

**1.** একটি বস্তু $\frac{3}{4}$ অংশ জলে নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে। বস্তুটিকে যদি 1·2 gm./c.c. ঘনত্বের একটি তরলে ভাসান হয় তাহলে তার আয়তনের কত অংশ তরলের বাইরে থাকবে ? [ A body floating in water has $\frac{3}{4}$th of its volume below the surface. What fraction of its volume will project if it floats in a liquid of density 1·2 gm./c.c. ? ]

ধরা যাক, বস্তুটির আয়তন = V c.c.

বস্তুটি $\frac{3}{4}$ V c.c. জল অপসারণ ক'রে ভাসে

সুতরাং বস্তুটির ভর = $\frac{3}{4}$ V c.c. জলের ভর = $\frac{3}{4}$ V gm.

মনে করি, 1·2 gm./c.c. ঘনত্বের তরলে বস্তুটি $x$ অংশ নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে

∴ অপসারিত তরলের আয়তন = $x$ V c.c.

" " ভর = $x$ V × 1·2 gm.

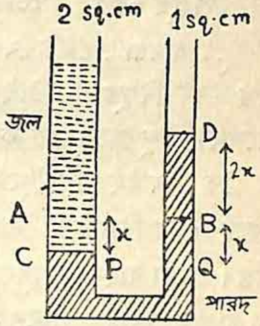
ভাসনের সর্ত অনুসারে, $\frac{3}{4}V = xV \times 1.2$ বা $x = \frac{3}{4} \times \frac{10}{12} = \frac{5}{8}$

∴ তরলের বাইরে থাকবে $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ অংশ।

**2.** একটি U-আকৃতি নলের একদিকের প্রস্থচ্ছেদ-ক্ষেত্রফল 2 বর্গ সেমি· এবং অপরদিকে 1 বর্গ সেমি·। নলটিকে উলম্ব অবস্থায় রেখে কিছুটা পারদ ঢালা হ'ল। যদি বড় নলে এখন 52 ঘন সেমি· জল ঢালা হয়, তাহলে সরু নলে পারদ কতটা উঠবে ? পারদের আপেক্ষিক গুরুত্ব = 13·65. [ The cross sections of the arms of a U-tube are 2 sq. cm. and 1 sq. cm. respectively. Holding the U-tube in the vertical position, a quantity of mercury of specific gravity 13·65 is poured in it. Find the

height through which mercury will rise in the narrower arm when 52 c.c. of water is poured into the wider arm. ]

জল ঢালার পূর্বে উভয় নলে পারদ একই উচ্চতায় ছিল। মনে করি, A ও B পারদের পূর্ব অবস্থান। 52 c.c. অর্থাৎ $52 \div 2 = 26$ cm. উচ্চ জলস্তম্ভের জন্য যদি বড় নলে পারদ A থেকে $x$ $cm.$ নেমে C-তে আসে তাহলে সরু নলে পারদ B থেকে $2x$ cm. উঠে D-তে যাবে কারণ নল দুটির প্রস্থচ্ছেদ-ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 2 sq. cm. ও 1 sq. cm.




চিত্র 2.17

C অনুভূমিক তল বরাবর যদি দুটি নলে P ও Q দুটি বিন্দু ধরা হয় তাহলে,

P বিন্দুতে জলের চাপ = Q বিন্দুতে পারদের চাপ

$$26 \times 1 \times g = 3x \times 13.65 \times g$$

$$\therefore \quad x = \frac{26}{13{\cdot}65 \times 3} = {\cdot}635 \text{ cm. ( প্রায় )}$$

$\therefore$ সরু নলে পারদপৃষ্ঠ $\cdot 635 \times 2 = 1{\cdot}27$ cm. উঠবে।

3. একটি হাইড্রলিক প্রেসে পিস্টন দুটির ব্যাস যথাক্রমে 2″ ও 20″। লিভারের আলম্ব থেকে 2 ফুট দূরে ছোট পিস্টনটি আটকানো রয়েছে এবং 10 ফুট দূরে বল প্রয়োগ করা হচ্ছে। 8000 পাউণ্ড ভার বল পাবার জন্য লিভারে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [ The diameters of the pistons of a Hydraulic Press are 2″ and 20″. The smaller piston is at a distance 2 feet from the fulcrum of a lever 10 ft. long. What force must be applied at the end of the lever to make the Press exert a force of 8000 lb. wt. ? ]

ছোট ও বড় পিস্টনের ক্ষেত্রফল এবং তাদের ওপর প্রযুক্ত বল $P_1$ ও $P_2$ হচ্ছে,

$$\alpha = \pi\left(\frac{2}{2}\right)^2 \text{ sq. in.}, \beta = \pi\left(\frac{20}{2}\right)^2 \text{ sq. in.}, P_2 = 8000 \text{ lb. wt.}, P_1 = \frac{y}{x}P.$$

এখানে, $y = 10$ ft., $x = 2$ ft. ও নির্ণেয় বল, $P = ?$

আমরা জানি,

$$\frac{P_1}{\alpha} = \frac{P_2}{\beta} \text{ বা } P_1 = P_2 \times \frac{\alpha}{\beta} \text{ বা } \frac{y}{x} P = P_2 \times \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\therefore \text{ নির্ণেয় বল, } P = P_2 \times \frac{x}{y} \times \frac{\alpha}{\beta} = 8000 \times \frac{2}{10} \times \frac{\pi.1^2}{\pi_1.10^2} = 16 \text{ lb. wt.}$$

## চতুর্থ অধ্যায়

# বায়ুর চাপ ( Pressure of air )

### 4.1 বায়ুর চাপ ( Pressure of air ).

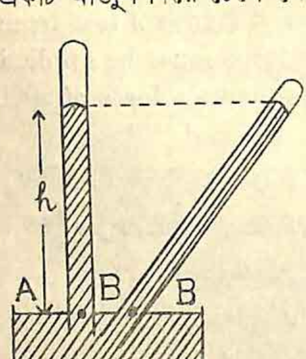
পূর্বে আমরা দেখেছি যে তরলের ভিতরে কোনো বিন্দুতে চাপের প্রকৃত কারণ হচ্ছে সেই বিন্দুর উপরিস্থিত উলম্ব তরল স্তম্ভের ভার। এই স্তম্ভটির প্রসার আলোচ্য বিন্দু থেকে শুরু ক'রে তরলের উপরের পৃষ্ঠ পর্যন্ত।

ঠিক তেমনিই পৃথিবীপৃষ্ঠে যে কোনো বিন্দুর উপর একটি উলম্ব বায়ুর স্তম্ভ রয়েছে—যার বিস্তৃতি বা প্রসার ভূপৃষ্ঠ থেকে শুরু ক'রে বায়ুমণ্ডলের উপরিভাগ পর্যন্ত। বলা বাহুল্য বায়ুমণ্ডলের উপর দিকে তরলের মত কোনো একটি সুনির্দিষ্ট তল বা পৃষ্ঠ নেই। তাহলেও বায়ুর স্তম্ভের ভার সুনির্দিষ্ট। এইভাবে আমাদের আশেপাশে যে কোনো বিন্দুতে বায়ুর একটি নির্দিষ্ট চাপ রয়েছে। যদি আমরা কোনো উঁচু জায়গায় ( পাহাড়ের উপর ) যাই, সেখানে বায়ুর চাপ কম হবে।

তরলের চাপের সঙ্গে গ্যাসের চাপের একটি মৌলিক পার্থক্য এই যে, যেখানে তরলের চাপ শুধুমাত্র উপরিতল থেকে গভীরতার উপর নির্ভর করে এবং উপরিতলে শূন্য হয়, গ্যাসের চাপ কিন্তু কখনোই শূন্য হয় না এবং পাত্রের আয়তন কমিয়ে বা তাপমাত্রা বাড়িয়ে গ্যাসের চাপ বাড়ানো সম্ভব।

### 4.2 বায়ুমণ্ডলের চাপের পরিমাপন ( Measurement of Atmospheric Pressure ).

তিন ফুট দীর্ঘ একমুখ খোলা একটি কাচের নল নাও। নলটিতে পারদ ভরে একটি আঙুল দিয়ে চেপে খোলা মুখটি একটি পাত্রে রাখা পারদের মধ্যে ডুবিয়ে দিয়ে আঙুল সরিয়ে নাও। দেখা যাবে যে নল থেকে খানিকটা পারদ পাত্রে বেরিয়ে যাবে এবং নলের মধ্যে অবশিষ্ট পারদ স্তম্ভের উচ্চতা $h$ প্রায় 30 ইঞ্চি বা 76 সেমি. হবে। নলটিকে হেলিয়ে দিলেও পারদের উপরের পৃষ্ঠ একই অনুভূমিক সমতলে থাকে।



চিত্র 2.18

এই ঘটনার কারণ অনুসন্ধান করবার জন্য আমরা দুটি অনুভূমিক বিন্দু A ও B কল্পনা করে নিচ্ছি। বিন্দু A নলের বাইরের পাত্রে পারদের তলের উপর অবস্থিত, এবং বিন্দু Bটি একই

অনুভূমিক সমতলে কাচের নলের মধ্যে অবস্থিত। একই অনুভূমিক রেখায় অবস্থিত থাকার দরুণ A ও B-তে চাপ সমান।

কিন্তু A বিন্দুর উপর একমাত্র চাপ উপরের বায়ুমণ্ডলের চাপ, কেননা এখানে পারদের জন্য চাপ শূন্য।

অর্থাৎ A বিন্দুতে চাপ = P = বায়ুমণ্ডলের চাপ। কিন্তু B বিন্দুর উপর $h$ উচ্চতার পারদের স্তম্ভ রয়েছে। সুতরাং B বিন্দুতে চাপ $= gdh$ [ $g$ = অভিকর্ষীয় ত্বরণ এবং $d$ = পারদের ঘনত্ব $= 13{\cdot}6$ gm./c.c. সুতরাং যেহেতু এই দুই বিন্দুতে চাপ সমান।

বায়ুমণ্ডলের চাপ, $P = gdh$ ... ... ... (1)

এইভাবে পারদ স্তম্ভের উচ্চতা স্কেলের সাহায্যে মেপে নিলেই বায়ুমণ্ডলীয় চাপ P গণনা করা সম্ভব।

যথা $h$ যদি 76 cm. হয়, এবং $g$ এর মান 980 cm./sec$^2$ নেওয়া হয়,

তাহ'লে $P = 13{\cdot}6 \times 980 \times 76$ ডাইন/বর্গ সেন্টিমিটার

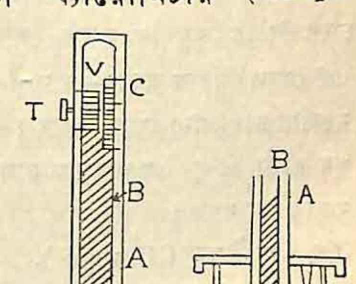
$= 1012928$ ডাইন/বর্গ সেমি. $= 1{\cdot}013 \times 10^6$ ডাইন/বর্গ সেমি.

যেহেতু 13·6 এবং 980-এ দুটি স্থিরাঙ্ক, সচরাচর P-র পরিমাপের জন্য কেবল পারদ স্তম্ভের উচ্চতা $h$ বলে দিলেই যথেষ্ট। যেমন উপরের চাপটি বোঝাবার জন্য আমরা শুধু বলি P = 76 cm. ( পারদের স্তম্ভ )

উপরোক্ত পারদের নলটি একটি **সরল ব্যারোমিটার** ( Simple Barometer ).

ব্যারোমিটারে পারদের পরিবর্তে যদি জল বা অন্য কোনো তরল ভরা হয়, তাহলে তার স্তম্ভের উচ্চতা হতে উপরের সমীকরণ থেকে P গণনা করা সম্ভব।

### 3.4. ফোর্টিনের ব্যারোমিটার ( Fortin's Barometer ).



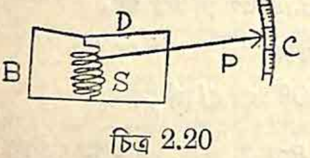

চিত্র 2.19

এই যন্ত্রটি মূলতঃ একটি পারদ ভরা একদিক বন্ধ কাচের নল ছাড়া আর কিছুই নয়। B নলটি একটি পারদ ভরা পাত্র R এর মধ্যে উল্টানো অবস্থায় খাড়া করা রয়েছে ( চিত্র 2.19 )। পাত্র R এর নীচেটা চামড়ার তৈরী, এবং একটি স্ক্রু S এর সাহায্যে এই চামড়ার থলিকে উপরে নীচে ক'রে পাত্রে পারদের তলকে ইচ্ছামতো

উপরে বা নীচে তোলা বা নামানো যায়। এতে সুবিধা এই যে পারদের তলকে স্কেলের ঠিক "O" চিহ্নে রাখা যায়। একটি সূচক পিনের সাহায্যে স্কেলের এই স্থানটি নির্দিষ্ট করা হয়েছে। B নলটিকে একটি পিতলের টিউব A এর মধ্যে রাখা হয়। নলে পারদের উপরিতলের উচ্চতা মাপবার জন্য একটি ভার্নিয়ার স্কেল V-কে স্ক্রু T এর সাহায্যে পারদের তলের সঙ্গে ঠেকিয়ে স্কেল C-তে তার সঠিক অবস্থান দেখে নেওয়া হয়। এইভাবে পারদের স্তম্ভের সঠিক উচ্চতা জানা যায় এবং তার থেকে T বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্ণয় করা হয়।

## 4.4. অ্যানারয়েড ব্যারোমিটার ( Aneroid Barometer ).

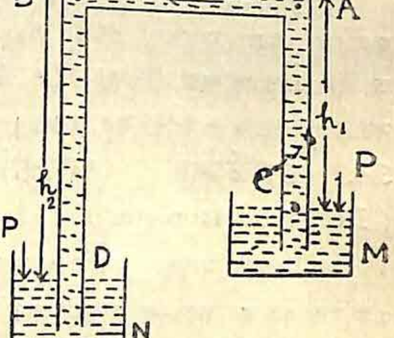
এই ক্ষুদ্রায়তন যন্ত্রটিতে পারদ ইত্যাদির কোনো প্রয়োজন নেই। এটি মূলতঃ একটি প্রায় বায়ুহীন ধাতব বাক্স-বিশেষ ( চিত্র 2.20 )। বাক্স B র উপরে একটি পাতলা ধাতুর ঢাকনা এমনভাবে আটকানো যে উপরের বায়ুমণ্ডলের চাপে সেটি নিচে নেমে যায়। কিন্তু একটি স্প্রিং S তাকে উপরের দিকে ঠেলে রাখে। ফলতঃ বায়ুমণ্ডলের চাপ যত বেশী হয় স্প্রিং S তত সংকুচিত হয়ে পড়ে। এই সংকোচনের মাত্রা সোজাসুজি একটি স্কেল C এর উপর ঘুরন্ত কাঁটা P র অবস্থান দ্বারা সূচিত হয়। বিভিন্ন জানা চাপে কাঁটার অবস্থান হ'তে স্কেলটিতে হিসাব ক'রে দাগ দেওয়া হয়েছে। এখন এই স্কেলে কাঁটার অবস্থান হতে-ই বায়ুমণ্ডলীয় চাপ জানা যেতে পারে। যন্ত্রটি খুব হাল্কা এবং এর সাহায্যে চাপ নির্ণয় করাও খুব সহজ।




চিত্র 2.20

## 4.5. সাইফন ( Siphon ).

বায়ুমণ্ডলীর চাপ ও তরলের চাপের বৈশিষ্ট্যের একটি ব্যবহারিক প্রয়োগ দেখা যায় সাইফন নামক এই সরল যন্ত্রটিতে। এই যন্ত্রটির সাহায্যে ওপরে অবস্থিত কোন পাত্র হতে, পাত্রটিকে না হেলিয়ে, নীচে অবস্থিত অন্য একটি পাত্রে তরল স্থানান্তরিত করা যায়। সাইফন বস্তুত একটি U-আকৃতি নল যার এক বাহু অন্য বাহু অপেক্ষা বেশী লম্বা (চিত্র 2.21)।




চিত্র 2.21

নলটিকে পুরোপুরি জলে ভর্তি ক'রে, খোলা মুখ দুটি দুটি আঙুল দিয়ে বন্ধ ক'রে দুটি জলপূর্ণ পাত্র M ও N এর মধ্যে উল্টে রাখতে হবে। এখন আঙুল দুটি সরিয়ে নিলে দেখা যাবে যে জল সাইফনের মধ্যে দিয়ে ওপরের পাত্র M হতে নীচের পাত্র N এর দিকে স্থানান্তরিত হচ্ছে। যতক্ষণ পর্যন্ত M পাত্রে জলের তল N পাত্রে জলের তলের চেয়ে ওপরে রয়েছে ততক্ষণ এই প্রবাহ চলতে থাকবে।

এখন দেখা যাক কি কারণে এই প্রবাহ সম্ভব হচ্ছে? সাইফন নলের অনুভূমিক অংশে A ও B দুটি বিন্দু কল্পনা করি। M ও N পাত্রে জলের তলের সঙ্গে একই অনুভূমিক তলে, নলের ভিতর C ও D দুটি বিন্দু কল্পনা করি। পাত্র দুটির জলপৃষ্ঠ হতে মনে করি A ও B বিন্দু দুটির উচ্চতা যথাক্রমে $h_1$ ও $h_2$. বায়ুমণ্ডলের চাপ যদি P ধরা হয়, তাহ'লে C ও D বিন্দুতে চাপ-ও P হবে। A ও B বিন্দুতে চাপ মনে করি যথাক্রমে $P_1$ ও $P_2$। জলের ঘনত্ব $\rho$ হ'লে,

C বিন্দুতে চাপ = A বিন্দুতে চাপ + $h_1\ \rho g$

বা $\quad P = P_1 + h_1\ \rho g \ \therefore\ P_1 = P - h_1 \rho g$

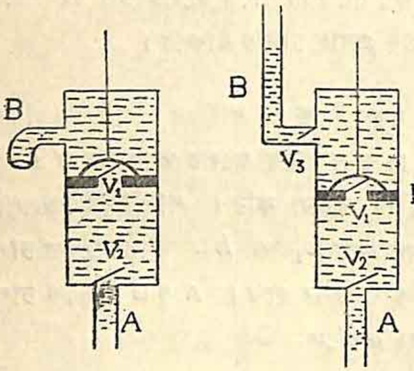
একইভাবে, B বিন্দুতে চাপ, $P_2 = P - h_2 \rho g$.

কিন্তু $h_1 < h_2$ সুতরাং $P_1 > P_2$ অর্থাৎ A বিন্দুতে চাপ B বিন্দুতে চাপের চেয়ে বেশী। অতএব জল A থেকে B বিন্দুর দিকে প্রবাহিত হয়ে N পাত্রে পড়বে। A হতে জল চলে গেলে সেখানে যে শূন্যতার সৃষ্টি হয়, তার ফলে বায়ুমণ্ডলের চাপ জলকে M পাত্র থেকে ঠেলে ওপরে তুলবে। আমরা জানি বায়ুমণ্ডলের চাপ 34 ফুট জলস্তম্ভের চাপের সমান। অতএব $h_1$ এর মান 34 ফুটের বেশী হলে সাইফন আর কাজ করবে না। সহজেই বোঝা যায় যে, D বিন্দু অবশ্য-ই C বিন্দুর নীচে থাকতে হবে, তা না হ'লে $h_1 > h_2$ হ'লে $P_1 < P_2$ হবে এবং জল A থেকে B-র দিকে প্রবাহিত হবে না। বায়ুশূন্যস্থানেও সাইফন কাজ করতে পারবে না, কারণ বায়ুমণ্ডলের চাপ-ই জলকে M পাত্র থেকে ঠেলে A পর্যন্ত তুলে নিয়ে যায়।

### 4.6. পাম্প ( Pump ).

বায়ুমণ্ডলের চাপের সাহায্যে জল বা অন্য কোন তরল নীচ হতে ওপরে তোলার জন্য যে যন্ত্র ব্যবহার করা হয় তাকে পাম্প ( Pump ) বলে। পাম্প বিভিন্ন ধরণের হতে পারে।

(ক) সাধারণ পাম্প বা শোষণ পাম্প (Suction Pump) এবং লিফ্‌ট্‌ পাম্প ( Lift Pump ).




(a) শোষণ পাম্প (b) লিফ্‌ট্‌ পাম্প
চিত্র 2.22

একটি সাধারণ শোষণ পাম্পে ( চিত্র 2.22a ) পিস্‌টন P-র মধ্যস্থলে একটি ভাল্‌ভ্‌ $V_1$ লাগান থাকে যার মধ্য দিয়ে জল কেবল নীচ থেকে উপরের দিকে যেতে পারে। জল ঢোকবার নল A-র মুখে আর একটি ভাল্‌ভ $V_2$ থাকে, এটিও শুধু উপর খোলে।

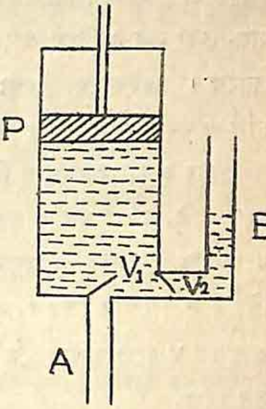
পিস্টন P উপরে ওঠবার সময় ওপরের জলের চাপে ভাল্‌ভ $V_1$ বন্ধ হয়ে যায় এবং তার উপরের জল নল B দিয়ে বাইরে বেরিয়ে যায়। পিস্টনের নীচে শূন্যস্থানের সৃষ্টি হবার ফলে নল A থেকে জল শোষিত হয়ে পাম্পের মধ্যে ঢুকে আসে। অতঃপর পিস্টন নীচে নামবার সময় $V_2$ বন্ধ হয়ে যাওয়ায় এই জল আর নীচে যেতে পারে না, উপরন্তু ভালভ্‌ $V_1$ এর মধ্যে দিয়ে পিস্টনের উপরে চলে যায়। এরপর পিস্টন আবার উপরে উঠলে এই ব্যাপারেরই পুনরাবৃত্তি ঘটে।

লিফ্‌ট পাম্পে ( চিত্র 2.22b) নল Bর মুখে একটি তৃতীয় ভাল্‌ভ্‌ $V_3$ থাকে। এটিও বাইরের দিকে খোলে। অতএব নল B-র মধ্যে একবার যতটা জল ঢুকে পড়ে সেটা আর পাম্পে ফিরে আসতে পারে না। সুতরাং নল B যদি অনেকটা উঁচুতেও যায়, তাহলেও পাম্পের সাহায্যে তার মধ্যে জল টানা সম্ভব হয়।

নীচের জলাধার থেকে A নলের মধ্যে দিয়ে যে জল ওপরে ওঠে তা সম্ভব হয় বায়ুমণ্ডলের চাপের জন্য। আমরা জানি যে, বায়ুমণ্ডলের চাপ জলকে 34 ফুট তুলতে পারে। সুতরাং সাধারণ পাম্পে জল 34 ফুটের বেশী তোলা যায় না। কিন্তু লিফ্‌ট পাম্পে পিস্টনে প্রযুক্ত বলের সাহায্যে B নলের মধ্যে দিয়ে জল ওপরে তোলা হচ্ছে। সুতরাং লিফ্‌ট পাম্পে 34 ফুটের বেশী উঁচুতে জল তোলা সম্ভব হয়।

**(খ) ফোর্স পাম্প** ( Force Pump or Compression Pump ).

এই পাম্পে পিস্টন P তে কোনো ভাল্‌ভ্ থাকে না, কেবল নল A র মুখে ভিতরে ঢোকবার ও নল B র মুখে বাইরে যাবার ভাল্‌ভ্ থাকে ( চিত্র 2.23 )।

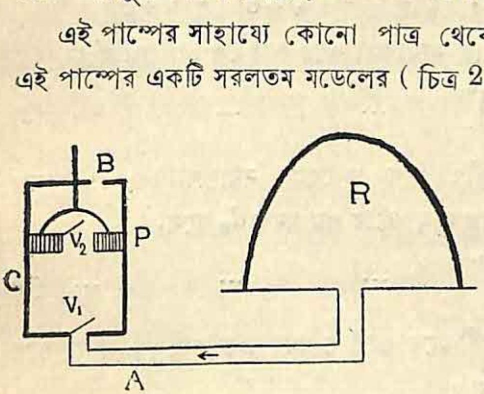



চিত্র 2.23

পিস্টন যখন উপরে ওঠে তখন B নলে জলের চাপে ভাল্‌ভ্ $V_2$ বন্ধ হয়ে যায় এবং পাম্পের ভিতরে শূন্যস্থান সৃষ্ট হয়। এর ফলে ভাল্‌ভ্ $V_1$ খুলে গিয়ে A নল হতে জল ভিতরে ঢোকে। এখন পিস্টন P নীচে নামার সময় $V_1$ বন্ধ হয়ে গিয়ে পাম্পের ভিতরে জলের উপর চাপ সৃষ্টি হয়। এর ফলে $V_2$ খুলে গিয়ে নল B দিয়ে জলকে যত ইচ্ছা উপরে ঠেলে তোলা যায়। A নলের মধ্যে দিয়ে পাম্পের মধ্যে যে জল উঠছে তা বায়ুমণ্ডলের চাপের জন্য, কিন্তু B নলের মধ্যে দিয়ে যে জল ওপরে পাঠান হচ্ছে তা পিস্টনের ওপর প্রযুক্ত বলের সাহায্যে সম্ভব হচ্ছে।

**4.7. বায়ু নিষ্কাশন যন্ত্র ( Vacuum Pump or Exhaust Pump ).**

এই পাম্পের সাহায্যে কোনো পাত্র থেকে বায়ু নিষ্কাশিত করা যায়। এখানে এই পাম্পের একটি সরলতম মডেলের ( চিত্র 2.24 ) বর্ণনা দেওয়া হল।




চিত্র 2.24

এই পাম্পে C বেলনাকৃতির পাত্রের মধ্যে একটি আঁট পিসটন P রয়েছে যার মধ্যে ভালভ্ $V_2$ বাইরের দিকে খোলে। নল A যে পাত্র R থেকে বায়ু নিষ্কাশিত করতে হবে তাকে পাম্পের সঙ্গে সংযুক্ত করছে। Aর মুখে ভালভ্ $V_1$ পাম্পের ভিতর দিকে খোলে। পিস্টন P যখন ওপর দিকে ওঠে তখন $V_2$ ওপরের বায়ুর চাপে বন্ধ হয়ে যায় এবং $V_1$ খুলে যায়। পাম্পের ভিতর বায়ুর চাপ কমে যাওয়ায় R থেকে হাওয়া এসে পাম্পের মধ্যে ঢোকে। কিন্তু পিস্টন নীচে নামবার সময় পাম্পের ভিতরে বায়ুর চাপ বেশী হওয়ার ফলে $V_1$ বন্ধ হয়ে যাওয়ায়, এই বায়ু আর R এ ফিরে যেতে

পারে না, $V_2$র মধ্য দিয়ে পিস্টনের উপরের অংশে চলে যায়। পিস্টন যখন আবার উপরে ওঠে তখন পিস্টনের উপরের অংশের হাওয়া ছিদ্র B দিয়ে বাইরে বেরিয়ে যায়, এবং নল A দিয়ে আরো খানিকটা বায়ু R থেকে বেরিয়ে এসে পাম্পের মধ্যে ঢোকে। এইভাবে ক্রমশঃ R থেকে বায়ু নিষ্কাশিত হতে থাকে। R পাত্রে বায়ুর চাপ ও ঘনত্ব হ্রাসের হার গণনা—

পাত্র হতে যত বায়ু নিষ্কাশিত হচ্ছে ততই পাত্রমধ্যস্থ বায়ুর ঘনত্ব হ্রাস পাচ্ছে। মনে করি, R পাত্রের আয়তন V এবং পিস্টন P এর সর্বোচ্চ ও সর্ব নিম্ন অবস্থানের মধ্যেকার পাম্পের আয়তন $v$. R পাত্রের বায়ুর প্রাথমিক চাপ $p$ ধরা যাক। পিস্টন P পাম্পের ভিতর সর্বনিম্ন অবস্থান থেকে সর্বোচ্চ অবস্থানে উঠলে ঐ বায়ুর আয়তন V হতে বৃদ্ধি পেয়ে $V+v$ হবে এবং তার ফলে চাপ কমে $p_1$ হলে, বয়েলের সূত্র হতে,

$$p_1(V+v)=pV \quad \text{বা} \quad p_1=p\frac{V}{V+v}$$

পিস্টনের দ্বিতীয়বার নামাওঠার শেষে $p_1$ চাপে V আয়তন বায়ু প্রসারিত হয়ে আবার $V+v$ আয়তন পায় এবং চাপ কমে যদি $p_2$ হয়, তাহ'লে

$$p_2(V+v)=p_1V \text{ বা } p_2=p_1\left(\frac{V}{V+v}\right)=p\left(\frac{V}{V+v}\right)^2$$

এভাবে দেখা যায় যে পিস্টন যদি $n$ বার নামাওঠা করে তাহ'লে চাপ $p_n$ হবে,

$$p_n=p\left(\frac{V}{V+v}\right)^n \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

আমরা জানি, $p \propto \rho$ (ঘনত্ব) অর্থাৎ চাপ ঘনত্বের সমানুপাতিক। সুতরাং প্রাথমিক ঘনত্ব $d$ এবং পিস্টনের $n$ বার নামাওঠার পর ঘনত্ব $d_n$ হলে,

$$d_n=d\left(\frac{V}{V+v}\right)^n \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে $n$ যত বেশী হবে চাপ ও ঘনত্ব তত কমবে। কিন্তু চাপ বা ঘনত্ব কখনও পুরোপুরি শূন্য হবে না।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

1. একটি হিলিয়াম গ্যাসপূর্ণ গোলাকার বেলুনের আয়তন 400 ঘনমিটার। যদি কেবল বেলুনের ওজন 150 কিলোগ্রাম হয়, তাহ'লে বেলুনটি আরও কত ওজন ওপরে তুলতে পারবে? হিলিয়ামের ঘনত্ব = 0·173 গ্রাম প্রতি লিটারে এবং বায়ুর ঘনত্ব = 1·25 গ্রাম প্রতি লিটারে। [ The capacity of a balloon filled

with Helium gas is 400 cu. metres. If the weight of the balloon itself be 150 kg., find what maximum load can the balloon lift? Density of Helium = 0·173 gm./litre and density of Air = 1·25 gm./litre. ]

বেলুনটির ওপর মোট উর্ধ্বে ঘাত = বেলুনের আয়তন × বায়ুর ঘনত্ব

$$= 400 \times 10^6 \times \frac{1{\cdot}25}{1000}\ \text{gm.} = 500\ \text{kg.}$$

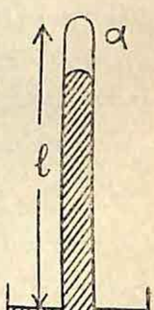
মোট নিম্নঘাত অর্থাৎ গ্যাসপূর্ণ বেলুনের ওজন = বেলুনের ওজন + গ্যাসের ওজন

$$= 150\ \text{kg.} + 400 \times 10^6 \times \frac{{\cdot}173}{1000}\ \text{gm.}$$

$$= 150\ \text{kg.} + 69{\cdot}2\ \text{kg} = 219{\cdot}2\ \text{kg.}$$

সুতরাং বেলুনটি আরও 500 – 219·2 = 280·8 kg ওজন ওপরে তুলতে পারবে।

2. একটি সঠিক ব্যারোমিটারের পাঠ 29·5 ইঞ্চি ও 30·7 ইঞ্চি হ'লে একটি ত্রুটিপূর্ণ ব্যারোমিটারের পাঠ যথাক্রমে 28·5 ইঞ্চি ও 29·5 ইঞ্চি। এই ত্রুটিপূর্ণ ব্যারোমিটারের পাঠ যখন 29·9 ইঞ্চি তখন সঠিক বায়ুমণ্ডলের চাপ কত হবে? [ A faulty barometer reads 28·5″ and 29·5″ when a correct barometer reads 29·5″ and 30·7″ respectively. Find the correct value of the atmospheric pressure when the faulty barometer reads 29·9″ ]




চিত্র 2·25

মনে করি, ব্যারোমিটার নলের মোট দৈর্ঘ্য $l''$ এবং প্রস্থচ্ছেদ-ক্ষেত্রফল $\alpha$ sq. inch.

প্রথমবারে, যখন প্রকৃত বায়ুমণ্ডলের চাপ 29·5″ তখন এই ব্যারোমিটার নলে পারদস্তম্ভ 28·5″ উচ্চতায় রয়েছে। পারদের ওপরে নলে কিছুটা বায়ু থেকে যাওয়ার ফলে এই ত্রুটিপূর্ণ পাঠ হচ্ছে। এই বায়ুর আয়তন $V_1 = (l - 28{\cdot}5) \times \alpha$ cu. inch এবং চাপ $P_1 = 29{\cdot}5 - 28{\cdot}5 = 1''$.

দ্বিতীয়বারে, ঐ একই পরিমাণ বায়ুর আয়তন, $V_2 = (l - 29{\cdot}5) \times \alpha$ cu. inch. এবং চাপ,

$P_2 = 30{\cdot}7 - 29{\cdot}5 = 1{\cdot}2''$

বয়েলের সূত্র অনুসারে, $P_1V_1 = P_2V_2$

$$(l - 28{\cdot}5)\alpha \times 1 = (l - 29{\cdot}5)\alpha \times 1{\cdot}2 \quad \therefore \quad l = 34{\cdot}5''$$

তৃতীয়বারে, বায়ুমণ্ডলের চাপের সঠিক মান H″ হ'লে, ঐ আবদ্ধ বায়ুর আয়তন, $V_3=(34{\cdot}5-29{\cdot}9)\alpha=4{\cdot}6\alpha$ cu. in. এবং চাপ, $P_3=H-29{\cdot}9''$

আবার, বয়েলের সূত্র অনুসারে, $P_3V_3=P_1V_1$

বা $(H-29{\cdot}9)\times 4{\cdot}6\alpha=1\times(34{\cdot}5-28{\cdot}5)\alpha=6\alpha$

$$\therefore \quad H-29{\cdot}9=\frac{6}{4{\cdot}6}=1{\cdot}3'' \quad \therefore \quad H=31{\cdot}2'' \text{ (approx.)}$$

3. 100 ঘন সেমি· ভিতরকার আয়তনবিশিষ্ট একটি নিষ্কাশন পাম্প 500 ঘন সেমি· একটি পাত্র হতে বায়ু নিষ্কাশিত করছে। পাত্রে প্রাথমিক বায়ুর চাপ 76 সেমি· হলে পাম্পটি 10 বার ক্রিয়া করলে পাত্রের চাপ কমে কত হবে? [ The volume of the barrel of an exhaust pump is 100 c.c. and that of the receiver 500 c.c. Find the pressure of air in the receiver after 10 complete strokes, the initial pressure being 76 cm. of mercury. ]

$$\text{আমরা জানি, } p_n=p\left(\frac{V}{V+v}\right)^n$$

এখানে, $V=500$ cc. $v=100$ cc., $n=10$, $p=76$ cm., $p_n=$ ?

$$p_n=76\left(\frac{500}{500+100}\right)^{10}=76\times\left(\frac{5}{6}\right)^{10}=12{\cdot}27 \text{ cm. of mercury.}$$

পঞ্চম অধ্যায়

# পৃষ্ঠটান এবং সান্দ্রতা

## (Surface Tension and Viscosity)

### 5.1, তরলের আণবিক সংগঠন (Molecular Constitution of liquid).

আমরা পূর্বে দেখেছি যে কঠিন পদার্থের মধ্যে অণুগুলি পরস্পরের খুব কাছাকাছি থাকে ব'লে তাদের মধ্য আকর্ষণ বল খুব বেশী এবং তার ফলে অণুগুলি যে যার স্থানে আটকানো অবস্থায় থাকে। তরলের মধ্যে অণুদের পারস্পরিক দূরত্ব কিছু বেশী। এর ফলে তাদের পারস্পরিক আকর্ষণ বল ক্ষীণতর। সেজন্য তরলের অণুগুলি সহজেই একস্থান হতে অন্যস্থানে প্রবাহিত হতে পারে। তাই আমরা দেখি যে তরল পদার্থের কোন স্থির আকৃতি নেই এবং সে প্রবাহমান হতে পারে।

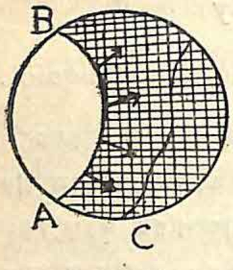
কিন্তু তা সত্ত্বেও তরলের অণুগুলিও পরস্পরের ওপর কিছুটা আকর্ষণ বল প্রয়োগ ক'রে থাকে। এর ফলে তরলের কয়েকটি বিশিষ্ট গুণ দেখা যায়। অতঃপর আমরা এর মধ্যে দুটি গুণ—পৃষ্ঠটান ও সান্দ্রতা নিয়ে আলোচনা করব।

### 5.2. পৃষ্ঠটান (Surface Tension).

সকল তরলেরই একটি বিশেষ ধর্ম আছে—তরলপৃষ্ঠ সর্বদাই সংকুচিত হতে চায়। আমরা দেখেছি কুয়াশার জলকণা আকারে গোল। বৃষ্টি যখন পড়ে তখন বারি-বিন্দুগুলি প্রায় গোল। কাঠের টেবিলে বা মেঝেতে যদি সামান্য পারদ পড়ে যায়, তাহলে দেখা যায় যে পারদ ছোট ছোট গোলাকার অংশে ভেঙে যায়। যে কোন তরল খুব সামান্য পরিমাণ নিলে দেখা যাবে যে তার আকৃতি প্রায় গোলাকার। আমরা জানি যে একই আয়তনের বিভিন্ন আকৃতির বস্তুর মধ্যে গোলাকার বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল সর্বাপেক্ষা কম। তরলের এই গোল আকার ধারণ করার প্রবণতা থেকে মনে হয় যে, তরলপৃষ্ঠ সর্বদা নিজের ক্ষেত্রফল কমানোর চেষ্টা করে। অর্থাৎ তরলপৃষ্ঠের সর্বদা সংকুচিত হবার প্রবণতা রয়েছে। তরলের এই ধর্মকে পৃষ্ঠ-টান বলে। তরলের পরিমাণ যদি খুব সামান্য না হয়, তাহ'লে দেখা যায় যে তার আকৃতি ঠিক গোলাকার না হ'য়ে কিছুটা চ্যাপ্টা হয়। এর কারণ পৃথিবীর আকর্ষণ তার ভারকেন্দ্রকে নীচে নামাতে চেষ্টা করে, কিন্তু তরল নিজের আকার

গোল রাখার চেষ্টা করে। এই দুটি বিপরীত প্রয়াসের সাম্যবস্থায় ভারকেন্দ্র একটু নেমে যায় এবং তরলকে একটু চ্যাপ্টা দেখা যায়।

একটি সহজ পরীক্ষার দ্বারা এই পৃষ্ঠ-টানের অস্তিত্ব প্রমাণ করা যেতে পারে। একটি তারের রিং নিয়ে তাতে AB ও CD দুটি সূতা আল্‌গাভাবে বাঁধা হ'ল। এবার এই সূতা সমেত রিংটিকে সাবান জলে ডুবিয়ে তুলে নিলে দেখা যাবে যে তাতে সাবান জলের একটি ঝিল্লী আটকে রয়েছে এবং তার মধ্যে সূতা দুটি আল্‌গাভাবে আটকে রয়েছে। এখন যদি একটা সূতা AB ও রিং-এর মাঝখানের অংশের ঝিল্লী আঙুল দিয়ে ছিঁড়ে দেওয়া হয় তাহলে দেখা যাবে যে AB সূতাটি এই ছেঁড়া অংশের বিপরীত দিকে টানটান হয়ে যাবে কিন্তু CD সূতাটি একই রকম আল্‌গা থাকবে ( চিত্র 2·26 )। ঝিল্লীর পৃষ্ঠ বরাবর টানের জন্যই এরূপ হয়। CD সূতার দুদিকে টান সমান থাকায় সূতাটি আল্‌গা থেকে যায়। কিন্তু AB সূতার বাঁদিকে কোন ঝিল্লী না থাকায় কেবল ডানদিকের ঝিল্লীর টানে সূতাটি টানটান হয়ে যায়। প্রথমে যখন দুদিকেই ঝিল্লী ছিল তখন AB সূতাটিও CD সূতার মত আল্‌গা ছিল, কারণ তখন দুদিকেই সমান টান ছিল। এই পরীক্ষা থেকে স্পষ্টই বোঝা যায় যে তরলপৃষ্ঠ বরাবর একটি টান বা বল কাজ করছে যার ফলে তরলপৃষ্ঠটি সংকুচিত হবার চেষ্টা করে।



চিত্র 2·26

**তরলপৃষ্ঠের ওপর কোন একটি সরলরেখা কল্পনা করলে, এই কল্পিত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে তার ওপর লম্বভাবে এবং তরল-পৃষ্ঠের স্পর্শক অভিমুখে যে বল ক্রিয়া করে তাকে পৃষ্ঠ-টান** ( Surface Tension ) **বলে।**

পৃষ্ঠ-টানের একক হ'ল ডাইন প্রতি সেন্টিমিটারে ( dyne/cm. ) বা পাউণ্ডাল প্রতিফুটে ( poundal/ft. ) বা নিউটন প্রতি মিটারে ( Newton/metre )।

যখন কোন স্থির জলের ওপর মশা বা কোন ছোট পোকা গিয়ে বসে তখন দেখে মনে হয় জলের ওপর যেন পাতলা ঝিল্লীর মত কি একটা টানা রয়েছে। তার ওপর মশা বসলে সে জায়গাটা একটু নীচু হয়ে যায় মাত্র, কিন্তু মশার ভার বহন করতে পারে। আমরাও চেষ্টা করলে খুব সন্তর্পণে জলের ওপর একটা পাতলা ছুঁচ ভাসিয়ে দিতে পারি। ছুঁচের ওজনে জলের পৃষ্ঠটা একটু নেমে যাবে বটে কিন্তু ছিঁড়বে না। জলের পৃষ্ঠটি একটি পাতলা রবারের ঝিল্লীর মত ব্যবহার করে।

সাবান এমন একটা পদার্থ যার দ্বারা জলের পৃষ্ঠটান কমে যায়। এর ফলে জলের পৃষ্ঠের সংকোচনী প্রয়াস-ও কমে যায়। সেজন্য সাবানজলে সহজেই ফেনা হয়ে পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বেড়ে যায়। এরূপ ফেনা হবার সময় ছোট ছোট ধূলা ও ময়লার কণা ফেনার সঙ্গে জড়িয়ে ওপরে উঠে আসে। এজন্যই সাবান দিয়ে ধুলে ধূলা-ময়লা সহজে পরিষ্কার হয়ে যায়।

সাবানের একটি গোলাকার বুদ্বুদের ব্যবহার লক্ষ্য করলেও আমরা পৃষ্ঠ-টানের সাক্ষ্য পাই। বুদ্বুদটি ফোলাবার সময় ঠিক রবারের বেলুনের মতই ফুঁ দিয়ে ভিতরের বায়ুর চাপ বাইরের চাপের চেয়ে বাড়িয়ে দিতে হয় (চিত্র 2·27)। ভিতরের চাপ যত বাড়ান যায় বুদ্বুদের ব্যাসও তত বেড়ে যায়। এর থেকে বোঝা যায় যে বুদ্বুদের পৃষ্ঠ দুটি (ভিতরের ও বাইরের) রবারের ফানুসের মতই সংকুচিত হতে চায়। গণনা করে দেখান যায় যে সাম্যাবস্থায় ভিতরের চাপ ও বাইরের চাপের পার্থক্য,

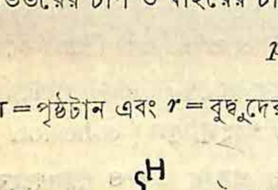


চিত্র 2·27

$$p = \frac{4T}{r} \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

T = পৃষ্ঠটান এবং $r$ = বুদ্বুদের ব্যাসার্ধ।

পৃষ্ঠটানের পরিমাপন—




চিত্র 2·28

দুবার সমকোণে বাঁকানো একটা তারের ফ্রেম বা কাঠামো ABCD একটি হুক H থেকে ঝোলানো রয়েছে (চিত্র 2·28)। আর একটি পাতলা অনুভূমিক তার AD এমনভাবে লাগানো রয়েছে যে সে AB ও DC বাহু দিয়ে ওপরে উঠতে বা নিচে নামতে পারে। AD থেকে ছোট একটি ওজন W ঝোলানর ব্যবস্থা আছে।

এখন যদি এই তারের কাঠামোটিকে সাবান-জলে ডুবিয়ে হুকে টাঙিয়ে দেওয়া হয় তা'হলে তার গায়ে একটি সাবানজলের ঝিল্লী আটকে থাকবে এবং পৃষ্ঠটানের প্রভাবে তার AD-টি উপরদিকে উঠতে চাইবে।

উপযুক্তভার W টাঙিয়ে AB-র ভারসাম্য সৃষ্টি করলে পৃষ্ঠটানের বল এবং W-র ভার সমান ও বিপরীতমুখী হবে। যদি ঝিল্লীর একপৃষ্ঠে পৃষ্ঠটানের জন্য AD-র উপর প্রযুক্ত বল F হয়, তাহ'লে

$$W = 2F$$

স্পষ্টই বোঝা যাচ্ছে যে AD যত লম্বা হবে, পৃষ্ঠটানের বল F এবং প্রয়োজনীয় ভার W ততই বেশী হবে। AD-র দৈর্ঘ্য যদি $l$ হয়, তাহ'লে

$F/l$ = একক দৈর্ঘ্যের উপর প্রযুক্ত পৃষ্ঠটানের বল

$$= T$$

$$\therefore \quad W = 2lT$$

এভাবে W-এর মান হতে T এর মান জানা সম্ভব হয়।

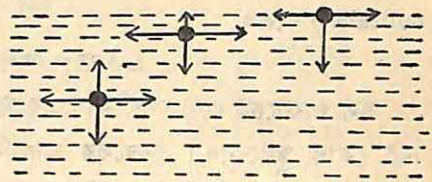
পৃষ্ঠটান তরলের একটি বিশেষ ধর্ম। প্রতিটি তরলের পৃষ্ঠটানের একটি নির্দিষ্ট মান রয়েছে। 20°C উষ্ণতায় জলের পৃষ্ঠটান 73 dynes/cm., পারদের পৃষ্ঠটান 465 dynes/cm., গ্লিসারিনের পৃষ্ঠটান 63 dynes/cm., জলপাই-এর তেলের ( olive oil ) পৃষ্ঠটান 32 dynes/cm., সাবানের জলের পৃষ্ঠটান প্রায় 30 dynes/cm. ইত্যাদি। **তরলের পৃষ্ঠটান উচ্চতা বৃদ্ধির সঙ্গে কমে যায়।**

### 5.3. পৃষ্ঠ-টানের আণবিক ব্যাখ্যা ( Molecular Theory of Surface Tension ).

আমরা জানি যে, পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে একটি আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে এবং এই বলই পদার্থের বিভিন্ন অংশকে একসঙ্গে ধরে রাখে। একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পরস্পর যে আকর্ষণ বল রয়েছে তাকে **'সংসক্তি'** ( cohesion ) বলে। দুটি ভিন্ন পদার্থ পাশাপাশি থাকলে দুই ভিন্ন প্রকার অণু-ও পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বলকে **'আসঞ্জন'** ( adhesion ) বলে। কাচের গেলাসে জল নিয়ে জলটা ফেলে দিলেও দেখা যায় যে গেলাসের গায়ে কিছু জল লেগে থাকে। কাচ ও জলের অণুগুলির আসঞ্জনের জন্য এরূপ হয়। সংসক্তি বা আসঞ্জন মহাকর্ষজনিত বল নয় এবং এদের ক্রিয়ার পাল্লা ( range ) মাত্র প্রায় $10^{-7}$ সেমি. দূরত্বের মধ্যে সীমাবদ্ধ। **এই সংসক্তির বলই পৃষ্ঠ-টানের হেতু।**

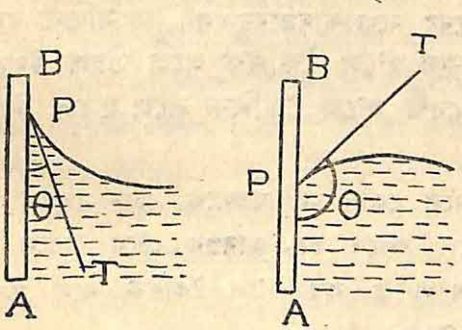
তরলের অণুগুলির মধ্যে পারস্পরিক দূরত্ব কিছুটা বেশী এবং সংসক্তি বলের পাল্লা অত্যন্ত সীমিত হওয়ায় অণুগুলি কেবলমাত্র তার নিকটতম প্রতিবেশী কতকগুলি অণুছাড়া আর কারো আকর্ষণ অনুভব করে না। তরলের ভিতরদিকে যে অণুগুলি রয়েছে তারা সবদিক থেকেই সমান টান অনুভব করাতে তাদের ওপর কোন

অপ্রতিমিত ( unbalanced ) বল ক্রিয়া করে না। কিন্তু যে অণুগুলি তরলপৃষ্ঠে রয়েছে তাদের ওপরদিকে তরল না থাকায় সেগুলি কেবলমাত্র নীচের দিকে ও আশেপাশে আকর্ষিত হচ্ছে ( চিত্র 2·29 )। ওপরের অংশে টান না থাকায় নিচের অংশের টান প্রতিমিত হবে না। সুতরাং সংসক্তির জন্য তরলপৃষ্ঠে সকল অণুর ওপর নিচের দিকে, পৃষ্ঠের অভিলম্বে একটি বল ক্রিয়া করে। এই অতিরিক্ত আকর্ষণের জন্য পৃষ্ঠস্থ অণুগুলি ভিতরদিকে যাবার চেষ্টা করে। পৃষ্ঠস্থ অণুগুলির ওপর এই অপ্রতিমিত বলের জন্যই তরলপৃষ্ঠ সংকুচিত হবার চেষ্টা করে এবং পৃষ্ঠতলের এই সংকোচন প্রবণতা থেকেই তরলের পৃষ্ঠটানের উৎপত্তি। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে প্রকৃতপক্ষে তরলের পৃষ্ঠ-বরাবর কোন বল ক্রিয়া করে না কেবলমাত্র আসঞ্জনের জন্য তরলপৃষ্ঠের সহিত লম্বভাবে পৃষ্ঠস্থ অণুগুলির ওপর একটি বল ক্রিয়া করে। তবে তরলপৃষ্ঠ বরাবর একটি বল কল্পনা করলে, এই সংকোচন প্রবণতা ব্যাখ্যা করতে সুবিধা হয়। টানকরা রবারের পাত বা ফোলানো বেলুনও নিজের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কমাতে চায়। কিন্তু তার সঙ্গে তরলপৃষ্ঠের আচরণের এখানেই মৌলিক পার্থক্য। রবারের পাত বা বেলুনের পৃষ্ঠ-বরাবর প্রকৃতই একটি বল কাজ করে। কিন্তু তরলপৃষ্ঠের ক্ষেত্রে প্রকৃতপক্ষে এই বল ক্রিয়া করে পৃষ্ঠের সঙ্গে লম্বভাবে, যদিও ব্যবহারের দিক দিয়ে উভয়ক্ষেত্রেই একই প্রবণতা লক্ষ্য করা যায়।



চিত্র 2·29

### 5.4. স্পর্শকোণ ( Angle of Contact ).




চিত্র 2.30

একটি কাচের প্লেটকে জলের মধ্যে ডুবালে দেখা যায় যে, প্লেট থেকে দূরে জলের তল অনুভূমিক থাকলেও প্লেটের সংস্পর্শে জলের তল কিছুটা উঠে গেছে এবং তার ফলে একটি বক্রতলের সৃষ্টি হয়েছে ( চিত্র 2.30a )। কিন্তু ঐ প্লেটটিকে পারদের মধ্যে ডুবালে প্লেটের সংস্পর্শে পারদের তল কিছুটা

নেমে যাবে এবং তরলপৃষ্ঠের বক্রতা এবারে উল্টো দিকে হবে ( চিত্র 2.30b )। স্পর্শবিন্দু P-তে বক্রতলের ওপর একটি স্পর্শক টানলে স্পর্শকটি প্লেট AB-র সঙ্গে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে **স্পর্শকোণ** ( Angle of contact ) বলে।

$$\angle APT = \text{স্পর্শকোণ}$$

জল ও কাচের মধ্যে স্পর্শকোণ একটি সূক্ষ্ম কোণ কিন্তু কাচ ও পারদের মধ্যে এই কোণ স্থূলকোণ। তরলের অণুগুলির মধ্যে সংসক্তির বল, তরল ও কঠিনের মধ্যে আসঞ্জনের বলের চেয়ে বেশী হলে এই কোণ স্থূলকোণ হবে কিন্তু আসঞ্জনের বল বেশী হ'লে এই কোণ সূক্ষ্মকোণ হবে।

জল ও কাচের মধ্যে এই স্পর্শকোণ প্রায় $0^\circ$, জল মোমের মধ্যে এই কোণ $107^\circ$, পারদ ও কাচের মধ্যে এই কোণ $140^\circ$।

## 5.5. কৈশিকতা ( Capillarity ).

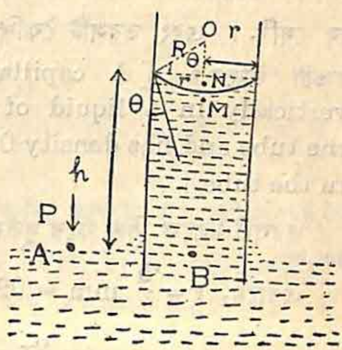
একটি সরু দুমুখ খোলা কাচের নলকে জলের মধ্যে ডুবালে দেখা যায় যে নলের মধ্যে জল ওপরে উঠছে। কিন্তু পারদে ডুবালে দেখা যায় যে নলের ভিতরে পারদ নেমে গেছে। এরূপ সরু নলকে বলে 'কৈশিক নল' ( Capillary tube )। কৈশিক নলে তরলের ওঠা বা নামা সংক্রান্ত ঘটনাকে **কৈশিকতা** ( Capillarity ) বলে। নল যত সরু হয়, জল তত ওপরে ওঠে। এই কারণে ব্লটিং কাগজ বা স্পঞ্জ জল শোষে, প্রদীপের পল্‌তে তেল টেনে নেয়। এই কৈশিকতার মূলে পদার্থের যে ধর্ম কাজ করে তাহ'ল তরলের অণুগুলির মধ্যে সংসক্তি বল এবং তরল ও কঠিনের মধ্যে আসঞ্জনের বল। **সংসক্তির বল, আসঞ্জনের বলের তুলনায় কম হ'লে কৈশিক নলে তরল উপরে উঠবে, কিন্তু সংসক্তির বল বেশী হ'লে কৈশিক নলে তরল নিচে নামবে।**

এখন প্রশ্ন হ'ল, কৈশিক নলে কোন্ বল তরলকে টেনে তোলে বা নামায়। সহজে উত্তর দিতে হ'লে বলতে হয়, আসঞ্জন টেনে তোলে ও সংসক্তি টেনে নামায়। স্পর্শকোণ $90^\circ$-র কম হ'লে কৈশিক নলে তরল ওপরে উঠবে। কতটা উঠবে তার হিসাব করা যাক।

মনে করি, নলের ব্যাসার্ধ $r$, স্পর্শকোণ $\theta (\theta < 90^\circ)$ এবং স্থিতাবস্থায় নলের মধ্যে তরল বাইরের মুক্ততল হতে $h$ উচ্চতায় উঠেছে। স্পর্শকোণ $90^\circ$-র চেয়ে কম হওয়ায় কৈশিক নলের মধ্যে তরলের পৃষ্ঠতল বেঁকে যাবে এবং অবতল পৃষ্ঠ

ওপরদিকে হবে। আমরা আগে দেখেছি যে বুদ্‌বুদের ক্ষেত্রে তরলপৃষ্ঠের দুই প্রান্তের মধ্যে চাপের পার্থক্য হচ্ছে $\frac{4T}{R}$ ; কিন্তু এখানে তরল ও বায়ুর মধ্যে মাত্র একটি পৃষ্ঠ থাকায় অবতল ও উত্তল প্রান্তের মধ্যে চাপের পার্থক্য হবে,

$\frac{T}{2R}$, T = পৃষ্ঠ-টান, R = বক্র পৃষ্ঠতলের ব্যাসার্ধ।



চিত্র 2.31

একই অনুভূমিকতলে A ও B ( চিত্র 2.31 ) দুটি বিন্দু কল্পনা করলে, দুজায়গায়ই চাপ সমান হতে হবে। A বিন্দুতে চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ = P

B বিন্দুতে চাপ = M বিন্দুতে চাপ + M হতে B পর্যন্ত তরলের চাপ।

কিন্তু M বিন্দুতে চাপ = N বিন্দুতে চাপ $-\frac{2T}{R} = P - \frac{2T}{R}$

$$\therefore \quad P = P - \frac{2T}{R} + hdg \ , \ d = \text{তরলের ঘনত্ব}$$

$$\therefore \quad T = \tfrac{1}{2}\ hdg \times R = \tfrac{1}{2}\ hdg. \times \frac{r}{\cos\theta} = \frac{rhdg}{2\cos\theta} \quad \ldots \quad (2)$$

$$\therefore \quad \text{চিত্রে, } \cos\theta = \frac{r}{R}$$

সুতরাং নলের মধ্যে তরলপৃষ্ঠ বক্রতল হওয়াতে উত্তল পৃষ্ঠে B বিন্দুতে চাপ কমে যায়। তখন A বিন্দুতে চাপ বেশী হওয়ার ফলে নলের মধ্যে দিয়ে তরলকে ওপরে ঠেলে তোলে যতক্ষণ পর্যন্ত না তরলের চাপ যুক্ত হয়ে B বিন্দুতে চাপ A বিন্দুতে চাপের সমান হচ্ছে।

কাচ ও জলের জন্য $\theta = 0°$

$$\therefore \quad T = \tfrac{1}{2}\, rhdg \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$$

$h$ এবং $r$ মেপে, উপরের সমীকরণের সাহায্যে, কোন তরলের পৃষ্ঠ-টান T নির্ণয় করা যায়।

উপরের সমীকরণ হতে দেখা যায় যে $h \times r$ = ধ্রুবক বা $\propto \frac{1}{r}$, অর্থাৎ নল যত সরু হবে তরল তত ওপরে উঠবে—এই তত্ত্বটিকে **জুরিনের সূত্র** ( Jurin's law ) বলে।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

0·5 মিমি· ব্যাসের একটি কৈশিক নল উলম্বভাবে একটি তরলের মধ্যে ডুবানো হ'ল। তরলের পৃষ্ঠ-টান 30 ডাইন প্রতি সেন্টিমিটারে ও ঘনত্ব 0·8 গ্রাম প্রতি ঘন সেমি·। এবং তরলটি কৈশিক নলকে সিক্ত করে। তরলটি নলের মধ্যে কতটা উঠবে? [A capillary tube of 0·5 mm. bore stands vertically in a liquid of S. T. 30 dynes./cm. The liquid wets the tube and has density 0·8 gm./c.c. Calculate the rise of liquid in the tube.]

তরলটি নলকে সিক্ত করে সুতরাং স্পর্শকোণ, $\theta = 0$

এখানে, $r = \frac{\cdot 5}{2}$ mm. $= \cdot 025$ cm, $d = \cdot 8$ gm/c.c., $T = 30$ dynes/cm,

$h = ?$ আমরা জানি, $h = \frac{2T}{rdg} = \frac{2 \times 30}{\cdot 025 \times \cdot 8 \times 981} = 3\cdot 06$ cm.

## 5.6. সান্দ্রতা ( Viscosity ).

তরলের মধ্যে নিকটস্থিত অণুগুলির পারস্পরিক আকর্ষণের আর একটি ফল হচ্ছে এই যে, যদি তরলের মধ্যে কোন একটি অংশ আশেপাশের চেয়ে দ্রুততর গতিতে অগ্রসর হতে চায় তাহলে নিকটস্থ অংশের মন্থর অণুগুলির আকর্ষণে তার গতি ব্যাহত হবে। অর্থাৎ তার গতির বিপরীত অভিমুখে একটি বল উৎপন্ন হবে। এই বল অনেকটা কঠিন পৃষ্ঠদের মধ্যকার ঘর্ষণ বলের অনুরূপ। সেজন্য একে তরলের ঘর্ষণরূপে কল্পনা করা যায়। এর নাম হচ্ছে সান্দ্রতা। এক গেলাস জল নিয়ে তার মধ্যে চামচ ডুবিয়ে চামচটা যদি গেলাসের গা-বরাবর কয়েকবার ঘোরান হয় তাহ'লে দেখা যাবে জল গেলাসের মধ্যে চক্রাকার পথে ঘুরছে। কিছুক্ষণ ঐভাবে রেখে দিলে দেখা যাবে যে আবার জল স্থির হয়ে গেছে। এর কারণ হ'ল জলের সান্দ্রতা। এই চক্রাকার পথে ঘূর্ণনের সময় গেলাসের গায়ের সংস্পর্শে অবস্থিত জলের স্তর (layer) আসঞ্জনের জন্য স্থির থাকে এবং গেলাসের কেন্দ্রস্থলে জলের এই ঘূর্ণন বেগ সবচেয়ে বেশী। সান্দ্রতার জন্য মৃদুগতি সম্পন্ন স্তর দ্রুতগতিসম্পন্ন স্তরের গতিকে ব্যাহত করে এবং তার ফলে কিছুক্ষণ পরে সম্পূর্ণ তরল স্থির হয়ে যায়। **তরলের মধ্যে ভিন্নগতিতে প্রবাহমান পাশাপাশি দুটি স্তরের মধ্যে যে পারস্পারিক স্পর্শক বল ক্রিয়া করে, যার ফলে ধীর গতিসম্পন্ন স্তরের বেগ ত্বারিত হয় এবং দ্রুতগতিসম্পন্ন স্তরের বেগ মন্দিত হয় তাকে সান্দ্রতা (viscosity) বলে।**

সান্দ্রতার জন্য দুটি পাশাপাশি স্তরের মধ্যে ক্রিয়াশীল স্পর্শক বল F, স্পর্শ-তলের ক্ষেত্রফল A এবং বেগের নতিমাত্রা ( gradient ) $\frac{dv}{dz}$ অর্থাৎ দূরত্বের সঙ্গে বেগের পরিবর্তনের হারের সমানুপাতিক হয়।

$$F \propto A \times \frac{dv}{dz}$$

$$\therefore \quad F = \eta \ A \frac{dv}{dz} \qquad \cdots \quad (4)$$

$\eta$ রাশিটি একটি ধ্রুবক, একে বলা হয় **সান্দ্রতার গুণাঙ্ক** ( Coefficient of viscosity )। এর মান তরলের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। উপরের আলোচনায় ধরে নেওয়া হয়েছে যে তরলের প্রবাহ শান্ত ( streamline )।

4নং সমীকরণ হ'তে $\eta = F$ যখন $A = 1$ ও $\frac{dv}{dz} = 1$.

সুতরাং কোন তরলের সান্দ্রতার গুণাঙ্ক বলতে বেগের একক নতিমাত্রায় তরলের একক বর্গক্ষেত্রের ওপর ক্রিয়াশীল স্পর্শক বল বোঝায়।

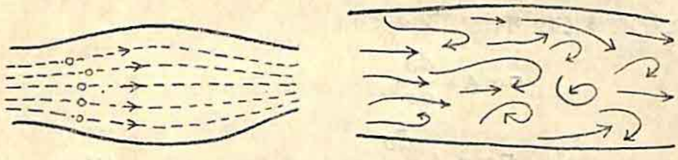
সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে সান্দ্রতার গুণাঙ্কের একক হ'ল গ্রাম প্রতি সেণ্টিমিটারে প্রতি সেকেণ্ডে। এই একককে **'পয়েজ'** ( poise ) বলে।

তরলের মত গ্যাসীয় পদার্থেরও সান্দ্রতাগুণ রয়েছে। তরলের সান্দ্রতা উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে হ্রাস পায় কিন্তু গ্যাসীয় পদার্থের সান্দ্রতা উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে বৃদ্ধি পায়। 20°C উষ্ণতায় জলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 0·01 পয়েজ, পারদের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 0·0155 পয়েজ, জলপাই-তেলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 0·84 পয়েজ, বায়ুর সান্দ্রতা গুণাঙ্ক $171 \times 10^{-6}$ পয়েজ, হাইড্রোজেনের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক $88 \times 10^{-6}$ পয়েজ ইত্যাদি।

## 5.7. তরলের প্রবাহ ( Flow of Liquid ).

প্রবাহী পদার্থের অর্থাৎ তরল বা গ্যাসের প্রবাহ মোট দু'রকমের হতে পারে— (ক) শান্ত ও (খ) অশান্ত। প্রবাহের বেগ যখন অল্প থাকে তখন নিকটস্থ যে কোন দুটি কণার গতিপথ পাশাপাশি যে কোন দুটি রেখা হয় কিন্তু তারা কখনো পরস্পরকে ছেদ করে না ( চিত্র 2·32a )। অবশ্য তাদের মধ্যে দূরত্ব কম বেশী হতে পারে। এরূপ প্রবাহকে শান্তপ্রবাহ বলে। শান্তপ্রবাহে কোন কণা যে পথ ধ'রে চলে তাকে 'শান্ত-প্রবাহ রেখা' ( streamline ) বলে। ঐ রেখার যে কোন বিন্দুতে যে কণাই থাকুক না কেন, সকলে ঐ রেখা ধরেই চলবে। যে প্রবাহে প্রবাহপথের যে কোন বিন্দুতে প্রবাহের বেগের দিক ও মান অপরিবর্তিত থাকে,

অর্থাৎ যে কণা-ই সে বিন্দুতে আসবে তারই বেগের দিক ও মান একই হবে, তাকে **শান্তপ্রবাহ** ( streamline flow ) বলে।



(a) (b)

চিত্র 2·32

শান্তপ্রবাহ কমক্ষেত্রেই ঘটে। সাধারণতঃ বেগ কম ও প্রবাহের খাত সরু হ'লে প্রবাহ শান্ত হয়। অধিকাংশ ক্ষেত্রেই প্রবাহ অশান্ত। যে প্রবাহে প্রবাহ-পথের যে কোন বিন্দুতে বেগের দিক ও মান স্থির না থেকে সময়ের সঙ্গে এলোমেলোভাবে বদলাতে থাকে, তাকে **অশান্ত প্রবাহ** ( Turbulent flow ) বলে। প্রবাহ পথের অনেক স্থানেই তরল ঘুরে ঘুরে ঘূর্ণাবর্তের সৃষ্টি করে ( চিত্র 2.32 b )। এদের ঘূর্ণি ( vortex ) বলে। এক্ষেত্রে প্রবাহপথগুলি স্থানে স্থানে ছেদ করে।

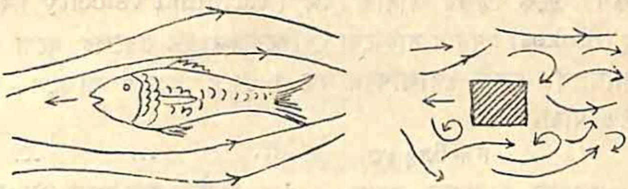
প্রবাহের বেগ একটা সীমা ছাড়ালে শান্তপ্রবাহ অশান্তপ্রবাহে পরিণত হয়। এই বেগকে **সংকট বেগ** ( Critical velocity ) বলে। পরীক্ষার সাহায্যে দেখা যায় যে, সঙ্কটবেগ $v_o$ নির্ভর করে তরলের সান্দ্রতার গুণাঙ্ক $\eta$, ঘনত্ব $\rho$ এবং প্রবাহখাতের ব্যাস $d$ এর ওপর। গণনা ক'রে এদের যে সম্পর্ক পাওয়া যায় তাহ'ল,

$$v_o = N \frac{\eta}{\rho d} \qquad \cdots \qquad (5)$$

এখানে, N হ'ল একটি সংখ্যামাত্র এবং তাকে **রেনল্ডের সংখ্যা** ( Reynolds' Number ) বলে। সি. জি. এস্. একক ব্যবহার করলে N এর মান প্রায় 2000। প্রবাহের বেগ সংকট বেগের চেয়ে বেশী হ'লে (5)নং সমীকরণে সেই বেগের মান ব্যবহার করলে, N এর মান 2000 এর চেয়ে বেশী পাওয়া যাবে। কিন্তু প্রবাহবেগ সংকট বেগের চেয়ে কম হলে N এর মান 2000 এর চেয়ে কম হবে। সুতরাং যে কোন প্রবাহের ক্ষেত্রে N এর মান বার করে প্রবাহ শান্ত না অশান্ত বোঝা যায়।

অশান্ত প্রবাহে সান্দ্রতার বল অধিক হয় এবং বেগের বর্গের সমানুপাতী হয়। একারণে যখন কোন বস্তুকে বায়ু বা জলের মধ্যে দিয়ে চালিত করতে হয় তখন

আমাদের লক্ষ্য রাখতে হয় যে বস্তুটির পৃষ্ঠের কাছে বায়ু বা জলের গতি অশান্ত না থাকে। একারণে বস্তুর বাহ্যপৃষ্ঠের আকৃতি শান্ত-প্রবাহ রেখাগুলির মত হওয়া উচিত। ( চিত্র 2·33*a* ) দেখা যায় যে, একটি মাছ যখন জলের মধ্যে দিয়ে চলে



(*a*) (*b*)

চিত্র 2·33

যায় তার চারপাশের জলের প্রবাহরেখাগুলি মাছের অবয়বের সঙ্গে সামঞ্জস্যপূর্ণ। এইগুলি শান্ত-প্রবাহরেখা হওয়ায় মাছের গতির বিরুদ্ধে বাধা কম হয়। একই কারণে বায়ুর বাধা কমানর জন্য এরোপ্লেন, দ্রুতগামী ট্রেনের ইঞ্জিন প্রভৃতির আকৃতিও বিশেষ ধরনের করা হয়। উপরের ( চিত্র 2.33*b* ) একটি আয়তাকৃতি ব্লক জলের মধ্যে চলেছে এবং তার ফলে চারিপাশের প্রবাহরেখাগুলি অনেকস্থানে ঘূর্ণির সৃষ্টি করেছে। ফলতঃ সান্দ্রতার বাধা এখানে অনেক বেশী।

**পয়সিউলী** ( Poisseuille ) গণনার সাহায্যে দেখান যে, $l$ দৈর্ঘ্যের ও $r$ ব্যাসার্ধের কোন সরু অনুভূমিক নলে কোন তরলের শান্তপ্রবাহের ক্ষেত্রে, প্রতি সেকেণ্ডে নির্গত তরলের আয়তন,

$$V = \frac{P\pi r^4}{8\eta l} \quad \cdots \quad \cdots \quad (6)$$

এখানে $P$ = নলের দুপ্রান্তে চাপের বৈষম্য, $\eta$ = তরলের সান্দ্রতার গুণাঙ্ক। একে পয়সিউলীর সমীকরণ ( Poisseuille's equation ) বলা হয়। একটি সরু নলের মধ্যে দিয়ে প্রবাহের হার মেপে (6)নং সমীকরণের সাহায্যে তরলের $\eta$ নির্ণয় করা যায়।

**5.8. প্রবাহী পদার্থের মধ্যে দিয়া কোন বস্তুর গতি ( Motion of a body through a fluid ).**

তরলের মধ্যে কোন ভারী বস্তু ছেড়ে দিলে বস্তুটি অভিকর্ষের টানে নিচের দিকে পড়তে থাকে। আসঞ্জনের জন্য বস্তুর সংলগ্ন তরলস্তর বস্তুর সঙ্গে একই বেগে চলতে থাকে। কিন্তু অদূরের তরলস্তর স্থির থাকায় বস্তুর কাছাকাছি তরল স্তরগুলির মধ্যে একটি বেগের নতিমাত্রা সৃষ্টি হয়। পড়ন্তবস্তুর বেগ যত বৃদ্ধি পায়

তরলস্তরের বেগের নতিমাত্রাও তত বৃদ্ধি পায়। আমরা জানি, শান্তপ্রবাহে সান্দ্রতা জনিত বল এই নতিমাত্রার সমানুপাতিক। কাজেই বস্তুটির বেগ যেমন বাড়ে বাধাও তেমন বাড়ে। এই বাধা যখন বস্তুটির ওজনের সমান হয়, বস্তুটি তখন স্থির বেগে চলতে থাকে। একে বস্তুটির 'সীমান্ত বেগ' ( terminal velocity ) বলে।

স্টোক্‌স্ (Stokes) গণনার সাহায্যে দেখিয়েছেন যে তরলের মধ্যে দিয়ে শান্ত প্রবাহে $r$ ব্যাসার্ধের একটি গোলাকার বস্তু $v$ বেগে পড়তে থাকলে, তার ওপর সান্দ্রতাজনিত বাধা,

$$F = 6\pi\eta\, rv \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (7)$$

এখানে, $\eta$ = তরলের সান্দ্রতার গুণাঙ্ক। একে **'স্টোকের সূত্র'** (Stoke's law) বলা হয়।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

1. 3 মিমি· ব্যাসের একটি নলের মধ্যে দিয়ে 50 সেমি· প্রতি সেকেণ্ডে বেগে জল প্রবাহিত হচ্ছে। জলের সান্দ্রতার গুণাঙ্ক ·001 পয়েজ হ'লে এই প্রবাহ শান্ত না অশান্ত? [ Water is flowing with a speed of 50 cm./sec. through a pipe of 3 mm. diameter. $\eta$ = ·001 poise. What is the nature of flow ? ]

আমরা জানি, $v = N\frac{\eta}{\rho d}$, শান্তপ্রবাহের ক্ষেত্রে $N < 2000$

$v = 50$ cm./sec., $\eta = \cdot001$ poise, $d = \cdot3$ mm. $= \cdot03$ cm., $\rho = 1$ gm./c. c.

এখন, $50 = N\frac{\cdot001}{1 \times \cdot03} \quad \therefore \quad N = \frac{50 \times 1 \times \cdot03}{\cdot001} = 1500 \quad \therefore$ শান্ত-প্রবাহ।

2. 0·01 ইঞ্চি ব্যাসের একটি বারিবিন্দু বায়ুর মধ্যে দিয়ে কত বেগে পড়বে? বায়ুর সান্দ্রতা গুণাঙ্ক $1{\cdot}8 \times 10^{-4}$ সি. জি. এস্. একক। [ How fast does a rain drop 0·01 inch. in diameter fall in airs $\eta = 1{\cdot}8 \times 10^{-4}$ c.g.s. unit. ]

প্রথমে পড়ন্ত বারিবিন্দুর বেগ ক্রমশঃ বৃদ্ধি পাবে এবং সঙ্গে সঙ্গে বায়ুর সান্দ্রতাজনিত প্রতিরোধ বলও বৃদ্ধি পেতে থাকবে। যখন এই প্রতিরোধবল বারিবিন্দুর ওজনের সমান হবে, তখন বারিবিন্দুটি স্থির বেগে পড়তে থাকবে।

তখন, $mg = 6\pi\eta\, rv$

$d = \cdot01'' = \cdot0254$ cm. $\therefore$ $r = \cdot0127$ cm., $\eta = 1{\cdot}8 \times 10^{-4}$ poise, $v = ?$

$$m = \frac{4}{3}\pi(\cdot0127)^3 \times 1 \text{ gm}$$

এখন, $\frac{4}{3}\pi(\cdot0127)^3 \times 1 \times 981 = 6\pi \times 1{\cdot}8 \times 10^{-4} \times \cdot0127 \times v$

$$v = \frac{4(\cdot0127)^2 \times 981}{3 \times 6 \times 1{\cdot}8 \times 10^{-4}} = 1{\cdot}95 \text{ metres/sec.}$$

# তৃতীয় ভাগ

## তাপ ( HEAT )

### প্রথম অধ্যায়

## প্রসারণ ( Expansion )

**1.1.** তাপ ও তাপমাত্রা (Heat and Temperature ).

রৌদ্রে দাঁড়ালে আমাদের গরম লাগে আবার বরফে হাত দিলে ঠাণ্ডা লাগে। এখন প্রশ্ন হ'ল এই গরম বা ঠাণ্ডা লাগার জন্য দায়ী কে ? এই গরম বা ঠাণ্ডা অনুভূতির কারণ হ'ল তাপ। তাপ একপ্রকার শক্তি। কোন বস্তু তাপ গ্রহণ করলে তা গরম হয় এবং তাপ বর্জন করলে তা ঠাণ্ডা হয়। উনানের ওপর এক কেটলী জল বসালে জল গরম হয়, তার কারণ উনান হতে ঐ জল তাপ গ্রহণ করে। এখন এই গরম কেটলী উনান থেকে নামিয়ে রেখে দিলে সেটা ধীরে ধীরে ঠাণ্ডা হয়ে যায়, তার কারণ ঐ গরম জল থেকে তাপ বেরিয়ে আসে।

তাপ (Heat) এমন একপ্রকার শক্তি যা গ্রহণ করলে বস্তু গরম হয় এবং যা বর্জন করলে বস্তু ঠাণ্ডা হয়।

আমরা স্পর্শ দ্বারা কোন বস্তুর উষ্ণতা বা শীতলতা অনুমান করতে পারি। বিজ্ঞানের ভাষায় এই উষ্ণতা ও শীতলতার পার্থক্য বোঝাতে 'তাপমাত্রা' শব্দটি ব্যবহার করা হয়। যে বস্তুর তাপমাত্রা বেশী সেটি গরম এবং যে বস্তুর তাপমাত্রা কম সেটি তুলনায় ঠাণ্ডা। আমরা জানি যে, একটি গরম বস্তুর সংস্পর্শে একটি ঠাণ্ডা বস্তু রাখলে গরম বস্তু হতে তাপ ঠাণ্ডা বস্তুর দিকে প্রবাহিত হয়।

তাপমাত্রা ( Temperature ) বস্তুর তাপীয় অবস্থা নির্দেশ করে এবং কোন বস্তুকে অপর এক বস্তুর সংস্পর্শে আনলে, তাপ কোন্ দিকে প্রবাহিত হবে তা নির্ভর করে বস্তু দুটির তাপমাত্রার ওপর। তাপ সবসময়ে বেশী তাপমাত্রার বস্তু হতে কম তাপমাত্রার বস্তুর দিকে প্রবাহিত হয়।

তাপ ও তাপমাত্রার পার্থক্য হ'ল—

(১) তাপ একপ্রকার শক্তি এবং তাপমাত্রা বস্তুর তাপীয় অবস্থা নির্দেশ করে।

(২) তাপ গ্রহণ করলে বস্তুর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় এবং তাপ বর্জন করলে বস্তুর

তাপমাত্রা হ্রাস পায়। সুতরাং বলা যায় যে তাপ হ'ল প্রভাব এবং তাপমাত্রা হ'ল তার ফল।

(৩) দুটি বস্তুর তাপমাত্রা সমান হলেও তাদের তাপ সমান না-ও হতে পারে, আবার তাপ সমান হলেও তাপমাত্রা ভিন্ন হতে পারে।

(৪) দুটি পরস্পর সংলগ্ন বস্তুর মধ্যে তাপের আদান-প্রদান নির্ভর করে তাদের তাপমাত্রার ওপর, কোন বস্তুতে কত তাপ আছে তার ওপর নয়।

(৫) কোন তরলের পরিমাণের সঙ্গে তার তলের (level) যে সম্পর্ক, তাপের সঙ্গে তাপমাত্রার সেই সম্পর্ক।

যে যন্ত্রের সাহায্যে কোন বস্তুর তাপমাত্রা মাপা যায় তাকে তাপমাত্রা-মাপক যন্ত্র বা থার্মোমিটার (Thermometer) বলে।

আমরা জানি যে কোন বস্তুকে তাপ দিলে তার তাপমাত্রা যেমন বৃদ্ধি পায় তেমন তার আয়তনও বৃদ্ধি পায়। আয়তন কতটা বৃদ্ধি পেল তার থেকে তাপমাত্রা বৃদ্ধির পরিমাপ করা যেতে পারে। এই নীতির ওপর ভিত্তি ক'রে **পারদ থার্মোমিটার** (Mercury Thermometer) নির্মাণ করা হয়েছে। পারদ থার্মোমিটারে সূক্ষ্ম সুষম ছিদ্রবিশিষ্ট একটি কাচের নল এবং তার এক প্রান্তে পারদপূর্ণ একটি কাচের কুণ্ড বা বাল্ব রয়েছে। কাচনলের গায়ে তাপমাত্রা পরিমাপের স্কেল অঙ্কিত রয়েছে। যে বস্তুর তাপমাত্রা মাপতে হবে তার সংস্পর্শে থার্মোমিটারের বাল্বটি আনলে, পারদ বস্তুটি হতে তাপ গ্রহণ ক'রে বস্তুটির সমান তাপমাত্রায় পৌছাবে। এতে পারদের আয়তন বৃদ্ধি পাওয়ায়, পারদ নলের মধ্যে এগিয়ে যাবে এবং যে দাগ পর্যন্ত পৌছাবে সেটাই হ'ল বস্তুটির তাপমাত্রা। একটি বড় কানেলে বরফকুচি ভর্তি করে তার মধ্যে থার্মোমিটারের বাল্বটি কিছুক্ষণ ঢুকিয়ে রেখে দিলে পারদ ঠাণ্ডা হয়ে সঙ্কুচিত হবে। এই অবস্থায় নলের মধ্যে পারদ যে স্থানে অবস্থান করে কাচনলের গায়ে সেখানে একটা দাগ দেওয়া হয়। এই দাগ বরফের গলনাঙ্ক নির্দেশ করে এবং একে 'নিম্নস্থিরাঙ্ক' (Lower Fixed Point) বলে। এবারে থার্মোমিটারের বাল্বটি ফুটন্ত জলের ওপর বাষ্পের মধ্যে অনেকক্ষণ রেখে দিলে পারদ গরম হ'য়ে প্রসারিত হবে। এই অবস্থায় নলের মধ্যে পারদ যে স্থানে অবস্থান করে কাচনলের গায়ে সেখানে আর একটি দাগ দেওয়া হয়। এই দাগ জলের স্ফুটনাঙ্ক নির্দেশ করে এবং একে 'ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ক' (Upper Fixed Point) বলে।



চিত্র 3·1

তাপমাত্রা মাপার দুটি মাত্রা বা স্কেল (Scale) প্রচলিত আছে।

(1) সেন্টিগ্রেড বা সেলসিয়াস (Centigrade or Celsius) স্কেলে নিম্নস্থিরাঙ্ককে অর্থাৎ প্রমাণচাপে বরফের গলনাঙ্ককে 0 ডিগ্রী এবং ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ককে অর্থাৎ প্রমাণচাপে জলের স্ফুটনাঙ্ককে 100 ডিগ্রী ধরা হয়। থার্মোমিটারে ঐ দুই দাগের মধ্যে 100টি সমান ভাগ করলে প্রতিটি দাগ এক ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড নির্দেশ করে।

(2) ফারেনহাইট (Fahrenheit) স্কেলে প্রমাণচাপে বরফের গলনাঙ্ককে 32 ডিগ্রী ও জলের স্ফুটনাঙ্ককে 212 ডিগ্রী ধরা হয়। থার্মোমিটারে ঐ দুই দাগের মধ্যে 180টি সমান ভাগ করলে প্রতিটি দাগ এক ডিগ্রী ফারেনহাইট নির্দেশ করে।

অর্থাৎ সেন্টিগ্রেড স্কেলে 100 ডিগ্রী তাপমাত্রার তারতম্য, ফারেনহাইট স্কেলে 180 ডিগ্রী তাপমাত্রার তারতম্যের সমান অথবা $1^\circ C$ তাপমাত্রার পার্থক্য $= \frac{9}{5}^\circ F$ তাপমাত্রার পার্থক্য। একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় যদি ফারেনহাইট স্কেলে পাঠ $F^\circ$ ও সেন্টিগ্রেড স্কেলে পাঠ $C^\circ$ হয়, তাহলে

$$F=\frac{9}{5}\times C+32 \quad \text{বা,} \quad \frac{C}{5}=\frac{F-32}{9} \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

32 যোগ হ'ল একারণে যে, সেন্টিগ্রেড স্কেল শুরু হয় $0^\circ$ থেকে কিন্তু ফারেনহাইট স্কেল শুরু হয় $32^\circ$ থেকে।

গাণিতিক উদাহরণ—

1. কত উষ্ণতায় ফারেনহাইট ও সেন্টিগ্রেড স্কেলে পাঠের অন্তর $30^\circ$ হবে? [ At what temperature readings in Fahrenheit and Centigrade scales differ by $30^\circ$ ? ]

মনে করি নির্ণেয় উষ্ণতা $= x^\circ C$

প্রদত্ত সর্তানুসারে ফারেনহাইট স্কেলে এই উষ্ণতা $= (x+30)^\circ F$ বা $(x-30)^\circ F$

আমরা জানি, $\frac{C}{5}=\frac{F-32}{9}$ বা, $\frac{x}{5}=\frac{(x+30)-32}{9}=\frac{x-2}{9}$

বা, $9x=5x-10$, বা, $4x=-10$, বা, $x=-2.5$

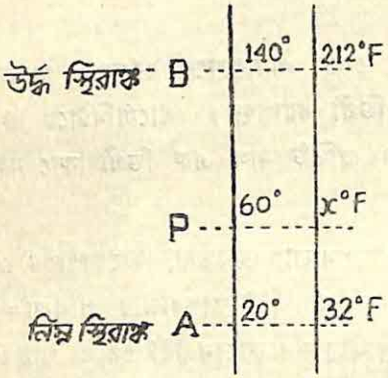
$\therefore$ নির্ণেয় উষ্ণতা $= -2.5^\circ C$ বা, $-2.5+30=27.5^\circ F$

আবার, $\frac{x}{5}=\frac{(x-30)-32}{9}=\frac{x-62}{9}$

বা, $9x=5x-310$ বা, $4x=-310$ বা, $x=-77.5$

$\therefore$ নির্ণেয় উষ্ণতা $=-77.5°C$ বা $-77.5-30=-107.5°F$

2. একটি থার্মোমিটারে নিম্নস্থিরাঙ্ক ও উর্ধ্বস্থিরাঙ্কের পাঠ যথাক্রমে 20° এবং 140°. এই থার্মোমিটারে পাঠ যখন 60° তখন ফারেনহাইট স্কেলে পাঠ কত হবে ? [ If the lower and upper fixed points of a thermometer are marked 20° and 140° respectively, what would be the reading in Fahrenheit scale when this thermometer reads 60° ? ]




চিত্র 3·2

মনে করি নূতন থার্মোমিটার স্কেলে পাঠ $60° = x°F$

উপরের চিত্র হতে, $\frac{AP}{AB}=\frac{60-20}{140-20}=\frac{40}{120}=\frac{1}{3}$

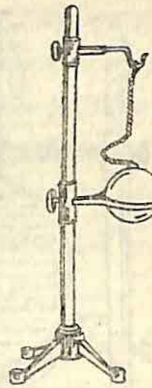
আবার, $\frac{AP}{AB}=\frac{x-32}{212-32}=\frac{x-32}{180}$

$\therefore \frac{x-32}{180}=\frac{1}{3}$ বা, $x-32=60$ $\therefore$ $x=60+32=92°F$

**1.2. তাপ প্রয়োগে কঠিন ও তরল পদার্থের প্রসারণ ( Thermal expansion of solids and liquids ).**

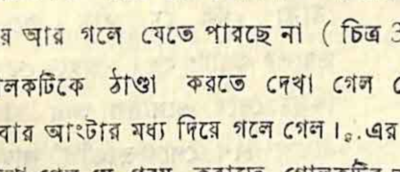
কঠিন, তরল ও গ্যাসীয় সকল বস্তুই গরম করলে প্রসারিত হয় আবার ঠাণ্ডা করলে সঙ্কুচিত হয়। ভিন্ন ভিন্ন পদার্থের এই প্রসারণ ক্ষমতা বিভিন্ন। যেমন, লোহার চেয়ে পিতলের প্রসারণ বেশী। জলের চেয়ে পারদের প্রসারণ বেশী। কিন্তু সকল গ্যাসের প্রসারণ সমান। কঠিন পদার্থের প্রসারণ অত্যন্ত কম সে কারণে চোখে দেখে তা বোঝা যায় না। কয়েকটি সহজ পরীক্ষার দ্বারা এই প্রসারণ সহজেই দেখান যায়।

(১) **গোলক ও রিং পরীক্ষা**ঃ একটা খাড়া দণ্ডের ওপর থেকে একটা ধাতব গোলক একটা শৃঙ্খলের সাহায্যে ঝোলান রয়েছে। এই দণ্ডের মাঝখানে একটা ধাতব রিং বা আংটা আটকানো রয়েছে। গোলকটির মাপ এমন যে উহা আংটার মধ্য দিয়ে কোন রকমে গলে যায়। এখন গোলকটিকে গরম করা হ'ল। এবার দেখা যাবে যে গোলকটি আংটার মধ্যে দিয়ে আর গলে যেতে পারছে না ( চিত্র 3.3 )। গোলকটিকে ঠাণ্ডা করতে দেখা গেল যে তা আবার আংটার মধ্য দিয়ে গলে গেল। এর থেকে বোঝা গেল যে, গরম করাতে গোলকটির আয়তন বৃদ্ধি পেয়েছিল এবং আবার ঠাণ্ডা করাতে আয়তন সঙ্কুচিত হয়ে গেল।



চিত্র 3·3

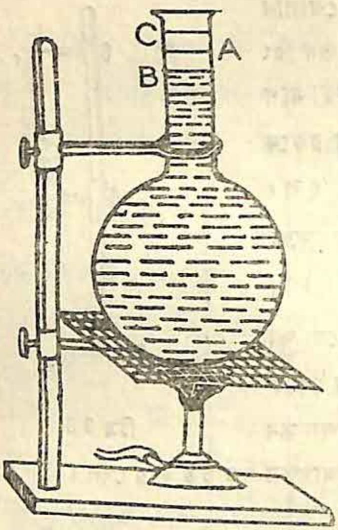
(২) **যুগ্ম দণ্ডের বক্রতার পরীক্ষা**ঃ এই পরীক্ষায় উষ্ণতা বৃদ্ধিতে কঠিন পদার্থের প্রসারণ এবং একই উষ্ণতা বৃদ্ধিতে বিভিন্ন পদার্থের প্রসারণ যে ভিন্ন ভিন্ন, তার প্রমাণ পাওয়া যায়। একটা তামার পাত ও একই মাপের একটা লোহার পাত নিয়ে একটির ওপর অপরটি বসিয়ে নানাস্থানে 'রিভেট' করে ভালভাবে সংযুক্ত করা হ'ল। এখন এই যুগ্ম দণ্ডটিকে গরম করলে দেখা যাবে যে যুগ্ম দণ্ডটি বেঁকে গেছে ( চিত্র 3·4 ) এবং তামা উত্তল পৃষ্ঠে ও লোহা অবতল পৃষ্ঠে রয়েছে। এর থেকে প্রমাণ হ'ল যে গরম করলে লোহার পাতের চেয়ে তামার পাতের দৈর্ঘ্য বেশী বৃদ্ধি পায়। যুগ্ম দণ্ডটিকে ঠাণ্ডা করে আগের উষ্ণতায় নিয়ে গেলে দেখা যাবে যে যুগ্ম দণ্ডটি আবার সোজা হয়ে গেছে। যুগ্ম দণ্ডটিকে যদি আগের চেয়ে অনেক বেশী ঠাণ্ডা করা যায়, তাহলে দেখা যাবে যে দণ্ডটি উল্টো দিকে বেঁকে গেছে। এর কারণ ঠাণ্ডা করাতে তামা লোহার চেয়ে বেশী সঙ্কুচিত হবে।




চিত্র 3·4

(৩) **তরলের প্রসারণ পরীক্ষা**ঃ একটা কাচের ফ্লাস্ক নেওয়া হ'ল যার মুখটা কিছুটা লম্বা ও সরু। ফ্লাস্কের মধ্যে কিছুটা জল ভর্তি করা হ'ল এবং মুখের সরু নলে যতদূর পর্যন্ত জল উঠেছে সেখানে একটা কালির দাগ (A) দেওয়া হ'ল।

ফ্লাস্কটি এখন 'বুনসেন বার্নারে'র ওপর একটি তারজালির ওপর বসান হ'ল। প্রথমে দেখা যাবে যে, জল আগের দাগ থেকে একটু নীচে ( B ) নেমে গেছে ( চিত্র 3·5 )। তারপর দেখা যাবে যে জল ওপরে উঠতে আরম্ভ করেছে এবং প্রথম দাগ (A) ছাড়িয়ে আরও ওপরে (C) উঠেছে। এর থেকে বোঝা গেল যে তাপ প্রয়োগে তরলের প্রসারণ হয়। প্রথমে যে জল কিছুটা নেমে এসেছিল তার কারণ, প্রথমে তাপ পেয়ে ফ্লাস্কটির আয়তন বৃদ্ধি পেয়েছিল। তরলের প্রসারণ কঠিনের চেয়ে বেশী হওয়ায়, পরে তাপ পেয়ে জল আগের দাগ ছাড়িয়ে আরও ওপরে উঠল।



চিত্র 3·5

## 1.3. কঠিন পদার্থের প্রসারণের গুণাঙ্ক ( Coefficient of expansion of solids ).

কোন কঠিন বস্তুকে গরম করলে, তার দৈর্ঘ্যের প্রসারণ প্রাথমিক দৈর্ঘ্য ও উষ্ণতা বৃদ্ধির সমানুপাতিক হয়। যদি 0°C তাপমাত্রায় কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য $l_o$ এবং t°C তাপমাত্রায় সেই দৈর্ঘ্য $l_t$ হয়, তাহলে,

দৈর্ঘ্যের প্রসারণ, $l_t - l_o \propto l_o$, প্রাথমিক দৈর্ঘ্য।

আবার, $l_t - l_o \propto (t-0)$ বা, উষ্ণতা বৃদ্ধি।

$\therefore\ l_t - l_o \propto l_o \times t$ বা, $\dfrac{l_t - l_o}{l_o \times t}$ = একটি ধ্রুবক

এই ধ্রুবকটিকে গ্রীক অক্ষর ∝ ( আল্‌ফা ) দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং একে দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক বলে।

$\therefore\ \alpha = \dfrac{l_t - l_o}{l_o \times t}$, অতএব $l_o = 1$ ও $t = 1$ হলে, $\alpha = l_t - l_o$

প্রতি ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধিতে কোন কঠিন পদার্থের একক দৈর্ঘ্যের যে প্রসারণ হয়, তাকে ঐ পদার্থের **দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক** (Coefficient of linear expansion) বলে।

সি. জি এস্. পদ্ধতিতে এক সেমি. দীর্ঘ একটি দণ্ডকে এক ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড গরম করলে তার দৈর্ঘ্য যতটা বৃদ্ধি পায় সেটাই হ'ল ঐ দণ্ডের উপাদানের দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক। দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্কের একক, প্রতিডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে ( per °C) বা প্রতি ডিগ্রী ফারেনহাইটে ( per °F )। $\alpha$ যেহেতু দুটি দৈর্ঘ্যের অনুপাত, তার মান দৈর্ঘ্যের এককের ওপর নির্ভর করে না। দণ্ডের দৈর্ঘ্য সেমি. এককে মাপলে বা ফুট এককে মাপলে $\alpha$ এর মানের পরিবর্তন হয় না। কিন্তু $\alpha$ এর মান তাপমাত্রার স্কেলের ওপর নির্ভর করে। যেহেতু $1°F=\frac{5}{9}°C$, $\alpha$ per°F $=\frac{5}{9}\times\alpha$ per°C. যেমন, পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক ·000018 per°C বা, ·000010 per°F.

উপরের সমীকরণ হ'তে,

$$\frac{l_t-l_o}{l_o\times t}=\alpha \quad \text{বা,} \quad l_t-l_o=l_o\times t\times\alpha \quad \text{বা} \quad l_t=l_o+l_o\alpha t$$

$$\therefore \quad l_t=l_o(1+\alpha t) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

একটি সরু তার বা দণ্ডকে গরম করলে তা কেবলমাত্র দৈর্ঘ্যে প্রসারিত হয়। সে রকম একটা পাতলা প্লেটকে গরম করলে তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দুই-ই প্রসারিত হবে, সুতরাং এক্ষেত্রে আমরা ক্ষেত্রফলের প্রসারণ বিবেচনা করব। একটি মোটা প্লেট বা কোন ত্রিমাত্রিক বস্তুকে গরম করলে তার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ তিনটি-ই প্রসারিত হবে, সুতরাং এক্ষেত্রে আমরা আয়তনের প্রসারণ বিবেচনা করব।

প্রতি ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধিতে কোন কঠিন পদার্থের একক ক্ষেত্রের যে প্রসারণ হয়, তাকে ঐ পদার্থের **ক্ষেত্র প্রসারণের গুণাঙ্ক** ( Coefficient of superficial expansion ) বলে। একে গ্রীক অক্ষর $\beta$ ( বীটা ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\beta=\frac{S_t-S_o}{S_o\times t}, \quad S_o=0°C \text{ উষ্ণতায় ক্ষেত্রফল}, \quad S_t=t°C \text{ উষ্ণতায় ক্ষেত্রফল}$$

$$\text{বা} \quad S_t-S_o=S_o\times t\times\beta \;\therefore\; S_t=S_o+S_o\beta t=S_o(1+\beta t) \cdots \quad \cdots(3)$$

প্রতি ডিগ্রী উষ্ণতা বৃদ্ধিতে কোন কঠিন পদার্থের একক আয়তনের যে প্রসারণ হয়, তাকে ঐ পদার্থের **আয়তন প্রসারণের গুণাঙ্ক** ( Coefficient of Cubical or Volume expansion ) বলে। একে গ্রীক অক্ষর $\gamma$ ( গামা ) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\gamma=\frac{V_t-V_o}{V_o\times t}, \quad V_o=0°C \text{ উষ্ণতায় আয়তন}, \quad V_t=t°C \text{ উষ্ণতায় আয়তন}$$

$$\text{বা,} \quad V_t-V_o=V_o\times t\times\gamma \text{ বা } V_t=V_o+V_o\gamma t=V_o(1+\gamma t) \cdots \cdots(4)$$

**1.4. $\alpha$, $\beta$ ও $\gamma$-এর সম্পর্ক ( Relation between $\alpha$, $\beta$, and $\gamma$ )**

(ক) একটি বর্গাকার পাত ধরা যাক, যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 0°C তাপমাত্রায় $l_0$।

$\therefore$ 0°C তাপমাত্রায় এর ক্ষেত্রফল, $S_0 = l_0 \times l_0 = l_0^2$

এখন পাতটিকে মনে করি, t°C পর্যন্ত গরম করা হ'লে প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য হয় $l_t$।

$\therefore$ t°C তাপমাত্রায় এর ক্ষেত্রফল, $S_t = l_t \times l_t = l_t^2$

(2) নং সমীকরণ হ'তে, $l_t = l_0(1+\alpha t)$, $\alpha$ = দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক।

$\therefore$ $S_t = \{l_0(1+\alpha t)\}^2 = l_0^2(1+\alpha t)^2 = S_0(1+2\alpha t+\alpha^2 t^2)$
$= S_0(1+2\alpha t)$

$\alpha$ খুব ছোট, সেজন্য $\alpha^2$ আরও অনেক ছোট ব'লে উপেক্ষা করা হয়েছে।

আবার (3) নং সমীকরণ হতে, $S_t = S_0(1+\beta t)$, $\beta$ = ক্ষেত্র প্রসারণের গুণাঙ্ক।

$\therefore$ $S_0(1+\beta t) = S_0(1+2\alpha t)$ বা, $1+\beta t = 1+2\alpha t$

$$\therefore \beta = 2\alpha \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (5)$$

(খ) একটি ঘনক ধরা যাক, যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 0°C তাপমাত্রায় $l_0$।

$\therefore$ 0°C তাপমাত্রায় উহার আয়তন, $V_0 = l_0 \times l_0 \times l_0 = l_0^3$

এখন ঘনকটিকে মনে করি, t°C পর্যন্ত গরম করা হ'লে প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য হয় $l_t$।

$\therefore$ t°C তাপমাত্রায় এর আয়তন, $V_t = l_t \times l_t \times l_t = l_t^3$

(2) নং সমীকরণ হ'তে, $l_t = l_0(1+\alpha t)$, $\alpha$ = দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক।

$\therefore$ $V_t = \{l_0(1+\alpha t)\}^3 = l_0^3(1+\alpha t)^3 = V_0(1+3\alpha t+3\alpha^2 t^2+\alpha^3 t^3)$
$= V_0(1+3\alpha t)$

$\alpha$ খুব ছোট, সেজন্য $\alpha^2$, $\alpha^3$ আরও অনেক ছোট ব'লে উপেক্ষা করা হয়েছে।

আবার (4) নং সমীকরণ হ'তে, $V_t = V_0(1+\gamma t)$, $\gamma$ = আয়তন প্রসারণের গুণাঙ্ক।

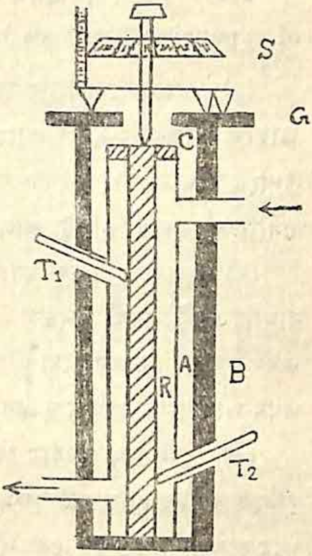
$\therefore$ $V_0(1+\gamma t) = V_0(1+3\alpha t)$ বা $1+\gamma t = 1+3\alpha t$

$$\therefore \gamma = 3\alpha \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6)$$

অতএব, $\alpha$, $\beta$ ও $\gamma$-এর সম্পর্ক হ'ল, $\alpha = \frac{1}{2}\beta = \frac{1}{3}\gamma$.

**1.5. দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক নির্ণয় ( Measurement of Coefficient of linear expansion ).**

দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক নির্ণয়ের সবচেয়ে অসুবিধা হ'ল এই যে দৈর্ঘ্যের প্রসারণ খুবই সামান্য হয় এবং তার সঠিক পরিমাপ করা খুবই দুরূহ। দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক নির্ণয়ের কয়েকটি পদ্ধতি রয়েছে, তার মধ্যে এখানে পুলিঞ্জারের পদ্ধতি ( Pullinger's method ) বর্ণনা করা হ'ল। এই পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্যের প্রসারণ স্ফেরোমিটারের ( Spherometer )-এর সাহায্যে মাপা হয়। একটি ফাঁপা ধাতব নল A খাড়াভাবে আর একটি ফাঁপা কাঠের নলের (B) মধ্যে বসান রয়েছে। যার ∝ নির্ণয় করতে হবে সেই পদার্থের একটি প্রায় এক মিটার লম্বা দণ্ড R নল A-এর মধ্যে খাড়াভাবে রাখা আছে ( চিত্র 3·6 )। দণ্ডটিকে গরম করার জন্য A নলে বাষ্পের আগম ও নির্গমের দুটি মুখ রয়েছে। দণ্ডটির তাপ মাপার জন্য $T_1$ ও $T_2$ দুটি থার্মোমিটার A নলের মধ্যে প্রবেশ করান রয়েছে। দণ্ডের নীচের প্রান্ত তলায় ঠেকে আছে এবং ওপরের প্রান্ত একটি রবারের




চিত্র 3·6

ছিপির মধ্যে দিয়ে একটু বেরিয়ে আছে। মাঝখানে ছিদ্রযুক্ত একটি কাচের প্লেট G-এর ওপর স্ফেরোমিটার S এমনভাবে বসান রয়েছে যে তার মাঝের পা ঘুরিয়ে দণ্ডের ওপর প্রান্তের সংস্পর্শে আনা যায়।

প্রথমে একটি স্কেলের সাহায্যে দণ্ডটির দৈর্ঘ্য ($l$) মেপে নেওয়া হ'ল। এবার দণ্ডটিকে যথাস্থানে বসিয়ে, স্ফেরোমিটারের মাঝের পা তার ওপরের প্রান্তে ঠেকিয়ে স্ফেরোমিটারের পাঠ নেওয়া হ'ল। থার্মোমিটারের সাহায্যে তাপমাত্রা ($t_1$) মাপা হ'ল। এবার স্ফেরোমিটারের মাঝের পা একটু ওপরে তুলে A নলের মধ্যে বাষ্প পাঠান হ'ল। কিছুক্ষণ বাষ্প পাঠাবার পর যখন থার্মোমিটার দুটির পাঠ বৃদ্ধি পেয়ে স্থির হয়ে থাকবে তখন আবার স্ফেরোমিটারের মাঝের পা ঘুরিয়ে দণ্ডের ওপরের প্রান্তে ঠেকিয়ে পাঠ নেওয়া হ'ল। স্ফেরোমিটারের পূর্বের পাঠ ও এই পাঠের অন্তর হতে দণ্ডের প্রসারণের মান ( $l_2 - l_1$) পাওয়া যায়। থার্মোমিটারের পাঠ ($t_2$) নেওয়া হ'ল। উভয় থার্মোমিটারের পাঠ সমান না হ'লে, তাদের গড় নিতে হবে।

এখন, $\alpha = \dfrac{l_2 - l_1}{l_1(t_2 - t_1)}$

ডান দিকে উপরের সমীকরণের দৈর্ঘ্যের প্রসারণ, প্রাথমিক দৈর্ঘ্য ও তাপমাত্রা বৃদ্ধির মান বসিয়ে $\alpha$ নির্ণয় করা যায়।

**1.6. কঠিন পদার্থের প্রসারণের ব্যবহারিক প্রয়োগ ( Applications of expansion of solids ).**

(১) কাচের বোতলের মুখে ছিপি আটকে গেলে যদি সহজে খোলা না যায়, তাহলে বোতলটির মুখের কাছে বাইরের দিক থেকে গরম জল ঢাললে বা অন্য কোন উপায়ে গরম করলে, ছিপিটা সহজেই খোলা যাবে। গরম করলে বোতলের মুখটা প্রসারিত হওয়ায় ছিপিটা আলগা হয়ে যায়।

(২) চশমার ফ্রেমে কাচ পরাবার সময় কাচের মাপ ফ্রেমের মাপের চেয়ে সামান্য একটু বেশী নেওয়া হয়। এখন ফ্রেমটিকে গরম করলে তার প্রসারণ ঘটে এবং কাচকে ফ্রেমের মধ্যে ঢুকিয়ে দেওয়া যায়। ফ্রেম যখন পুনরায় ঠাণ্ডা হয়ে যায় তখন তার ব্যাস কমে যায় এবং সে কাচের চারদিকে আঁট হয়ে চেপে বসে।

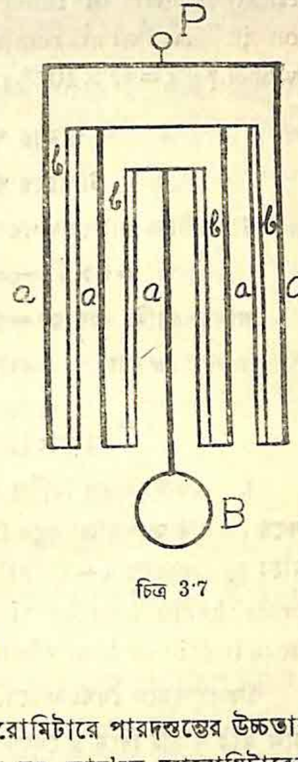
(৩) রেলপথে লোহার রেলের জোড়ের মুখে ফাঁক রাখা হয় এবং এই ফাঁকের দুদিকে রেলের প্রান্ত দুটি 'ফিস্ প্লেট' দিয়ে যুক্ত করা থাকে। রেলগুলি গ্রীষ্মকালে গরম হয়ে প্রসারিত হয় এবং শীতকালে ঠাণ্ডা হয়ে সঙ্কুচিত হয়। এই ফাঁক থাকার ফলে রেলগুলি তাদের দৈর্ঘ্য বরাবর প্রসারিত বা সঙ্কুচিত হতে পারে। ফাঁক না থাকলে এই প্রসারণ বা সঙ্কোচনের জন্য রেললাইন দুমড়ে যাবে।

(৪) দোলক ঘড়ি গ্রীষ্মকালে 'স্লো' যায় বা পিছিয়ে পড়ে এবং শীতকালে 'ফাস্ট' যায় বা এগিয়ে চলে। এর কারণ গ্রীষ্মকালে দোলকদণ্ডটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়ায় দোলনের সময় বেশী লাগে এবং শীতকালে ঐ দৈর্ঘ্য হ্রাস পাওয়ায় দোলনের সময় কম লাগে। দোলনের সময় বেশী লাগলে অর্থাৎ ধীরে ধীরে দুললে, ঘড়ি পিছিয়ে পড়ে এবং দোলনের সময় কম লাগলে অর্থাৎ তাড়াতাড়ি দুললে, ঘড়ি এগিয়ে চলে।

এই অসুবিধা দূর করার জন্য উপযুক্ত ব্যবস্থা অবলম্বন করা দরকার। অনেক দোলক ঘড়িতে দোলক পিণ্ডের ( bob ) ঠিক নীচে একটা স্ক্রু থাকে। এই স্ক্রু ঘুরিয়ে দোলকপিণ্ডটিকে উঠিয়ে নামিয়ে দোলকের দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত করা হয় যাতে সকল ঋতুতে দোলনকাল সমান থাকে। কোন কোন দোলকে দোলন দণ্ড দুটি ধাতু দিয়ে এমনভাবে তৈরী করা হয় যে উষ্ণতার পরিবর্তনে দোলন দণ্ডটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য

পরিবর্তিত হয় না। এরূপ ব্যবস্থা যুক্ত দোলককে **প্রতিবিহিত দোলক** ( Compensated Pendulum ) বলে। এখানে **হ্যারিসনের প্রতিবিহিত দোলক** ( Harrison's grid-iron pendulum )-এর বর্ণনা দেওয়া হ'ল।

এই প্রতিবিহিত দোলকে পাঁচটি ইস্পাতের দণ্ড a ও চারিটি পিতলের দণ্ড b এমনভাবে বসান আছে যে ইস্পাতের দণ্ডগুলির প্রসারণের জন্য দোলকপিণ্ড B নীচের দিকে নামে কিন্তু পিতলের দণ্ডগুলির প্রসারণের জন্য দোলকপিণ্ড B ওপরে ওঠে ( চিত্র 3·7 )। চিত্র হতে সহজেই বোঝা যায় যে পাঁচটি ইস্পাতের দণ্ডের যা প্রসারণ হয় তা কার্যত তিনটি দণ্ডের প্রসারণের সমান এবং চারটি পিতলের দণ্ডের যা প্রসারণ হয় তা কার্যত দুটি দণ্ডের প্রসারণের সমান। দণ্ডগুলির দৈর্ঘ্য এমন নেওয়া হয় যে, যে কোন উষ্ণতা বৃদ্ধিতে ইস্পাত দণ্ডগুলির মোট কার্যকরী প্রসারণ ও পিতলের দণ্ডগুলির মোট কার্যকরী প্রসারণ সমান হয়। সুতরাং যে কোন উষ্ণতাতে নিলম্ব বিন্দু P হতে দোলকপিণ্ডের ভার কেন্দ্রের দূরত্ব অর্থাৎ দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকে। সুতরাং এই দোলকের দোলনকাল সকল উষ্ণতাতেই সমান থাকে।




চিত্র 3·7

গাণিতিক উদাহরণ—

1. 30°C উষ্ণতায় পিতলের স্কেলে একটি ব্যারোমিটারে পারদস্তম্ভের উচ্চতার পাঠ হয় 76·4 সেমি. স্কেলটি যদি 0°C উষ্ণতায় সঠিক হয় তাহ'লে ব্যারোমিটারের পারদস্তম্ভের সঠিক উচ্চতা কত ? পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক $= 18·9 \times 10^{-6}$ প্রতিডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে। [ The height of the mercury column in a barometer reads 76·4 cms. in a brass scale at 30°C The scale is correct at 0°C. Find the correct height of the mercury column ].

0°C হ'তে 30°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য স্কেলটি প্রসারিত হবে। সুতরাং 30°C উষ্ণতায় 76·4 cm. পাঠ, প্রকৃতপক্ষে 76·4 cm. অপেক্ষা বেশী।

0°C উষ্ণতায় দৈর্ঘ্য, $l_0 = 76·4$ cm., 30°C উষ্ণতায় দৈর্ঘ্য, $l_t = ?$,

$\alpha = 18·9 \times 10^{-6}/°C$. আমরা জানি, $l_t = l_0(1 + \alpha t)$

$\therefore \; l_t = 76·4(1 + ·0000189 \times 30) = 76·4 \times 1·000567 = 76·44$ cm

সুতরাং পারদস্তম্ভের সঠিক উচ্চতা $= 76·44$ cm.

2. 75 সেমি. ব্যাসের একটি চাকার ওপর একটি লোহার টায়ার বসাতে হবে। 0°C উষ্ণতায় টায়ারটির ব্যাস 74·8 সেমি. হ'লে কত তাপমাত্রায় টায়ারটিকে ঠিক চাকার ওপর বসান যাবে? লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক $=12\times10^{-6}$ প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে। [A wheel has a diameter of 75 cm. A steel tyre of inner diameter 74·8 cm. at 0°C is to be fitted on it. At what temperature the tyre will fit exactly on the wheel? $\alpha=12\times10^{-6}$ per°C.]

$$\text{চাকার পরিধি}=\pi\times75 \text{ cm.}$$

$$\text{টায়ারের পরিধি}=\pi\times74{\cdot}8 \text{ cm.}$$

টায়ারটিকে চাকার ওপর বসাতে হ'লে, টায়ারের পরিধির প্রয়োজনীয় দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি

$$=\pi\times75-\pi\times74{\cdot}8=\pi\times0{\cdot}2 \text{ cm.}$$

আমরা জানি, প্রসারণ = প্রাথমিক দৈর্ঘ্য × দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক × উষ্ণতাবৃদ্ধি

$$\text{সুতরাং,}\quad \pi\times0{\cdot}2=\pi\times74{\cdot}8\times12\times10^{-6}\times t$$

$$\therefore\ t=\frac{{\cdot}2}{74{\cdot}8\times12\times10^{-6}}=222{\cdot}8°\text{C.}$$

3. একটি পিতল নির্মিত সেকেণ্ড-দোলক 25°C তাপমাত্রায় সঠিক সময় নির্দেশ করে। যদি তাপমাত্রা কমে 0°C হয় তাহলে ঘড়িটি দিনে কতটা 'স্লো' বা 'ফাস্ট' যাবে? পিতলের $\alpha={\cdot}000019$ per°C. [A seconds pendulum made of brass keeps correct time at 25°C. How many seconds per day does it gain or lose when the temperature falls to 0°C?]

উষ্ণতা কমলে দৈর্ঘ্য কমবে, ফলে দোলনকাল কমবে অর্থাৎ ঘড়ি 'ফাস্ট' যাবে। মনে করি ঘড়িটি দিনে $x$ সেকেণ্ড 'ফাস্ট' যায়। তা'হলে,

$$\frac{86400}{86400}=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ \text{এবং}\ \frac{86400}{86400+x}=\pi\sqrt{\frac{l_o}{g}},$$

$$1\ \text{দিন}=24\times60\times60=86400 \text{ sec.}$$

এখানে, $l=25°$C তাপমাত্রায় দৈর্ঘ্য, $l_o=0°$C তাপমাত্রায় দৈর্ঘ্য

$$\text{সুতরাং}\ l=l_o(1+{\cdot}000019\times25)=l_o\times1{\cdot}000475$$

$$\text{ভাগ করলে,}\quad \frac{86400+x}{86400}=\sqrt{\frac{l}{l}}=\sqrt{1{\cdot}000475}$$

$$\text{বা,}\ 1+\frac{x}{86400}=\left(1+\frac{475}{1000000}\right)^{\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}\cdot\frac{19}{40000}$$

$$\therefore\quad x=\frac{1}{2}\cdot\frac{19}{40000}\times86400=20{\cdot}52 \text{ secs.}$$

**1.7. তরলের প্রকৃত ও আপাত প্রসারণ** ( Real and Apparent expansion of a liquid ).

তরলের প্রসারণ লক্ষ্য করতে হ'লে তাকে কোন পাত্রে রেখে পাত্রসমেত তরলকে গরম করতে হবে। তাপে তরলের সঙ্গে পাত্রটিও প্রসারিত হয়। পূর্বে ( চিত্র 3·5 ) আমরা দেখেছি যে গরম করলে প্রথমে পাত্রের প্রসারণের জন্য তরলের তল A দাগ থেকে B দাগ পর্যন্ত নেমে যায় তারপর তরলের তল উঠতে থাকে এবং আগের দাগ A ছাড়িয়ে C দাগ পর্যন্ত ওঠে। আমরা যদি খেয়াল না করি তাহ'লে মনে হবে যে তরল A দাগ থেকে প্রসারিত হয়ে C দাগ পর্যন্ত উঠেছে, কিন্তু প্রকৃতপক্ষে তরল B দাগ থেকে C দাগ পর্যন্ত প্রসারিত হয়েছে। পাত্রের প্রসারণ উপেক্ষা ক'রে তরলের যে প্রসারণ লক্ষ্য করা যায় তাহ'ল তরলের **আপাত প্রসারণ** ( Apparent expansion ) এবং পাত্রের প্রসারণ বিবেচনা ক'রে তরলের যে প্রসারণ লক্ষ্য করা যায় তাহ'ল তরলের **প্রকৃত প্রসারণ** ( Real expansion )। চিত্রে A থেকে C পর্যন্ত আয়তন হ'ল তরলের আপাত প্রসারণ $V_a$, B থেকে C পর্যন্ত আয়তন হ'ল তরলের প্রকৃত প্রসারণ $V_r$ এবং A থেকে B পর্যন্ত আয়তন হ'ল পাত্রের প্রসারণ $V_g$. চিত্র হতে আমরা দেখি যে,

$$BC = AC + AB \text{ বা, } V_r = V_a + V_g \cdots \cdots \cdots (7)$$

অর্থাৎ, প্রকৃত প্রসারণ = আপাত প্রসারণ + পাত্রের প্রসারণ

**1.8. প্রকৃত ও আপাত প্রসারণের গুণাঙ্ক** ( Coefficient of Real and Apparent expansion).

প্রতি ডিগ্রী উষ্ণতাবৃদ্ধিতে কোন তরলের একক আয়তনের যে প্রকৃত প্রসারণ হয় তাকে ঐ তরলের **প্রকৃত প্রসারণের গুণাঙ্ক** ( Coefficient of Real expansion ) বলে। তরলের প্রাথমিক আয়তন V ও t°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য প্রকৃত প্রসারণ $v_r$ হ'লে, প্রকৃত প্রসারণের গুণাঙ্ক,

$$\gamma_r = \frac{v_r}{V \times t} \text{ বা } v_r = \gamma_r \times V \times t$$

প্রতি ডিগ্রী উষ্ণতাবৃদ্ধিতে কোন তরলের একক আয়তনের যে আপাত প্রসারণ হয় তাকে ঐ তরলের **আপাত প্রসারণের গুণাঙ্ক** (Coefficient of Apparent expansion ) বলে। তরলের প্রাথমিক আয়তন V ও t°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য আপাত প্রসারণ $v_a$ হ'লে, আপাত প্রসারণের গুণাঙ্ক,

$$\gamma_a = \frac{v_a}{V \times t} \text{ বা } v_a = \gamma_a \times V \times t$$

(7) নং সমীকরণ হ'তে, $\nu_r$ ও $\nu_a$ মান বসালে

$$\gamma_r \times V \times t = \gamma_a \times V \times t + \gamma_g \times V \times t$$

পাত্রের আয়তন প্রসারণের গুণাঙ্ক, $\gamma_g = \frac{\nu_g}{V \times t}$

$$\therefore \gamma_r = \gamma_a + \gamma_g \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots (8)$$

## 1.9. তাপ প্রয়োগে তরল পদার্থের ঘনত্বের পরিবর্তন ( Variation of density of a liquid with temperature ).

মনে করি, M ভরের একটি তরলের আয়তন 0°C তাপমাত্রায় $V_o$ ও t°C তাপমাত্রায় $V_t$ . 0°C তাপমাত্রায় ও t°C তাপমাত্রায় ঘনত্ব যথাক্রমে $d_o$ ও $d_t$ হ'লে,

$$d_o = \frac{M}{V_o} \text{ ও } d_t = \frac{M}{V_t}$$

$$\therefore \frac{d_t}{d_o} = = \frac{M/V_t}{M/V_o} = \frac{V_o}{V_t} = \frac{V_o}{V_o(1+\gamma_r t)} = (1+\gamma_r t)^{-1} = (1-\gamma_r t)$$

[ Binomial theorem-এর সাহায্যে ও $\gamma$ এর উচ্চঘাতযুক্ত পদ বাদ দিয়ে ]

$$\therefore d_t = d_o(1-\gamma_r t) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8)$$

যদি $t_1$ ও $t_2$ $(t_2 > t_1)$ তাপমাত্রায় ঘনত্ব যথাক্রমে $d_1$ ও $d_2$ হয় তাহলে,

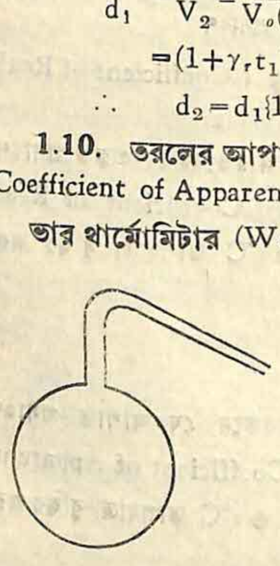
$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_o(1+\gamma_r t_1)}{V_o(1+\gamma_r t_2)} = (1+\gamma_r t_1)(1+\gamma_r t_2)^{-1}$$

$$= (1+\gamma_r t_1)(1-\gamma_r t_2) = 1 - \gamma_r(t_2 - t_1) - \gamma_r^2 t_1 t_2$$

$$\therefore \quad d_2 = d_1\{1-\gamma_r(t_2-t_1)\} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (9)$$

## 1.10. তরলের আপাত প্রসারণের গুণাঙ্ক নির্ণয় ( Determination of Coefficient of Apparent expansion of a liquid).

ভার থার্মোমিটার (Weight thermometer)-এর সাহায্যে তরলের আপাত প্রসারণের গুণাঙ্ক নির্ণয় করা যায়। ভার থার্মোমিটার হ'ল সরু বাঁকানো কাচের নলযুক্ত একটি কাচের বাল্ব ( চিত্র 3·8 )। প্রথমে পরিষ্কার করে নিয়ে শুকিয়ে ভার থার্মোমিটারের খালি অবস্থায় ওজন নেওয়া হ'ল। এবার যে তরলের আপাত প্রসারণের গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে হবে, ভার থার্মোমিটারের সরু মুখটি তার মধ্যে ডুবিয়ে পর্যায়ক্রমে বাল্বটি গরম ও ঠাণ্ডা করে তাকে তরল দ্বারা পূর্ণ করা হ'ল। সরু মুখ তরলের মধ্যে ডুবিয়ে রেখে বাল্বটিকে ঘরের উষ্ণতায়



চিত্র 3·8

জলের মধ্যে কিছুক্ষণ রেখে দেওয়া হ'ল। একটি থার্মোমিটারের সাহায্যে জলের তাপমাত্রা ( $t_1$°C ) মাপা হ'ল। বাল্বটির বাইরের দিক শুকনো ক'রে মুছে $t_1$°C উষ্ণতায় তরলপূর্ণ অবস্থায় ভার-থার্মোমিটারের ওজন আবার নেওয়া হ'ল। এবার বাল্বটিকে আবার জলের মধ্যে ডুবিয়ে, জলকে একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতা ($t_2$°C) পর্যন্ত গরম করা হ'ল। বাল্বটির বাইরের দিকে শুকনো করে মুছে $t_2$°C উষ্ণতায় তরলপূর্ণ অবস্থায় ভার থার্মোমিটারের ওজন আবার নেওয়া হ'ল।

মনে করি, খালি অবস্থায় ভার-থার্মোমিটারের ওজন = W gm.

$t_1$°C উষ্ণতায় তরলপূর্ণ অবস্থায় „ „ $= W_1$ gm.

$t_2$°C „ „ „ „ „ $= W_2$ gm.

∴ $t_1$°C উষ্ণতায় ভার থার্মোমিটারে তরলের ভর $= W_1 - W_1$

$= m_1$ gm. ( মনে করি )

ও $t_2$°C „ „ „ „ $= W_2 - W$

$= m_2$ gm. ( মনে করি )

ধরা যাক, $t_1$°C তাপমাত্রায় তরলের ঘনত্ব $d_1$ gm./c.c.। সুতরাং ভার-থার্মোমিটারের অভ্যন্তরীণ আয়তন $= \frac{m_1}{d_1}$ c.c., কারণ $t_1$°C তাপমাত্রায় $m_1$gm. তরল ঐ আয়তন পূর্ণ করে। $t_2$°C তাপমাত্রায় $m_2$ gm. তরলে আয়তন-ও $\frac{m_1}{d_1}$ c.c. কারণ এখানে বাল্বের প্রসারণ উপেক্ষা করা হচ্ছে। কিন্তু $m_2$ gm. তরলকে ঠাণ্ডা করে $t_1$°C তাপমাত্রায় নিয়ে গেলে, তার আয়তন হবে $\frac{m_2}{d_1}$c.c. অর্থাৎ পাত্রের প্রসারণ উপেক্ষা করলে $m_2$ gm. তরলের আয়তন $t_1$°C তাপমাত্রায় $\frac{m_2}{d_1}$ c.c. ও $t_1$°C তাপমাত্রায় $\frac{m_1}{d_1}$ c.c.

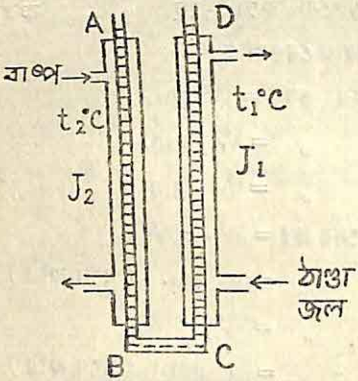
$$\text{আপাত প্রসারণের গুণাঙ্ক} = \frac{\text{তরলের আপাত প্রসারণ}}{\text{প্রাথমিক আয়তন} \times \text{উষ্ণতাবৃদ্ধি}}$$

$$= \frac{\frac{m_1}{d_1} - \frac{m_2}{d_1}}{\frac{m_2}{d_1} \times (t_2 - t_1)} = \frac{m_1 - m_2}{m_2(t_2 - t_1)} = \frac{\text{বহিষ্কৃত তরলের ভর}}{\text{অবশিষ্ট তরলের ভর} \times \text{উষ্ণতাবৃদ্ধি}}$$

অতএব ডানদিকের রাশিগুলির মান বসিয়ে, আপাত প্রসারণের গুণাঙ্ক গণনা ক'রে নেওয়া যায়। তরলের আপাত প্রসারণের গুণাঙ্ক জানা থাকলে এর সাহায্যে তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায় সেজন্য একে ভার থার্মোমিটার বলে।

**1·11. তরলের প্রকৃত প্রসারণের গুণাঙ্ক নির্ণয় ( Determination of Coefficient of Real expansion of a liquid).**

ডুলং ও পোটিট্ ( Dulong and Petit )-এর পদ্ধতিতে একটি U-আকৃতি নলের দুই বাহুতে একটি তরলের ভিন্ন উষ্ণতায় দুটি স্তম্ভের ভারসাম্য থেকে প্রকৃত প্রসারণের গুণাঙ্ক নির্ণয় করা হয়। ABCD একটি U-আকৃতি নল, তার দুইবাহু AB ও CD, দুটি বেষ্টনী বা জ্যাকেট নল $J_2$ ও $J_1$ এর মধ্যে রয়েছে ( চিত্র 3·9 )। যে তরলের প্রকৃত প্রসারণের গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে হবে তা U-আকৃতি নলে নেওয়া হ'ল। উভয় নলে তরলের উষ্ণতা সমান থাকায় দেখা যাবে যে দুটি নলেই তরল একই উচ্চতায় রয়েছে। এখন কিছুক্ষণ ধরে $J_1$ নলে ঠাণ্ডা জল ও $J_2$ নলে বাষ্প পাঠান হ'ল। দেখা যাবে যে দুই নলে তরলের উচ্চতা এবার দুরকম হয়েছে। উষ্ণতার তারতম্যের জন্য দুটি নলে তরলের ঘনত্ব ভিন্ন হওয়ায় উচ্চতা ভিন্ন হয়েছে। থার্মোমিটারের সাহায্যে দুটি নলে তরলের স্থির তাপমাত্রা মাপা হ'ল।




চিত্র 3·9

দুটি নলে তরলের তাপমাত্রা $t_1$°C ও $t_2$°C এবং উচ্চতা $h_1$ cm. ও $h_2$ cm. হ'লে ও ঐ দুই তাপমাত্রায় তরলের ঘনত্ব যথাক্রমে $d_1$ gm./c.c. ও $d_2$ gm./c.c. ধরলে, যেহেতু BC নলে একই অনুভূমিক তলে দুটি বিন্দুতে চাপ সমান,

$$\therefore \quad h_1 d_1 g = h_2 d_2 g$$

$$\text{বা,} \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d_1}{d_1\{1-\gamma_r(t_2-t_1)\}} = \{1-\gamma_r(t_2-t_1)\}^{-1}$$

$$= 1+\gamma_r(t_2-t_1)$$

$$\text{বা,} \quad \gamma_r(t_2-t_1) = \frac{h_2}{h_1} - 1 = \frac{h_2-h_1}{h_1}$$

$$\therefore \quad \gamma_r = \frac{h_2-h_1}{h_1 \times (t_2-t_1)} = \frac{\text{বাহু দুটিতে তরলের উচ্চতার অন্তর}}{\text{ঠাণ্ডা তরল স্তম্ভের উচ্চতা} \times \text{তাপমাত্রায় অন্তর}}$$

গাণিতিক উদাহরণ—

1· 300 ঘন সেমি. আয়তনের একটি কাচের ফ্লাস্কে কতটা পারদ রাখলে সকল উষ্ণতায় পারদের ওপরের শূন্যস্থানের আয়তন অপরিবর্তিত থাকবে? পারদের

প্রকৃত প্রসারণের গুণাঙ্ক ·00018 per°C এবং কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক ·000009 per°C. [ How much mercury must be placed in a glass flask having an internal volume of 300 c.c. so that the space above mercury may remain constant at all temperatures ].

যে কোন উষ্ণতাবৃদ্ধিতে পারদের আয়তন বৃদ্ধি ও কাচের ফ্লাস্কের আয়তন বৃদ্ধি সমান হ'লে তবেই পারদের ওপরের শূন্যস্থানের আয়তন অপরিবর্তিত থাকবে।

মনে করি, পারদের আয়তন = V c.c. ও উষ্ণতা বৃদ্ধি = t°C

∴ পারদের আয়তন বৃদ্ধি = $V \times \cdot 00018 \times t$ c.c.

ফ্লাস্কের আয়তন বৃদ্ধি = $300 \times 3 \times \cdot 000009 \times t$ c.c.

সর্তানুসারে, $V \times \cdot 00018 \times t = 300 \times 3 \times \cdot 000009 \times t$

$\therefore V = 45$ c.c.

2. একটি ভার থার্মোমিটার 10°C উষ্ণতায় 82 গ্রাম ও 85°C উষ্ণতায় 80 গ্রাম কোন তরল ধারণ করতে পারে। কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারণের গুণাঙ্ক ·000009 প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে হ'লে তরলের প্রকৃত প্রসারণের গুণাঙ্ক কত? [ A weight thermometer contains 82 gms of a liquid at 10°C but only 80 gms at 85°C. $\alpha$ for glass is ·000009 per °C. Find the coefficient of absolute expansion of the liquid ].

তরলের আপাত প্রসারণের গুণাঙ্ক, $\gamma_a = \dfrac{\text{বহিষ্কৃত তরলের ভর}}{\text{অবশিষ্ট তরলের ভর} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}}$

$$= \frac{82-80}{80 \times (85-10)} = \frac{2}{80 \times 75} = \cdot 00033 \text{ per } ^\circ\text{C}.$$

তরলের প্রকৃত প্রসারণের গুণাঙ্ক, $\gamma_r = \gamma_a + 3\alpha$

$$= \cdot 00033 + \cdot 000009 \times 3 = \cdot 000357 \text{ per } ^\circ\text{C}.$$

3. এক টুকরা কাচের ওজন বায়ুতে 47 গ্রাম, 4°C তাপমাত্রায় জলের মধ্যে 31·53 গ্রাম এবং 60°C তাপমাত্রায় জলের মধ্যে 31·75 গ্রাম। কাচের আয়তন প্রসারণের গুণাঙ্ক ·000024 প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে হ'লে, 4°C হতে 60°C এর মধ্যে জলের গড় আয়তন প্রসারণের গুণাঙ্কের মান নির্ণয় কর। [A piece of glass weighs 47 gms. in air, 31·53 gms. in water at 4°C and 31·75 gms in water at 60°C. Find the mean coefficient of cubical expansion of water between 4°C and 60°C, taking that of glass as ·000024 per °C ].

4°C উষ্ণতায় জলের মধ্যে কাচের আপাত ওজন হ্রাস $= 47 - 31·53$
$= 15·47$ gms.

4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব $= 1$ gm/c.c. ∴ কাচের টুকরাটির আয়তন
$= 15·47$ c.c.

60°C উষ্ণতায় কাচের টুকরাটির আয়তন $= 15·47\{1 + ·000024 \times (60-4)\}$
$= 15·49$ c.c.

∴ 60°C উষ্ণতায় অপসারিত জলের ভর $= 15·49$ c.c.

আবার, 60°C উষ্ণতায় অপসারিত জলের ভর $= 47 - 31·75 = 15·25$ gm.

∴ 60°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব $= \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}} = \frac{15·25}{15·49} = ·9845$ gm./c.c.

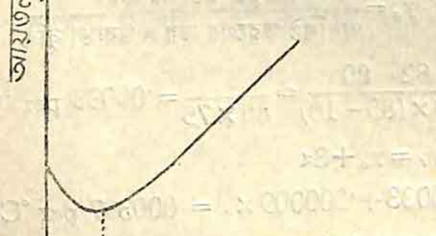
আমরা জানি, $d_t = d_0\,(1 - \gamma t)$

বা, $·9845 = 1\{1 - \gamma(60-4)\} = 1 - 56\,\gamma$

বা, $56\,\gamma = 1 - ·9845 = ·0155$ ∴ $\gamma = ·000277$ per. 0°C.

**1.12. জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ** (Anomalous expansion of water).

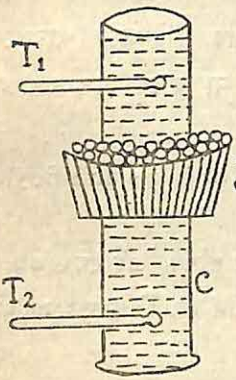
সাধারণতঃ পদার্থমাত্রেরই তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে প্রসারণ ঘটে। এ বিষয়ে জলের ব্যবহার অতি বিচিত্র। যদি 0 C তাপমাত্রায় জল নেওয়া হয় এবং তার তাপমাত্রা ধীরে ধীরে বাড়ানো হয়, তাহ'লে দেখা যায় যে প্রথমে জলের আয়তন প্রসারিত না হ'য়ে সঙ্কুচিত হচ্ছে। এই সংকোচন 4°C তাপমাত্রা পর্যন্ত চলে ( চিত্র 3.10 ) এবং তারপর তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে আয়তনেরও প্রসারণ ঘটে। সুতরাং জলের আয়তন 4°C তাপমাত্রায় সবচেয়ে কম অর্থাৎ জলের ঘনত্ব 4°C তাপমাত্রায় সবচেয়ে বেশী হয়। এই বৈশিষ্ট্যকে জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ (Anomalous expansion) বলে।



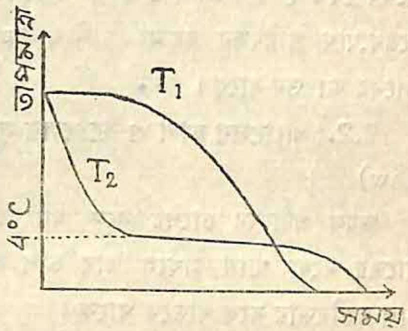

চিত্র 3·10

**হোপের পরীক্ষা** (Hope's experiment) : বেলন আকৃতি একটি পাত্র C এর ঠিক মাঝখানে একটি চক্রাকার বেষ্টনী পাত্র J এর মধ্যে বরফের টুকরা ও লবণের একটি 'হিমমিশ্রণ' (freezing mixture) রাখা হয়েছে ( চিত্র 3·11 )। দুটি ছিদ্রের

মধ্যে দিয়ে C পাত্রের মধ্যে দুটি থার্মোমিটার $T_1$ ও $T_2$ কিছুটা ঢোকান রয়েছে। C পাত্র এবার জলে পূর্ণ ক'রে কিছু সময় অন্তর অন্তর থার্মোমিটার দুটির পাঠ নেওয়া হ'ল। দেখা যাবে যে প্রথমে নীচের থার্মোমিটারের পাঠ ক্রমশঃ কমতে কমতে 4°C পর্যন্ত পৌছাবে এবং তখন ওপরের থার্মোমিটারের পাঠ-এর বিশেষ পরিবর্তন হবে না। তারপর ওপরের থার্মোমিটারের পাঠ কমতে থাকবে এবং 4°C এর চেয়েও কমে 0 C তাপমাত্রায় পৌছাবে। কিন্তু এই সময়ে নীচের থার্মোমিটারের



চিত্র 3·11



চিত্র 3·12

পাঠ 4°C তাপমাত্রায় স্থির থাকবে এবং শেষকালে 0°C হবে (চিত্র 3·12)। এর কারণ হ'ল, প্রথমে হিমমিশ্রণের সংস্পর্শে মধ্যভাগের জল ঠাণ্ডা হয়ে সঙ্কুচিত হয় ও তার ঘনত্ব বৃদ্ধি পায়। ঘনত্ব বেড়ে যাওয়ার ফলে ঠাণ্ডা জল ভারী হয়ে পাত্রের নীচে নেমে যায় এবং সেকারণে $T_2$ থার্মোমিটারের পাঠ ক্রমশঃ কমতে থাকে। কিন্তু হিমমিশ্রণের প্রভাবে জলের তাপমাত্রা যখন 4°C এর চেয়ে কম হয় তখন জলের ঘনত্ব আবার কমে যায় এবং সেকারণে এই জল নীচের দিকে না গিয়ে ওপর দিকে ওঠে এবং তলায় 4°C তাপমাত্রায় ভারী জল পড়ে থাকে। একারণে পাত্রের ওপরের দিকে জলের তাপমাত্রা 4°C থেকে কমে 0°C হলেও নীচের জলের তাপমাত্রা 4°C থেকে যায়। শেষে সমস্ত জলের উষ্ণতা 0°C তাপমাত্রায় পৌছে যায়।

**ব্যবহারিক উদাহরণ—**

জলের এই ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের ফলে শীত-প্রধান দেশে পুকুর, নদী, সমুদ্র প্রভৃতির উপরিভাগের জল ঠাণ্ডা হয়ে 0°C হ'লে অথবা জমে বরফ হয়ে গেলেও নীচের জল 4°C তাপমাত্রায় থেকে যায়। ফলে ওপরে জমাট বরফ থাকা সত্ত্বেও নীচে জল থাকে এবং তাতে জলচর প্রাণীরা বিচরণ ক'রে জীবনধারণ করতে সমর্থ হয়।

# দ্বিতীয় অধ্যায়

## গ্যাসের প্রসারণ ( Expansion of Gases )

**2.1. গ্যাসের প্রসারণ** ( Expansion of gases ).

কঠিন ও তরল পদার্থের তুলনায় তাপবৃদ্ধিতে গ্যাসের আয়তনজনিত প্রসারণ অনেক বেশী হয়। কঠিন ও তরল পদার্থের ক্ষেত্রে চাপের পরিবর্তনে আয়তনের উল্লেখযোগ্য পরিবর্তন হয় না। কিন্তু উষ্ণতার পরিবর্তন না ক'রে চাপ কমালেও গ্যাসের আয়তন বাড়ে।

**2.2. গ্যাসের চাপ ও বয়েলের সূত্র** (Pressure of gases and Boyle's Law).

তরল পদার্থের চাপের সঙ্গে গ্যাসের চাপের প্রধান পার্থক্য এই যে একটি বদ্ধ পাত্রের মধ্যে গ্যাস রাখলে তার চাপ সমস্তস্থানেই সমান হয়, কিন্তু তরলের মধ্যে চাপ গভীরতার সঙ্গে বাড়তে থাকে।

রবার্ট বয়েল (Robert Boyle) প্রথম আবিষ্কার করেন যে কোন একটি বদ্ধ পাত্রের মধ্যে গ্যাস ভর্তি ক'রে পাত্রটির আয়তন যদি কমান হয় তাহ'লে ভিতরের গ্যাসের চাপ বেড়ে যাবে আবার আয়তন যদি বাড়ান হয় চাপ কমে যাবে। এই নিয়মটিকে 'বয়েলের সূত্র' (Boyle's law) বলে।

**বয়েলের সূত্র ঃ কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা যদি স্থির থাকে, তাহ'লে, ঐ গ্যাসের চাপ তার আয়তনের ব্যস্তানুপাতিক হয়।**

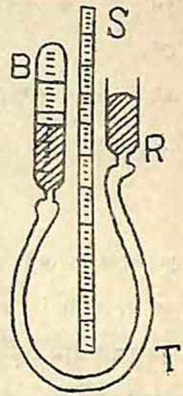
গণিতের ভাষায় বলা যায়, গ্যাসের চাপ যদি P হয় এবং আয়তন V হয় তাহলে স্থির তাপমাত্রায়,

$$P \propto \frac{1}{V} \qquad \therefore \; PV = \text{ধ্রুবক} \qquad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

**2.3. পরীক্ষার দ্বারা বয়েলের সূত্রের প্রতিপাদন** ( Experimental Verification of Boyle's Law ).

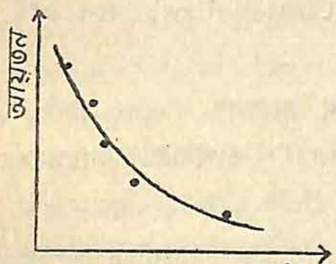
একটি একমুখ খোলা কাচের নল B খাড়াভাবে একটি স্কেল S এর পাশে আটকানো আছে। আর একটি দুমুখ খোলা নল R খাড়াভাবে স্কেলের আর এক পাশে রয়েছে এবং একে ইচ্ছামত ওঠান নামান যায়। নল দুটি একটি পারদপূর্ণ রবারের নল T দ্বারা সংযুক্ত রয়েছে। বায়ু বা পরীক্ষণীয় গ্যাসটি B নলের মধ্যে

পারদের ওপরে আবদ্ধ রয়েছে। B নলের গায়ে দাগ হতে গ্যাসের আয়তনের পাঠ নেওয়া যায় এবং B ও R নলে পারদ তলের পারস্পরিক অবস্থান হ'তে ঐ গ্যাসের চাপ নির্ণয় করা যায়। দুটি নলে পারদের তল একই উচ্চতায় থাকলে দুদিকেই চাপ সমান। অর্থাৎ বদ্ধ বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান। এখন নল R কে যদি খানিকটা ওপরে ওঠান হয় তাহলে B নলেও পারদ কিছুটা ওপর উঠবে ও বদ্ধ বায়ু সঙ্কুচিত হবে। যদি বায়ুমণ্ডলের চাপ H cm. উচ্চতার পারদ স্তম্ভের সমান হয় এবং B নলে পারদ হতে R নলে পারদতল h cm. ওপরে থাকে তাহলে এই বদ্ধ বায়ুর চাপ (H+h) cm. হবে। এই অবস্থায় ঐ বায়ুর আয়তন B নলের গায়ের দাগ থেকে পড়ে নিতে হবে। সেরকম আবার R নলটিকে নীচে নামিয়ে বদ্ধ বায়ুর চাপ ও আয়তনের পাঠ নিতে হবে। R নলে পারদতল B নলে পারদতল হতে h cm. নীচে থাকলে এই অবস্থায় বদ্ধ বায়ুর চাপ (H − h) হবে।



চিত্র 3·13

$P_1 (=H \pm h_1)$ ও $V_1$, $P_2 (=H \pm h_2)$, ও $V_2$, $P_3(=H \pm h_3)$, ও $V_3$ ইত্যাদি যদি R নলের বিভিন্ন অবস্থানে বদ্ধ বায়ুর চাপ ও আয়তন হয় তাহলে, দেখা যাবে $P_1 \times V_1, P_2 \times V_2, P_3 \times V_3$, ইত্যাদি সমান হবে। অর্থাৎ $P \times V$ = ধ্রুবক। অতএব বয়েলের সূত্র প্রমাণিত হ'ল।



চিত্র 3·14

যদি একটি লেখচিত্রে ( চিত্র 3.14 ) একদিকে চাপ ও অপরদিকে আয়তন এভাবে দুটি অক্ষ নিয়ে ($P_1$, $V_1$) ($P_2$, $V_2$) ($P_3$, $V_3$) ইত্যাদি বিন্দুগুলি বসান হয় তাহলে লেখচিত্রটি আয়তাকার পরাবৃত্ত হবে। এর থেকে বয়েলের সূত্রের সত্যতার প্রতিপাদন হয়।

## 2.4. চার্লস্ এর সূত্র (Charle's law).

যেহেতু গ্যাসের আয়তন বয়েলের নিয়ম অনুসারে চাপের ওপরেও নির্ভরশীল। সুতরাং তাপজনিত প্রসারণ সঠিক নির্ণয়ের জন্য চাপকে স্থির রাখা আবশ্যক। চার্লস্

আবিষ্কার করেন যে, চাপকে স্থির রাখলে গ্যাসের আয়তনের প্রসারণও কঠিন ও তরল পদার্থের মতো তাপমাত্রার সঙ্গে সমানুপাতিক। 0°C তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের আয়তন $V_0$ ও একই চাপে t°C তাপমাত্রায় যদি সেই গ্যাসের আয়তন V হয় তাহ'লে,

$$V - V_0 \propto t$$

এবং এই প্রসারণ প্রাথমিক আয়তন $V_0$ এর ওপর-ও নির্ভর করে এবং তার সমানুপাতিক।

$$\therefore \quad V - V_0 \propto V_0 \times t$$

$$\text{বা,} \quad \frac{V - V_0}{V_0 \times t} = \text{ধ্রুবক}$$

এই ধ্রুবককে $\gamma$ এর দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং একে গ্যাসের আয়তন প্রসারণের গুণাঙ্ক (coefficient of volume expansion) বলে। চার্লস্ প্রমাণ করেন যে এই গুণাঙ্কের মান $\frac{1}{273}$ বা ·00367 প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড। স্থিরচাপে, প্রতি ডিগ্রী তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে একক আয়তন গ্যাসের যে প্রসারণ হয় তাকে গ্যাসের আয়তন প্রসারণের গুণাঙ্ক বলে।

$$\therefore \quad \frac{V - V_0}{V_0 \times t} = \gamma \qquad V - V_0 = V_0 \times t \times \gamma$$

$$\text{বা,} \quad V = V_0\,(1 + \gamma t) = V_0\left(1 + \frac{t}{273}\right) \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$$

এই নিয়মটিকে **চার্লস্ এর সূত্র** (Charle's Law) বলে এবং একে নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা যায়:

**স্থিরচাপে, কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসে তার 0°C তাপমাত্রার আয়তনের $\frac{1}{273}$ ভাগ বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।**

**2.5. তাপমাত্রার সহিত চাপের পরিবর্তন** ( Change of Pressure with temperature )

কোন গ্যাসের আয়তন অপরিবর্তিত রেখে যদি তার তাপমাত্রা বাড়ান হয় তাহলে তার চাপ বৃদ্ধি পাবে। মনে করি, স্থিরচাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা এমন বাড়ান হ'ল যে তার আয়তন দ্বিগুণ হ'ল এবং তারপর ঐ তাপমাত্রাতেই তার আয়তন অর্ধেক ক'রে যদি আগের আয়তনে ফিরিয়ে আনা হয় তাহলে বয়েলের সূত্র অনুসারে তার চাপ দ্বিগুণ হয়ে যাবে। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, গ্যাসের চাপ স্থির রাখলে তাপের প্রভাবে যে হারে তার আয়তন বাড়ে, আয়তন

স্থির রাখলে তাপের প্রভাবে সেই একই হারে তার চাপ বাড়বে। অতএব (2) নং সমীকরণের অনুকরণে লেখা যায়,

$$P=P_0\ (1+\gamma t) \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (3)$$

এখানে, 0°C তাপমাত্রায় চাপ $P_0$, t°C তাপমাত্রায় চাপ P এবং $\gamma$ হ'ল চাপ বৃদ্ধির গুণাঙ্ক স্থির আয়তনে প্রতি ডিগ্রী তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য প্রতি একক চাপে গ্যাসের যে চাপ বৃদ্ধি হয় তাকে চাপ বৃদ্ধির গুণাঙ্ক (pressure coefficient) বলে। পরীক্ষা দ্বারা দেখা গেছে যে এই গুণাঙ্কের মানও $\frac{1}{273}$ বা ·000367 প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে। অর্থাৎ

$$P=P_0\left(1+\frac{t}{273}\right) \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (3)$$

এই নিয়মটিকে চাপের সূত্র Law of Pressure) বলে এবং একে নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা যায়:

স্থির আয়তনে, কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসে তার 0°C তাপমাত্রার চাপের $\frac{1}{273}$ বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

**2.6 তাপমাত্রার চরম স্কেল (Absolute scale of temperature).**

উপরোক্ত সমীকরণ (2) হতে আমরা দেখতে পাই যে, যদি কোন গ্যাসের তাপমাত্রা কমিয়ে t = −273°C করা হয়, তাহ'লে সেক্ষেত্রে তার আয়তন হবে,

$$V=V_0\left\{1+\frac{(-273)}{273}\right\}=V_0\ (1-1)=0$$

অর্থাৎ এই তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন শূন্য হয়ে যাবে। সমীকরণ (3) থেকেও একইভাবে আমরা দেখতে পাই যে −273°C তাপমাত্রায় গ্যাসের চাপও শূন্য হয়ে যাবে।

তাহ'লে আমরা স্পষ্টই বুঝতে পারছি যে −273°C এর চেয়ে তাপমাত্রা আর কমানো সম্ভব নয় কারণ তাহ'লে গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক হয়ে যাবে। সুতরাং −273°C কে ন্যূনতম সম্ভবপর তাপমাত্রা বলা চলে। একে তাপমাত্রার **চরমশূন্য (absolute zero)** বলা হয়।

**লর্ড কেলভিন** উপরোক্ত যুক্তির সাহায্যে একটি নূতন তাপমাত্রার স্কেল রচনা করেন। এই স্কেলে প্রতিটি ডিগ্রী, 'সেলসিয়াস' বা 'সেন্টিগ্রেড' ডিগ্রীর সমান। কিন্তু এই স্কেলে শূন্য 'সেলসিয়াস' বা 'সেন্টিগ্রেড' স্কেলের শূন্য হ'তে 273 ডিগ্রী নীচে। এই স্কেলটিকে তাপমাত্রার চরম স্কেল ( absolute scale ) বা **কেলভিন স্কেল** ( kelvin scale ) বলে। এই স্কেলে 0°A = −273°C বা 0°C = 273°A।

সেন্টিগ্রেড স্কেলের যে কোন তাপমাত্রা t যদি কেলভিন স্কেলে T হয়, তাহলে তাদের সম্পর্ক হ'ল,

$$T = t + 273^\circ \quad .... \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

সমীকরণ (2) কে যদি তাপমাত্রার একক কেলভিন বা চরম স্কেলে নেওয়া হয়

তাহ'লে, $V = V_\circ\left(1+\frac{T-273}{273}\right) = V_\circ\left(1+\frac{T}{273}-1\right) = \frac{V_\circ}{273}.T$

অতএব, $V \propto T$ বা $\frac{V}{T}$ = স্থিরাঙ্ক ... ... ... (5)

অর্থাৎ স্থির চাপে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার চরম স্কেলে তাপমাত্রার সমানুপাতী। চাপের সূত্রকে এভাবেও লেখা যায়।

অনুরূপভাবে সমীকরণ (3) হতে, $P \propto T$ বা $\frac{P}{T}$ = স্থিরাঙ্ক ··· ···(6)

অর্থাৎ স্থির আয়তনে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ তার চরম স্কেলে তাপমাত্রার সমানুপাতী। চাপের সূত্রকে এভাবেও লেখা যায়।

এই সঙ্গে স্মরণ করা যেতে পারে বয়েলের সূত্র অনুযায়ী, PV = স্থিরাঙ্ক।

P, V ও T এর তিনটি সম্পর্কের একটিতে দেখি যে চাপ স্থির রাখা হয়েছে। অপরটিতে আয়তন স্থির রাখা হয়েছে এবং তৃতীয়টিতে তাপমাত্রা স্থির রাখা হয়েছে। এখন আমরা আলোচনা করব যে, যেখানে চাপ P, আয়তন V ও তাপমাত্রা T তিনটিকেই পরিবর্তিত করা হচ্ছে, সেখানে এগুলির পরস্পরের সম্পর্ক কিরূপ।

**2·7. আদর্শ গ্যাস সমীকরণ** ( Equation of state for Ideal gas ).

বয়েল-এর সূত্র, চার্লস্-এর সূত্র এবং চাপের সূত্র যে গ্যাসের ক্ষেত্রে সঠিকভাবে প্রযুক্ত হয় তাকে **আদর্শ গ্যাস** ( ideal or perfect gas ) বলে। কিন্তু যে সকল গ্যাসের সঙ্গে আমরা পরিচিত, যেমন, হাইড্রোজেন, অক্সিজেন, কার্বন ডাই-অক্সাইড, অ্যামোনিয়া ইত্যাদি গ্যাসগুলি মোটামুটিভাবে উপরোক্ত সূত্রগুলি মেনে চললেও পুরাপুরি সঠিকভাবে মেনে চলে না। এগুলিকে **প্রকৃত গ্যাস** ( real gas ) বলে।

এখন ধরা যাক কোন একটি আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা $T_1$, চাপ $P_1$ এবং আয়তন $V_1$. এখন এই তিনটিকেই পরিবর্তিত করে $T_2$, $P_2$ ও $V_2$ তে নিয়ে যেতে হবে। প্রথমে তাপমাত্রাকে $T_1$ ডিগ্রীতে স্থির রেখে আয়তন যদি $V_1$ থেকে $V_2$ তে পরিবর্তিত করা হয়, তাহ'লে বয়েল-এর সূত্র অনুসারে পরিবর্তিত চাপ $P'$ হবে,

$$P'V_2 = P_1V_1 \text{ বা } P' = \frac{P_1V_1}{V_2}$$

এবারে আয়তন $V_2$ তে স্থির রেখে, তাপমাত্রা $T_1$ থেকে $T_2$ তে পরিবর্তিত করলে চাপ যদি $P'$ হতে $P_2$ তে পরিবর্তিত হয় তাহ'লে চাপের সূত্র অনুসারে,

$$\frac{P'}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \text{ বা } \frac{P_1V_1}{V_2} \cdot \frac{1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\therefore \quad \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7)$$

উপরোক্ত সমীকরণটিকে **আদর্শ গ্যাস সমীকরণ** ( Ideal gas equation ) বলে। এর সাহায্যে আমরা যে কোন গ্যাসের আয়তন, চাপ ও তাপমাত্রার পরিবর্তনের বিষয় গণনা করতে পারি।

সমীকরণ (7) থেকে আমরা দেখতে পাই যে চাপ ও আয়তনের গুণফলকে কেলভিন স্কেলে তাপমাত্রা দিয়ে ভাগ করলে লব্ধফল সবসময়ে একই থাকে।

$$\text{অর্থাৎ,} \quad \frac{PV}{T} = \text{স্থিরাঙ্ক}$$

এই স্থিরাঙ্কের মান গ্যাসের পরিমাণের উপর নির্ভর করে। এক গ্রাম তুল্যাঙ্ক (gram equivalent) যে কোন গ্যাসের ক্ষেত্রে এর মান একটি ধ্রুবক। এই ধ্রুবককে **গ্যাস ধ্রুবক** ( universal gas constant ) বলে এবং একে R অক্ষর দ্বারা প্রকাশ করা হয়। R এর মান $8{\cdot}31 \times 10^7$ ergs/°C. সুতরাং এক গ্রাম তুল্যাঙ্ক যে কোন গ্যাসের ক্ষেত্রে,

$$\frac{PV}{T} = R \text{ বা } PV = RT$$

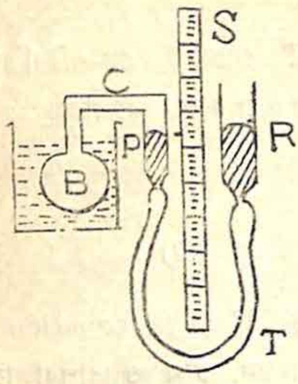
n গ্রাম তুল্যাঙ্ক যে কোন গ্যাসের ক্ষেত্রে এই সমীকরণ হবে,

$$PV = nRT \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8)$$

**2·8. চালস্-এর সূত্র ও চাপের সূত্রের পরীক্ষা** ( Verification of Charle's law and Law of Pressure ).

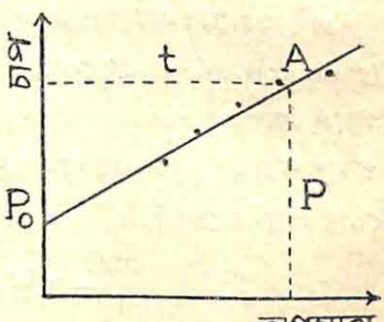
**চাপের সূত্রের পরীক্ষা**—একটি, দুবার সমকোণে বাঁকানো, কাচের নল C-এর এক প্রান্তে একটি কাচের বাল্ব B রয়েছে এবং তার অপর প্রান্ত একটি পারদপূর্ণ রবারের নল T এর মধ্যে দিয়ে আর একটি দুমুখ খোলা নল R এর সঙ্গে যুক্ত আছে ( চিত্র 3·15 )। S একটি খাড়াভাবে স্থাপিত স্কেল, এর সাহায্যে C ও R নলে পারদ তলের অবস্থানের পাঠ নেওয়া যায়। বাল্ব সমেত C নলের অবস্থান স্থির কিন্তু R নলকে ইচ্ছামত ওঠান বা নামান যায়।

পরীক্ষণীয় গ্যাস বা বায়ু, B বাল্বে ও পারদের ওপরে C নলের কিয়দংশে আবদ্ধ রয়েছে। চাপের সূত্র পরীক্ষা করতে হলে, এই বায়ুর আয়তন স্থির রাখতে হবে। সুতরাং উষ্ণতার পরিবর্তনে আয়তন পরিবর্তন হ'লে, R নলকে উঠিয়ে বা নামিয়ে C নলে পারদতলকে সবসময়ে একটি নির্দিষ্ট দাগ P-তে রাখতে হবে। যদি R ও C নলে পারদ একই অনুভূমিক তলে থাকে তাহ'লে আবদ্ধ বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান। কিন্তু R নলে পারদতল যদি C নলে পারদতল অর্থাৎ P দাগ হতে h cm. ওপরে থাকে, তাহ'লে বাল্বের মধ্যে ঐ আবদ্ধ বায়ুর চাপ (H+h) cm. হবে. এখানে বায়ুমণ্ডলের চাপ H cm. ধরা হয়েছে।



চিত্র 3·15

বিভিন্ন তাপমাত্রায় স্থির আয়তনের ঐ আবদ্ধ বায়ুর চাপ নির্ণয় করার জন্য বাল্বটিকে একটি জলপূর্ণ পাত্রের মধ্যে রাখা হ'ল। প্রথমে ঘরের উষ্ণতায় এই বায়ুর চাপ নির্ণয় করা হ'ল, দুই নলে পারদ-তলের অবস্থানের পাঠ হতে। এবার জলের উষ্ণতা ধাপে ধাপে বাড়ান হ'ল এবং প্রতিবারেই ঐ তাপমাত্রা কিছুক্ষণ স্থির রেখে, R নল ওঠা-নামা ক'রে C নলে পারদকে P দাগে আনা হ'ল। এই অবস্থায় প্রতিবারে S স্কেলের সাহায্যে নল দুটিতে পারদতলের অবস্থানের পার্থক্য h হতে আবদ্ধ বায়ুর চাপ P নির্ণয় করা হ'ল এবং একটি থার্মোমিটারের সাহায্যে জলের তাপমাত্রার পাঠ নেওয়া হ'ল। দেখা যাবে যে, প্রতিবারে এই চাপ P(=H+h) কে চরম স্কেলে তাপমাত্রা T দিয়ে ভাগ করলে, ভাগফল সমান হবে। অর্থাৎ $\frac{P}{T}$ = ধ্রুবক। এর থেকে চাপের সূত্রের সত্যতা প্রমাণিত হ'ল।



চিত্র 3·16

একটি লেখচিত্রে একদিকে তাপমাত্রা ও অপরদিকে চাপ এই দুটি অক্ষ নিয়ে, (T,P) বিন্দুগুলি বসালে, দেখা যাবে যে তারা একটি সরলরেখার ওপর অবস্থিত (চিত্র 3.16)। এর থেকেও প্রমাণ হয় যে, $\frac{P}{T}$ = ধ্রুবক। এই রেখাটি চাপের

অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তা 0°C তাপমাত্রায় চাপ $P_o$ নির্দেশ করে। সরলরেখার ওপর যে কোন একটি বিন্দু A নিয়ে তার থেকে দুই অক্ষের ওপর লম্ব টেনে চাপ P ও তাপমাত্রা t এর মান নির্ণয় করে,

$$\gamma=\frac{P-P_o}{P_o \times t}$$

এই সমীকরণে বসিয়ে আমরা চাপের প্রসারণ গুণাঙ্ক গণনা করতে পারি।

**চার্ল্‌স্‌-এর সূত্রের পরীক্ষা ঃ**

এই সূত্রের প্রতিপাদনের জন্য উপরের উপকরণটি ( apparatus ) ব্যবহার করা যেতে পারে। কিন্তু এক্ষেত্রে বাল্ব B-এর মধ্যকার বায়ুর চাপ স্থির রাখতে হবে সুতরাং নল C ও R-এর ভিতরের পারদের তল সর্বদা একই অনুভূমিক তলে রাখতে হবে। অর্থাৎ তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে C নলে পারদের তল যখন নীচে নেমে যাবে তখন প্রতিবারে R নলকেও নীচে নামিয়ে দুটি তলকে একই অনুভূমিক তলে আনতে হবে, যাতে B বাল্বে আবদ্ধ বায়ুর চাপ সব সময়ে বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান হয় অর্থাৎ স্থির থাকে। C নলে পারদের অবস্থান হতে আবদ্ধ বায়ুর আয়তন জানা যেতে পারে। এভাবে বিভিন্ন উষ্ণতায় স্থির চাপে আয়তন নির্ণয় করলে দেখা যাবে যে আয়তন ও তাপমাত্রার ভাগফল প্রতিবারেই সমান। অর্থাৎ $\frac{V}{T}$=ধ্রুবক। তাপমাত্রা ও আয়তনের মধ্যে লেখচিত্র আঁকলে দেখা যাবে যে সেটি পূর্বের মতই সরলরেখা হবে। এর থেকে প্রমাণিত হ'ল যে স্থির চাপে আয়তন, তাপমাত্রার সমানুপাতী।

**তাপমাত্রা নিরূপণ ঃ**

উপরের যন্ত্রটির সাহায্যে অজ্ঞাত তাপমাত্রা নিরূপণ করা যায়। এর জন্য প্রথমে পূর্বোক্ত উপায়ে যন্ত্রটির চাপ-তাপমাত্রা বা আয়তন-তাপমাত্রা লেখচিত্র অঙ্কন ক'রে নিতে হবে ( চিত্র 3.16 )। এক্ষেত্রে স্থির আয়তন পদ্ধতিটিই সুবিধাজনক। কতকগুলি জানা তাপমাত্রার পাঠ নিয়ে লেখচিত্রটি এঁকে নেবার পর অজ্ঞাত তাপমাত্রার মধ্যে B বাল্বটিকে রাখতে হবে। এই অবস্থায় R নলকে উঠিয়ে বা নামিয়ে দুটি নলে পারদের তলকে একই অনুভূমিক তলে এনে, আবদ্ধ বায়ুর চাপ ( H+h ) মেপে নিতে হবে। লেখচিত্রের ( চিত্র 3.16 ) চাপ অক্ষে এই চাপের মান বসিয়ে সেই বিন্দু হতে তাপমাত্রা অক্ষের সমান্তরাল একটি সরলরেখা টানলে, সরলরেখাটি OA সরলরেখাকে যে বিন্দুতে ছেদ ক'রে, সেই বিন্দু যে তাপমাত্রা নির্দেশ করে সেটাই হ'ল নির্ণেয় তাপমাত্রা। এই যন্ত্রটিকে গ্যাস থার্মোমিটার (Gas Thermometer) বলে।

**2.9. ঘনত্ব, চাপ ও তাপমাত্রার সম্পর্ক** ( Relation between Density, Pressure and Temperature ).

(7) নং সমীকরণ হতে আমরা জানি যে, কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের জন্য

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$$

$V_1$ ও $V_2$, যথাক্রমে $P_1$, $T_1$ ও $P_2$, $T_2$ চাপ ও তাপমাত্রায় M ভরের গ্যাসের আয়তন। যদি দুই অবস্থায় ঘনত্ব $D_1$ ও $D_2$ হয়, তাহলে

$$D_1=\frac{M}{V_1},\ D_2=\frac{M}{V_2} \quad \text{বা,} \quad V_1=\frac{M}{D_1} \text{ ও } V_2=\frac{M}{D_2}$$

উপরের সমীকরণ হতে,

$$\frac{P_1\frac{M}{D_1}}{T_1}=\frac{P_2\frac{M}{D_2}}{T_2} \qquad \therefore \quad \frac{P_1}{D_1T_1}=\frac{P_2}{D_2T_2}$$

গাণিতিক উদাহরণ—

1. প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় এক গ্রামতুল্যাংক কোন গ্যাসের আয়তন 22·4 লিটার। এর থেকে গ্যাস ধ্রুবকের (R) মান নির্ণয় কর। [ Gram molecular volume of a gas at N. T. P. is 22·4 litres. Calculate the value of universal gas constant ].

$P_o=76\times 13{\cdot}6\times 981$ dynes/cm²

$V_o=22{\cdot}4$ litres $=22400$ c.c.

$T_o=0°C=273°A.$

$R=?$

আমরা জানি, 1 gm. equivalent গ্যাসের জন্য

$$P_oV_o=RT_o$$

বা, $$R=\frac{P_oV_o}{T_o}=\frac{76\times 13{\cdot}6\times 981\times 22400}{273}=8{\cdot}31\times 10^7 \text{ ergs/°C.}$$

2. 20°C তাপমাত্রায় 3755·5 mm. বায়ুমণ্ডলের চাপে জলের ওপর 200 c.c. হাইড্রোজেন গ্যাস সংগ্রহ করা হ'ল। 20°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ 13·5 mm. ও প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় হাইড্রোজেনের ঘনত্ব ·00009 gm./c.c. হলে এই সংগৃহীত হাইড্রোজেনের ভর নির্ণয় কর। [ 200 c.c. of Hydrogen is collected over water at 20°C, the barometric pressure being

755·5 m.m. Find the weight of the gas, given that the density of Hydrogen at N. T. P. is ·00009 gm/c.c. and aqueous tension at 20°C is 13·5 m.m ].

$P_1 = 755{\cdot}5 - 13{\cdot}5 = 742$ mm. ; $T_1 = 20°C = 273 + 20 = 293°A$ ;

$V_1 = 200$ c.c.

$P_2 = 760$ mm. ; $T_2 = 0°C = 273°A$,

$V_2 =$ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার আয়তন = ?

আমরা জানি,

$$\frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_1V_1}{T_1}$$

বা, $V_2 = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{T_2}{T_1} \times V_1 = \frac{742}{760} \times \frac{273}{293} \times 200 = 182$ c.c.

$\therefore$ নির্ণেয় ভর = ·00009 × 182 = ·01638 gm.

3. একটি কাচের পাত্রে 60°C তাপমাত্রায় কিছু পরিমাণ বায়ু রয়েছে। কত তাপমাত্রায় গরম করলে ও চাপ অপরিবর্তিত থাকলে, $\frac{1}{3}$ অংশ বায়ু বার হয়ে যাবে। [ A glass vessel contains air at 60°C. To what temperature must it be heated to expel $\frac{1}{3}$ of the air, pressure remaining constant ].

চাপ অপরিবর্তিত রয়েছে, সুতরাং

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

এখানে, $V_1 = V$ ( মনে করি ) ; $T_1 = 60°C = 273 + 60 = 333°A$

$V_2 = V + \frac{1}{3}V = \frac{4}{3}V$ ; $T_2 = ?$

$$\frac{V}{333} = \frac{\frac{4}{3}V}{T_2}$$

$\therefore \quad T_2 = \frac{4}{3} \times 333 = 444°A = 444 - 273 = 171°C.$

## তৃতীয় অধ্যায়

# তাপের পরিমাপ ( Calorimetry )

### 3.1. তাপের একক ( Unit of Heat )

আমরা জানি যে, কোন বস্তুতে তাপ প্রদান করলে তার তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। সুতরাং যদিও তাপকে আমরা প্রত্যক্ষভাবে মাপতে পারি না, আমরা জানি যে তাপ-মাত্রার পরিবর্তনের পরিমাণ তাপের পরিমাণের সমানুপাতী। সেই সঙ্গে একথাও সহজে বোঝা যায় যে, কোন বিশেষ তাপমাত্রায় এক কিলোগ্রাম ভরের কোন বস্তুর মধ্যে যে পরিমাণ তাপ আছে, একই পদার্থের দু' কিলোগ্রাম ভরের একটি বস্তুর মধ্যে তার দ্বিগুণ পরিমাণ তাপ থাকবে।

সুতরাং, তাপ $\propto$ তাপমাত্রার পরিবর্তন বা, $Q \propto t$

এবং, তাপ $\propto$ বস্তুর ভর বা, $Q \propto m$

অতএব, তাপ $\propto$ ( বস্তুর ভর ) $\times$ ( তাপমাত্রার পরিবর্তন )

বা, $Q \propto m \times t$

$\therefore \quad Q = S \times m \times t \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$

এখানে S একটি স্থিরাঙ্ক, তাকে আপেক্ষিক তাপ ( specific heat ) বলে। S এর মান বিভিন্ন পদার্থের জন্য ভিন্ন ভিন্ন হয়। জলের ক্ষেত্রে S এর মান সর্বাধিক।

জলের S বা আপেক্ষিক তাপ এর মান 'এক' ধরা হয়। অর্থাৎ একক ভরের জলের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বৃদ্ধি করতে একক পরিমাণ তাপ লাগে। এর থেকে Q বা তাপের পরিমাণের একক নির্ধারিত করা হয়েছে।

সি. জি. এস্ পদ্ধতিতে তাপের এককের নাম ক্যালরি ( Calorie )। এক গ্রাম জলের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাকে এক ক্যালরি তাপ বলে।

এফ. পি. এস্. পদ্ধতিতে এক পাউণ্ড জলের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী ফারেন-হাইট বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাকে এক বৃটিশ থার্মাল একক ( British Thermal Unit ) সংক্ষেপে B. T. U. তাপ বলে। এক লক্ষ B. T. U. তাপকে বলে এক থার্ম ( Therm ).

তাপের একটি মিশ্র একক প্রচলিত আছে। তার নাম সেন্টিগ্রেড তাপ একক ( Centigrade Heat Unit ) সংক্ষেপে C. H. U.। এক পাউণ্ড জলকে এক ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড গরম করতে যে তাপ লাগে, তাকে এক C. H. U. তাপ বলে।

এম্-কে-এস্ পদ্ধতিতে তাপের একক হচ্ছে কিলোক্যালোরি ( Kilocalorie )। এক কিলোগ্রাম জলের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে, তাকে এক কিলোক্যালোরি তাপ বলে। 1 কিলোক্যালোরি = 1000 ক্যালরি।

1 B. Th. U. তাপ = 1 lb. জলের তাপমাত্রা $1^{\circ}$F বৃদ্ধি করতে প্রয়োজনীয় তাপ
= 453·6 gm „ ” $\frac{5}{9}{}^{\circ}$C „ „ „ „
= $453{\cdot}6 \times \frac{5}{9}$ Calories
= 252 Calories তাপ

**3.2.** আপেক্ষিক তাপ ( Specific Heat )

(1) নং সমীকরণ হ'তে, $S = Q$ যখন, $m = 1$ ও $t = 1$

**অর্থাৎ, কোন পদার্থের এক গ্রাম ভরকে এক ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড উষ্ণ করতে যে পরিমাণ তাপ লাগে তাকে ঐ পদার্থের আপেক্ষিক তাপ (Specific heat) বলে।** এরূপ সংজ্ঞা লিখলে, আপেক্ষিক তাপের একক হবে calorie per gm. per $^{\circ}$C.

আপেক্ষিক তাপ হতে বিভিন্ন পদার্থের সমপরিমাণ বস্তুকে সমান উষ্ণ করতে যে তাপ লাগে তার একটা তুলনামূলক ধারণা পাওয়া যায়। আপেক্ষিক তাপের প্রকৃত সংজ্ঞা হ'ল: **যে কোন পরিমাণ কোন পদার্থের তাপমাত্রা যে কোন পরিমাণে বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে এবং সমপরিমাণ জলের তাপমাত্রা সমপরিমাণে বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে সেই দুই তাপের অনুপাতকে সেই পদার্থের আপেক্ষিক তাপ ( Specific heat ) বলে।** এই সংজ্ঞা অনুযায়ী আপেক্ষিক তাপ একটি সংখ্যা মাত্র, এর কোন একক নেই। সেই পদার্থের আপেক্ষিক তাপ

$$= \frac{\text{ঐ পদার্থের M ভরের তাপমাত্রা t ডিগ্রী বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে}}{\text{M ভরের জলের তাপমাত্রা t ডিগ্রী বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে}}$$

$$= \frac{\text{ঐ পদার্থের 1 gm. ভরের তাপমাত্রা } 1^{\circ}\text{C বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে}}{\text{1 gm. জলের তাপমাত্রা } 1^{\circ}\text{C বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে}}$$

= ঐ পদার্থের 1 gm ভরের তাপমাত্রা $1^{\circ}$C বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে।

তামার আপেক্ষিক তাপ ·09 বলতে বোঝায় যে 1 gm. তামার তাপমাত্রা $1^{\circ}$C বৃদ্ধি করতে ·09 ক্যালরি তাপ লাগে। অথবা 1 lb তামার তাপমাত্রা $1^{\circ}$F বৃদ্ধি করতে ·09 B. Th. U. তাপ লাগে।

**3.3. তাপগ্রাহিতা ( Thermal Capacity ) ও জলসম ( Water Equivalent ).**

কোন বস্তুর তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে তাকে বস্তুটির তাপগ্রাহিতা ( Thermal Capacity ) বলে। বস্তুটির ভর m. gm. এবং বস্তুটি যে পদার্থে গঠিত তার আপেক্ষিক তাপ S হ'লে, তার তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধি করতে $m \times S \times 1$ বা mS ক্যালরি তাপ লাগবে। অর্থাৎ

তাপগ্রাহিতা = mS ক্যালোরি ... ... ... (2)

কোন বস্তুর তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ তাপ লাগে, সেই তাপে যে পরিমাণ জলের তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধি করা যায়, সেই পরিমাণ জলকে বস্তুটির জলসম ( Water equivalent ) বলে। কোন বস্তুর ভর m. gm. ও তার আপেক্ষিক তাপ S হ'লে বস্তুটির তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধি করতে mS ক্যালোরি তাপ লাগে। এখন এই mS ক্যালোরি তাপে mS gm. জলের তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধি পাবে। সুতরাং

জলসম = mS গ্রাম ... .... ... (3)

**3.4. তাপের পরিমাপের মূল নীতি (Principle of Calorimetry).**

আমরা জানি যে ভিন্ন তাপমাত্রায় দুটি বস্তু পরস্পরের সংস্পর্শে রাখলে, উচ্চতর তাপমাত্রার বস্তুটি হতে নিম্নতর তাপমাত্রার বস্তুটির দিকে তাপ প্রবাহিত হতে থাকে। এর ফলে উষ্ণতর বস্তুর তাপমাত্রা কমতে থাকে এবং শীতলতর বস্তুর তাপমাত্রা বাড়তে থাকে। পরিশেষে উভয়ের তাপমাত্রা সমান হয়ে যায় এবং তখন তাপের প্রবাহ বন্ধ হয়ে যায়। এখানে বিশেষ দ্রষ্টব্য এই যে উষ্ণ বস্তু থেকে যতটা তাপ নির্গত হয়েছে শীতল বস্তুটি ঠিক ততটা তাপ গ্রহণ করেছে। অর্থাৎ **বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ।** অবশ্য বাস্তব ক্ষেত্রে হয়তো কিছু পরিমাণ তাপ বিকীরণ ইত্যাদি কারণে বাইরে হাওয়ায় বেরিয়ে গেছে কিন্তু সেটা আমরা ধর্তব্যের মধ্যে নিচ্ছি না।

যদি উষ্ণতর বস্তুর ভর $m_1$, আপেক্ষিক তাপ $s_1$ ও প্রাথমিক তাপমাত্রা $t_1$ হয় এবং শীতল বস্তুর ভর $m_2$, আপেক্ষিক তাপ $s_2$ ও প্রাথমিক তাপমাত্রা $t_2$ হয় এবং তাপের আদান প্রদানের ফলে পরিশেষে উভয়ের সাধারণ তাপমাত্রা t হয় তাহলে,

উষ্ণতর বস্তু কর্তৃক বর্জিত তাপ $= m_1 s_1 (t_1 - t)$

শীতলতর বস্তু কর্তৃক গৃহীত তাপ $= m_2 s_2 (t - t_2)$

এখন, যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

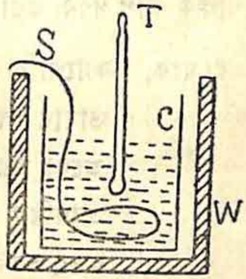
$\therefore \; m_1 s_1 (t_1 - t) = m_2 s_2 (t - t_2)$

এটিই হ'ল তাপের পরিমাপের গণনার মূল নীতি। বলা বাহুল্য যে যদি দুটির পরিবর্তে বিভিন্ন তাপমাত্রায় অনেকগুলি বস্তুকে পরস্পরের সংস্পর্শে রাখা হয়, তাহলেও পরিশেষে তারা সকলেই একটি স্থির তাপমাত্রায় পৌঁছাবে। যে যে বস্তুর প্রাথমিক তাপমাত্রা এই অন্তিম (final) তাপমাত্রার চেয়ে বেশী ছিল তার প্রত্যেকেই কিছু কিছু তাপ হারাবে এবং অন্যদিকে যে যে বস্তুর প্রাথমিক তাপমাত্রা এই অন্তিম তাপমাত্রার চেয়ে কম ছিল তারা প্রত্যেকেই কিছু কিছু তাপ লাভ করবে। এক্ষেত্রে মোট বর্জিত তাপ ও মোট গৃহীত তাপ সমান হবে।

## 3·5. ক্যালোরিমিটার ( Calorimeter ).

উপরোক্ত সিদ্ধান্ত অনুসারে তাপের পরিমাপ এবং বিভিন্ন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ ইত্যাদি নির্ণয় করার জন্য পরীক্ষাগারে একটি সাধারণ যন্ত্র ব্যবহার করা হয়, তার নাম ক্যালোরিমিটার।

একটি ক্যালোরিমিটার বস্তুত একটি ছোট তাম্রনির্মিত বেলনাকৃতি পাত্র (C) ছাড়া আর কিছুই নয় ( চিত্র 3.17 )। ক্যালোরিমিটারের ওপরে সাধারণতঃ একটি ঢাকনা লাগান থাকে যাতে দুটি ছিদ্র আছে। একটি ছিদ্রের মধ্যে দিয়ে ক্যালোরিমিটারের মধ্যে একটি থার্মোমিটার (T) ঢোকান থাকে। অন্য ছিদ্রের মধ্যে দিয়ে ক্যালোরিমিটারের মধ্যস্থ তরলকে নাড়াচাড়া করার জন্য একটি তারের নাড়ানি ( stirrer ) (S) ঢোকান থাকে। বাইরে থেকে যাতে তাপ ভিতরে ঢুকতে না পারে বা ভিতর থেকে যাতে তাপ বেরিয়ে যেতে না পারে সেজন্য ক্যালোরিমিটারকে একটি কাঠের বাক্স (W) বা অপরিবাহী কোন বেষ্টনীর মধ্যে রাখা হয়।



চিত্র 3·17

পরীক্ষার সময়ে প্রথমেই ক্যালোরিমিটারের ভর মেপে নেওয়া হয়। এই ভরকে, ক্যালোরিমিটার যে পদার্থে তৈরী অর্থাৎ তামার আপেক্ষিক তাপ দিয়ে গুণ ক'রে ক্যালোরিমিটারের জলসম বার ক'রে নেওয়া হয়। ক্যালোরিমিটারের জলসম W gm. হলে ধরে নেওয়া যেতে পারে যে ক্যালোরিমিটারের পরিবর্তে W gm. জল রয়েছে। যেহেতু বেশীর ভাগ ক্ষেত্রেই ক্যালোরিমিটারে জলই ভরা হয়, সেজন্য এই উপায়টি বেশ সুবিধাজনক। যদি m gm. জল থাকে তাহলে সোজাসুজি এর সঙ্গে ক্যালোরিমিটারের জলসম যোগ ক'রে ধরা যায় যে ( W+m ) gm. জল রয়েছে। তাহলে ক্যালোরিমিটারের কথা আলাদাভাবে আর চিন্তাই করতে হয় না।

**3·6. কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়** ( Determination of specific heat of a solid ).

প্রথমে একটি ক্যালোরিমিটার নিয়ে তাকে পরিষ্কার ক'রে এবং শুকনো করে মুছে তার ওজন নেওয়া হ'ল। এবার ক্যালোরিমিটারে প্রায় অর্ধেক পরিমাণ জল নিয়ে আবার ওজন করা হ'ল। এই ওজন থেকে প্রথম ওজন বিয়োগ ক'রে জলের ভর পাওয়া যাবে। থার্মোমিটারের সাহায্যে এই জলের প্রাথমিক তাপমাত্রা দেখে নেওয়া হ'ল। এখন যে পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় করতে হবে সেই পদার্থের এক টুকরা বস্তু নিয়ে তার ওজন নেওয়া হ'ল। বস্তুটিকে এবার একটি বাষ্প প্রকোষ্ঠে রেখে তাকে বাষ্পের তাপমাত্রায় গরম করা হ'ল এবং একটি থার্মোমিটারের সাহায্যে তার তাপমাত্রা দেখে নেওয়া হ'ল। গরমবস্তুটিকে বাষ্প-প্রকোষ্ঠ হতে দ্রুত ক্যালোরিমিটারে জলের মধ্যে ফেলে দিয়ে নাড়ানির সাহায্যে জলকে নাড়াচাড়া করা হ'ল যাতে তাপ সব জায়গায় সুষমভাবে ছড়িয়ে পড়ে। থার্মোমিটারের সাহায্যে এবার এই জলের সর্বোচ্চ স্থির তাপমাত্রা দেখে নেওয়া হ'ল। উপরোক্ত পরীক্ষা হতে নিম্নরূপে আপেক্ষিক তাপ গণনা করা যেতে পারে,

ধরা যাক, ক্যালোরিমিটারের ভর $= m'$ gm

তামার আপেক্ষিক তাপ $= s'$

জলের ভর $= w$ gm

প্রাথমিক তাপমাত্রা $= t_1$°C

বস্তুর ভর $= m$ gm

গরম বস্তুটির তাপমাত্রা $= t_2$°C

বস্তুর আপেক্ষিক তাপ $= s$

মিশ্রণের সর্বোচ্চ তাপমাত্রা $= t$°C

অতএব গরম বস্তু কর্তৃক বর্জিত তাপ $= ms(t_2 - t)$

জল ও ক্যালোরিমিটার কর্তৃক গৃহীত তাপ $= w(t-t_1) + m's'(t-t_1)$

$= (w + m's')(t - t_1)$

যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$\therefore \quad ms(t_2 - t) = (w + m's')(t - t_1)$

বা $s = \dfrac{(w+m's')(t-t_1)}{m(t_2-t)}$ ... ... ... (4)

**3.7. তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় ( Determination of specific heat of a liquid ).**

কঠিন ও তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ের পরীক্ষা কার্যত একই। প্রভেদের মধ্যে এক্ষেত্রে ক্যালোরিমিটারে জলের বদলে পরীক্ষণীয় তরল নেওয়া হয় এবং আপেক্ষিক তাপ জানা আছে এমন একটি কঠিন বস্তুকে বাষ্প-প্রকোষ্ঠে গরম ক'রে ঐ তরলের মধ্যে ফেলে সর্বোচ্চ স্থির তাপমাত্রা দেখে নেওয়া হয়। নিম্নরূপে তরলের আপেক্ষিক তাপ গণনা করা হয়,

ধরা যাক, ক্যালোরিমিটারের ভর $= m'$ gm
তামার আপেক্ষিক তাপ $= s'$
পরীক্ষণীয় তরলের ভর $= m$ gm
তরলের আপেক্ষিক তাপ $= s$
প্রাথমিক তাপমাত্রা $= t_1$°C
বস্তুটির ভর $= m_1$ gm
বস্তুটির আপেক্ষিক তাপ $= s_1$
গরম বস্তুটির তাপমাত্রা $= t_2$°C

অতএব মিশ্রণের সর্বোচ্চ তাপমাত্রা $= t$°C
গরম বস্তু কর্তৃক বর্জিত তাপ $= m_1s_1\,(t_2-t)$
তরল ও ক্যালোরিমিটার কর্তৃক গৃহীত তাপ $= ms(t-t_1)+m's'(t-t_1)$
যেহেতু গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

$$\therefore\quad ms\,(t-t_1)+m's'\,(t-t_1)=m_1s_1\,(t_2-t)$$

বা $ms\,(t-t_1)=m_1s_1\,(t_2-t)-m's'\,(t-t_1)$

$$\therefore\quad s=\frac{m_1s_1\,(t_2-t)-m's'\,(t-t_1)}{m(t-t_1)}\quad \cdots\quad \cdots\quad (5)$$

**3.8. ক্যালোরিমিটারের সাহায্যে তাপমাত্রা নির্ণয় ( Determination of temperature by Calorimeter ).**

সাধারণ পারদ থার্মোমিটারের উর্ধ্বসীমার বাহিরে কোন তাপমাত্রা যা সরাসরি ঐ থার্মোমিটারের সাহায্যে মাপা সম্ভব নয়, একটি ক্যালোরিমিটারের সাহায্যে ঐ তাপমাত্রা সহজেই নির্ণয় করা যায়। উপরোক্ত যে পদ্ধতিতে কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় করা হয় সেই একই পদ্ধতিতে প্রয়োজন হ'লে তাপমাত্রা মাপা যায়। আপেক্ষিক তাপ জানা আছে এমন পদার্থের একটি বস্তুখণ্ডকে যে উষ্ণতা মাপতে

হবে সেই উষ্ণতায় গরম করতে হবে। তারপর গরম বস্তুটিকে ক্যালোরিমিটারে জলের মধ্যে ফেলে মিশ্রণের সর্বোচ্চ তাপমাত্রা দেখে নিতে হবে। ক্যালোরিমিটারে জলের পরিমাণ এমন নিতে হবে যে অন্তিম সর্বোচ্চ তাপমাত্রা থার্মোমিটারের ঊর্ধ্বসীমার মধ্যে থাকে।

গরম বস্তুটি কর্তৃক বর্জিত তাপ এবং ক্যালোরিমিটার ও জল কর্তৃক গৃহীত তাপ পরস্পর সমান, ক্যালোরিমিটারের এই মূল নীতির ওপর ভিত্তি ক'রে নির্ণেয় তাপমাত্রা গণনা করা যায়।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

1. 122°C উষ্ণতায় 100 গ্রাম ভরের একটি বস্তুকে একটি তামার ক্যালোরিমিটারে 28°C উষ্ণতায় 300 গ্রাম জলের মধ্যে ফেলা হ'ল এবং দেখা গেল যে মিশ্রণের সাধারণ উষ্ণতা হ'ল 30°C. ক্যালোরিমিটারের ভর 50 গ্রাম ও তামার আপেক্ষিক তাপ 0·09 হ'লে বস্তুটির আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর। [ A body of mass 100 gms. is heated to 122°C and is dropped into 300 gms. of water at 28°C contained in a copper Calorimeter of mass 50 gms. If the final common temperature is 30°C and sp. heat of copper is 0·09. Calculate the sp. heat of the material of the body ].

ক্যালোরিমিটারের ভর = 50 gms., আঃ তাপ = 0·09, জলের ভর = 300 gm., উষ্ণতা = 28°C.

বস্তুর ভর = 100 gms., বস্তুর উষ্ণতা = 122°C, আঃ তাপ = s ( মনে করি )

মিশ্রণের অন্তিম উষ্ণতা = 30°C

জল ও ক্যালোরিমিটার কর্তৃক গৃহীত তাপ

$$= 300 \times (30-28) + 50 \times \cdot 09 \times (30-28)$$

$$= 300 \times 2 + 4 \cdot 5 \times 2 = 609 \text{ cal.}$$

বস্তু কর্তৃক বর্জিত তাপ $= 100 \times s \times (122-30) = 9200\ s$ cal.

যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$$\therefore \quad 9200\, s = 609$$

বা $s = \dfrac{609}{9200} = \cdot 066$

**2.** 0·54 আঃ তাপ ও 29°C উষ্ণতায় একটি তরল 0·36 আঃ তাপ ও 11°C উষ্ণতায় আর একটি তরলের সহিত কি অনুপাতে মিশ্রিত করলে, মিশ্রণের অন্তিম উষ্ণতা 17°C হবে ? [ In what proportion a liquid of sp. heat 0·54 and at temperature 29°C is to be mixed with another liquid of sp. heat 0·36 and at temperature 11°C so that the final temperature of the mixture is 17°C ? ]

প্রথম তরলটির ভর $= m_1$ gm. ( মনে করি ), আঃ তাপ = ·54, উষ্ণতা = 29°C
দ্বিতীয় তরলটির ভর $= m_2$ gm. ( " ), আঃ তাপ = ·36, উষ্ণতা = 11°C
মিশ্রণের অন্তিম উষ্ণতা = 17°C
প্রথম তরল কর্তৃক বর্জিত তাপ $= m_1 \times \cdot 54 \times (29-17) = m_1 \times \cdot 54 \times 12$ cal.
দ্বিতীয় তরল কর্তৃক গৃহীত তাপ $= m_2 \times \cdot 36 \times (17-11) = m_2 \times \cdot 36 \times 6$ cal.
যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$$\therefore \quad m_1 \times \cdot 54 \times 12 = m_2 \times \cdot 36 \times 6$$

$$\therefore \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{\cdot 36 \times 6}{\cdot 54 \times 12} = \frac{1}{3}$$

অর্থাৎ প্রথম ও দ্বিতীয় তরলের অনুপাত $= m_1 : m_2 = 1 : 3$

**3.** 40 গ্যালন জলকে 50°F থেকে 130°F গরম করতে কত কয়লা পোড়াতে হবে ? কয়লার তাপ উৎপাদন ক্ষমতা 8000 বৃটিশ থার্মাল একক প্রতি পাউণ্ডে এবং উৎপন্ন তাপের পঞ্চাশ শতাংশ মাত্র কাজে লাগে। [ How much coal is needed to heat 40 gallons of water from 50°F to 130°F ? Heat of combustion of the coal is 8000 B. Th. U. per lb. of which 50% is useful in heating water. 1 gallon of water = 10 lbs ].

জলের ভর = 40 gallon = 40 × 10 lb., উষ্ণতা বৃদ্ধি = 130 − 50 = 80°F
প্রয়োজনীয় তাপ = 40 × 10 × 80 B. Th. U. of heat.
প্রতি পাউণ্ড কয়লায় উৎপন্ন তাপ = 8000 B. Th. U.
50% তাপ নষ্ট হয়, স্মৃতরাং কার্যকরী তাপ $= 8000 \times \frac{50}{100} = 4000$ B.Th.U.

$$\therefore \quad \text{প্রয়োজনীয় কয়লা} = \frac{40 \times 10 \times 80}{4000} = 8 \text{ lbs.}$$

### 3·9. গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ ( Specific heat of gases ).

কঠিন ও তরল পদার্থের জন্য আপেক্ষিক তাপের যে সংজ্ঞা দেওয়া হয়েছে, সহজেই দেখা যায় যে গ্যাসীয় পদার্থের ক্ষেত্রে তা ঠিক প্রযোজ্য নয়। একটা বদ্ধপাত্রে কিছু

পরিমাণ গ্যাস রয়েছে। এখন যদি হঠাৎ চাপ বাড়িয়ে তার আয়তন সঙ্কুচিত করা হয়, তাহ'লে তার তাপমাত্রা বাড়বে। এক্ষেত্রে বাইরে থেকে কোন তাপ সরবরাহ ছাড়া-ই তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেয়েছে। সুতরাং পূর্বের সংজ্ঞা অনুযায়ী গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ হবে 'শূন্য', কারণ

$$\text{আপেক্ষিক তাপ} = \frac{\text{গৃহীত তাপ}}{\text{ভর} \times \text{তাপমাত্রা বৃদ্ধি}} = \frac{0}{\text{ভর} \times \text{তাপমাত্রা বৃদ্ধি}} = 0$$

আবার বদ্ধপাত্রে কিছু পরিমাণ গ্যাস নিয়ে হঠাৎ চাপ কমিয়ে যদি তার আয়তন প্রসারিত করা হয়, তাহলে তার তাপমাত্রা কমে যাবে। এখন বাইরে থেকে প্রয়োজন মত তাপ সরবরাহ ক'রে এই তাপমাত্রা হ্রাস বন্ধ করা যেতে পারে। এক্ষেত্রে বাইরে থেকে তাপ সরবরাহ করা হ'ল অথচ তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেল না। সুতরাং পূর্বের সংজ্ঞা অনুযায়ী গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ হবে 'অনন্ত', কারণ

$$\text{আপেক্ষিক তাপ} = \frac{\text{গৃহীত তাপ}}{\text{ভর} \times \text{তাপমাত্রা বৃদ্ধি}} = \frac{\text{গৃহীত তাপ}}{\text{ভর} \times 0} = \infty$$

সুতরাং গ্যাসের ক্ষেত্রে তাপের আদান-প্রদান, তার বাহ্যিক অবস্থা অর্থাৎ চাপ ও আয়তনের ওপর যথেষ্ট নির্ভর করে। একারণে গ্যাসের দুটি আপেক্ষিক তাপ রয়েছে, একটি স্থির চাপে এবং অপরটি স্থির আয়তনে।

চাপ অপরিবর্তিত রেখে এক গ্রাম গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে তাকে গ্যাসের **স্থির চাপে আপেক্ষিক তাপ** (specific heat at constant pressure) $C_p$ বলে।

আয়তন অপরিবর্তিত রেখে এক গ্রাম গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড বৃদ্ধি করতে যে তাপ লাগে তাকে গ্যাসের **স্থির আয়তনে আপেক্ষিক তাপ** (specific heat at constant volume) $C_v$ বলে।

এই দুই আপেক্ষিক তাপের অনুপাতকে $\gamma$ রাশি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। বিভিন্ন গ্যাসের ক্ষেত্রে $\gamma$ এর মান ভিন্ন ভিন্ন। গ্যাসের বাহ্যিক ব্যবহারে অনেক ক্ষেত্রেই দেখা যায় যে এই রাশিটির বিশেষ গুরুত্ব রয়েছে।

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

### 3.10. $C_p$ ও $C_v$ এর সম্পর্ক (Relation between $C_p$ and $C_v$).

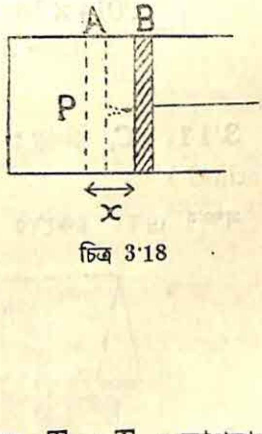
আমরা জানি যে কোন বস্তুকে তাপ দিলে তার অভ্যন্তরীণ কণাগুলির গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। স্থির চাপে কোন গ্যাসকে তাপ দিলে তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে তার

আয়তনও বৃদ্ধি পায়। এই আয়তন বৃদ্ধির জন্য যে ক্রিয়া সম্পাদিত হয় তার জন্য কিছু তাপের প্রয়োজন। সুতরাং এক্ষেত্রে গ্যাসকে যে তাপ প্রদান করা হয় তার এক অংশ অভ্যন্তরীণ কণাগুলির গতিশক্তি বৃদ্ধি করে এবং অপর অংশ বাহ্যিক ক্রিয়ার জন্য প্রয়োজনীয় শক্তি সরবরাহ করে। কিন্তু আয়তন অপরিবর্তিত রেখে তাপ দিলে সম্পূর্ণ তাপ-ই অভ্যন্তরীণ কণাগুলির গতিশক্তি বৃদ্ধি করতে অর্থাৎ তাপামাত্রা বৃদ্ধি করতে কাজে লাগে। সুতরাং স্থির আয়তনে তাপমাত্রা বৃদ্ধির চেয়ে স্থির চাপে তাপমাত্রা বৃদ্ধি করতে অধিক পরিমাণ তাপ প্রয়োজন হয়। অর্থাৎ $C_p > C_v$ এবং $C_p - C_v = 1$ gm. গ্যাসের তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধি করতে স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধির জন্য যে বাহ্যিক কার্য সম্পাদিত হয় তার জন্য প্রয়োজনীয় তাপ,

$$= \frac{W}{J},$$

W = কার্য ও J = তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংক।

তাপ প্রদানের ফলে আবদ্ধ গ্যাসের প্রসারণের জন্য পিস্টনটি যদি A থেকে B তে সরে যায় ( চিত্র 3·18 ), তাহ'লে স্থির চাপে গ্যাস কর্তৃক সম্পাদিত কার্য,



চিত্র 3·18

$$W = \text{বল} \times \text{সরণ}$$
$$= P \times \alpha \times x,$$

P = স্থির চাপ, $\alpha$ = পিস্টনের ক্ষেত্রফল, $x$ = সরণ

$$W = P \times (V_2 - V_1),$$

$$\alpha \times x = \text{আয়তন বৃদ্ধি} = V_2 - V_1$$

$$\text{কিন্তু, } PV_2 = \frac{R}{M} T_2 \text{ ও } PV_1 = \frac{R}{M} T_1$$

R = গ্রাম আণবিক গ্যাস ধ্রুবক, M = আণবিক গুরুত্ব, $T_2 - T_1$ = তাপমাত্রা বৃদ্ধি = 1°C.

$$\therefore \quad c_p - c_v = \frac{P(V_2 - V_1)}{J} = \frac{1}{J}\frac{R}{M}(T_2 - T_1) = \frac{R}{JM}$$

$$\text{বা} \quad Mc_p - Mc_v = \frac{R}{J} \text{ বা } C_p - C_v = \frac{R}{J} \; \ldots \; \ldots \; \ldots (6)$$

$C_p$ ও $C_v$ কে যথাক্রমে স্থির চাপে ও স্থির আয়তনে গ্যাসের **গ্রাম আণবিক আপেক্ষিক তাপ** ( gram molecular specific heat ) বলে।

গাণিতিক উদাহরণ—

প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় 1 লিটার হাইড্রোজেনের ভর 0·0896 গ্রাম। স্থির চাপে ও স্থির আয়তনে প্রতিগ্রাম হাইড্রোজেনের আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে 3·409 ও 2·411। তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংকের মান নির্ণয় কর। ($g=981$ cm/sec$^2$, পারদের ঘনত্ব $=13{\cdot}6$ gm/c.c.) [ One litre of hydrogen at N.T.P. weighs 0·0896 gm. The specific heat of hydrogen per gm. at constant pressure and volume are 3·409 and 2·411 respectively. Calculate the value of J. Given $g=981$ cm/sec$^2$ and density of mercury $=13{\cdot}6$ gm/c.c. ].

$$\text{আমরা জানি,}\quad J=\frac{P(V_2-V_1)}{C_p-C_v}$$

$C_p=3{\cdot}409$, $C_v=2{\cdot}411$, $P=76\times13{\cdot}6\times981=1{\cdot}014\times10^6$

$V_2-V_1=1^\circ$C তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে 1 gm $H_2$ এর আয়তন বৃদ্ধি

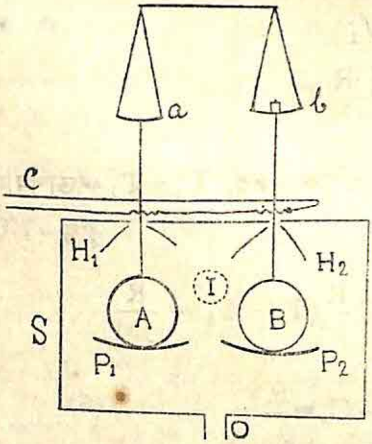
$$=\frac{1000}{{\cdot}0896}\times\frac{1}{273}\times1\text{ c c.}=40{\cdot}88\text{ c.c.}$$

$$J=\frac{1{\cdot}014\times10^6\times40{\cdot}88}{3{\cdot}409-2{\cdot}411}=\frac{1{\cdot}014\times40{\cdot}88}{{\cdot}998}\times10^6$$

$$=4{\cdot}154\times10^7\text{ ergs/cal.}$$

**3·11. $C_v$ নির্ণয় :** 'জলি'র পদ্ধতি ( Determination of $C_v$—Joly's method ).

সম্পূর্ণ একই রকমের দুটি তামার গোলক A ও B একটি তুলাযন্ত্রের দুটি পাল্লা a ও b হতে একটি বাষ্প প্রকোষ্ঠ S এর মধ্যে ঝুলিয়ে রাখা হয়েছে ( চিত্র—3·19)। বাষ্পের প্রবেশ ও নির্গমের জন্য বাষ্প-প্রকোষ্ঠে একটি আগম নল I ও একটি নির্গম নল O রয়েছে। বাষ্প-প্রকোষ্ঠে প্রবেশ পথের মুখে দুটি ঢাকনা $H_1$ ও $H_2$ এবং একটি তাপ উৎপাদনকারী তার C রয়েছে। তামার গোলক দুটিতে বাষ্প হতে ঘনীভূত জল ধ'রে রাখার জন্য গোলক দুটির নীচে দুটি পাত্র $P_1$ ও $P_2$ রয়েছে।




চিত্র 3·19

প্রথমে A গোলকটিকে পরীক্ষণীয় গ্যাসে ভর্তি ক'রে B গোলকটিকে শূন্য রেখে বাম পাল্লায় ওজন চাপিয়ে গ্যাসের ভর (M) দেখে নেওয়া হ'ল। ঘরের তাপমাত্রার ( t°C ) পাঠ নিয়ে বাষ্প-প্রকোষ্ঠের মধ্যে বাষ্প পাঠান হ'ল। গোলকদ্বয়ের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেয়ে বাষ্পের তাপমাত্রা 100°C পৌছাবে। এই তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ, কিছু পরিমাণ বাষ্প জলে পরিণত হ'য়ে যে তাপ বর্জন করবে তার থেকে পাওয়া যাবে। স্পষ্টতঃই আবদ্ধ গ্যাসের জন্য $P_1$ পাত্রে, $P_2$ পাত্রের চেয়ে কিছুটা বেশী জল সঞ্চিত হবে। বাম পাল্লায় ওজন চাপিয়ে এই অতিরিক্ত সঞ্চিত জলের পরিমাণ (m) দেখে নেওয়া হ'ল।

আবদ্ধ গ্যাস কর্তৃক গৃহীত তাপ $= MC_v\,(100-t)$ cal.

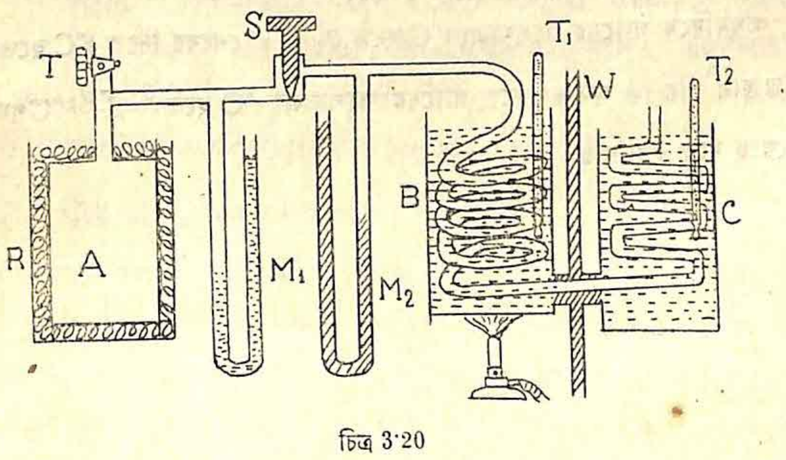
বাষ্প কর্তৃক বর্জিত তাপ $= mL$

এখন, $MC_v(100-t) = mL \quad \therefore \quad Cv = \dfrac{mL}{M(100-t)}$ ......(7)

B গোলকটি ভর্তি ক'রে ও A গোলকটিকে শূন্য রেখে ঠিক আগের মত পাঠ নিয়ে আর একবার $C_v$ নির্ণয় করা হ'ল। এই দুই মান হতে $C_v$ এর গড় মান নির্ণয় করতে হবে।

**3.12. $C_v$ নির্ণয়ঃ 'রেগোঁ'র পদ্ধতি** ( Determination of $C_v$—Regnault's method ).

একটি বড় ট্যাঙ্ক A এর মধ্যে অধিক চাপে পরীক্ষণীয় গ্যাসকে ভরে রাখা হয়েছে। এই গ্যাস B পাত্রে গরম তেলের মধ্যে নিমজ্জিত কুণ্ডলাকৃতি নলের মধ্যে




চিত্র 3·20

দিয়ে প্রবাহিত হ'য়ে স্থির চাপে ক্যালোরিমিটার C এর মধ্যে নিমজ্জিত কুণ্ডলাকৃতি নলের মধ্যে প্রবেশ করছে ( চিত্র 3·20 )। এই গরম গ্যাস ক্যালোরিমিটারের ঠাণ্ডা

জলের মধ্যে নিমজ্জিত নলের মধ্য দিয়ে কিছুক্ষণ যাবার ফলে ঐ জলের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় এবং এই গ্যাস নির্গত হবার সময় ঠাণ্ডা হয়ে ঐ একই তাপমাত্রায় পৌছায়। স্ক্রু-ভালভ্, S এর সাহায্যে ট্যাঙ্ক A হতে গ্যাস প্রবাহের হার নিয়ন্ত্রিত করা হয়। এবং ম্যানোমিটার $M_2$ এর সাহায্যে লক্ষ্য রাখা হয় যাতে এই প্রবাহিত গ্যাসের চাপ অপরিবর্তিত থাকে। থার্মোমিটার $T_1$ গরম গ্যাসের তাপমাত্রা ও থার্মোমিটার $T_2$ ক্যালোরিমিটার জলের তাপমাত্রা নির্দেশ করে। তাপ যাতে সরাসরি B পাত্র হ'তে ক্যালোরিমিটারে না যেতে পারে সেজন্য একটি কাঠের পর্দা W রাখা হয়েছে। ম্যানোমিটার $M_1$ ট্যাঙ্কের মধ্যস্থ গ্যাসের চাপ নির্দেশ করে। ট্যাঙ্কের মধ্যস্থ গ্যাসের তাপমাত্রা যাতে স্থির থাকে সেজন্য তাকে একটি বড় পাত্র R এর মধ্যে কোন অপরিবাহী পদার্থ দিয়ে ঘিরে রাখা হয়।

একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ ( M gm. ) গ্যাস স্থির চাপে ক্যালোরিমিটারের মধ্যস্থ কুণ্ডলীর মধ্যে দিয়ে পাঠালে, ধরা যাক, তাপমাত্রা $\theta_1$°C হতে বৃদ্ধি পেয়ে $\theta_2$°C হয়। ধরা যাক, গরম গ্যাসের তাপমাত্রা অর্থাৎ $T_1$ থার্মোমিটারের পাঠ t°C.

এক্ষেত্রে, ক্যালোরিমিটার ও জল কর্তৃক গৃহীত তাপ = স্থির চাপে গ্যাস কর্তৃক বর্জিত তাপ

$$(w+m)(\theta_2-\theta_1)=MC_p\left(t-\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right) \quad \cdots \quad \cdots \quad (8)$$

এখানে, w = ক্যালোরিমিটারের জলসম, m = ক্যালোরিমিটারে জলের ভর।
$C_p$ = স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ।

প্রথমদিকে গ্যাসের তাপমাত্রা t°C হতে $\theta_1$°C ও শেষের দিকে t°C হতে $\theta_2$°C পর্যন্ত হ্রাস পায়। অতএব গড়ে গ্যাসের তাপমাত্রা t°C হতে $\frac{\theta_1+\theta_2}{2}$°C পর্যন্ত হ্রাস পেয়েছে মনে করা যায়।

## চতুর্থ অধ্যায়

# অবস্থার পরিবর্তন ( Change of State )

### 4.1. গলন ও বাষ্পীভবন ( Melting and Vapourisation ).

তাপ প্রয়োগে পদার্থের অবস্থার পরিবর্তন ঘটে। এই পরিবর্তন দুই প্রকার :

(১) **গলন ও কঠিনীভবন**—তাপ প্রয়োগে পদার্থের কঠিন হতে তরলে রূপান্তরিত হওয়াকে **গলন** ( melting বা fusion ) বলে। এর বিপরীত প্রক্রিয়া অর্থাৎ তাপ নিষ্কাশনে পদার্থের তরল হতে কঠিনে রূপান্তরিত হওয়াকে **কঠিনীভবন** ( Solidification বা freezing ) বলে।

যে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন কঠিন পদার্থ তাপ প্রয়োগে গ'লে তরলে পরিণত হয় তাকে ঐ পদার্থের **গলনাঙ্ক** ( Melting Point ) বলে। যে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন তরল পদার্থ জমে কঠিনে পরিণত হয় তাকে ঐ পদার্থের **হিমাঙ্ক** (Freezing Point ) বলে। বরফের গলনাঙ্ক 0°C ও জলের হিমাঙ্ক-ও 0°C। যে তাপমাত্রায় তাপ প্রয়োগ করলে কঠিন তরলে রূপান্তরিত হয় সেই একই তাপমাত্রায় তাপ বার ক'রে নিলে তরল কঠিনে রূপান্তরিত হয়। অর্থাৎ সকল পদার্থের গলনাঙ্ক ও হিমাঙ্কের তাপমাত্রা একই।

(২) **বাষ্পীভবন ও ঘনীভবন**—তাপ প্রয়োগে পদার্থের তরল হতে গ্যাসীয় অবস্থায় রূপান্তরিত হওয়াকে **বাষ্পীভবন** (Vapourisation) বলে। এর বিপরীত প্রক্রিয়া অর্থাৎ তাপ নিষ্কাশনে পদার্থের গ্যাসীয় অবস্থা হতে তরলে রূপান্তরিত হওয়াকে **ঘনীভবন** ( Condensation বা Liquefaction ) বলে।

### 4.2. লীন তাপ ( Latent heat ).

যখন আমরা জলকে গরম করতে থাকি তার তাপমাত্রা বাড়তে থাকে কিন্তু 100°C তাপমাত্রায় পৌছালে যখন জল ফুটতে আরম্ভ করে তখন দেখা যায় তার তাপমাত্রা আর বাড়ছে না। অথচ আমরা আগের মতই জলকে গরম করে চলেছি। তাহ'লে এই তাপ কোথায় যাচ্ছে ? স্পষ্টই বোঝা যাচ্ছে যে জলকে বাষ্পে পরিণত করতে এই তাপের প্রয়োজন হচ্ছে। অর্থাৎ এই তাপ বাষ্পের মধ্যে লীন হয়ে রয়েছে। এখন বাষ্পকে পুনরায় জলে পরিবর্তিত করা হ'লে এই লীন-তাপ

বাষ্প হতে বেরিয়ে যাবে। অর্থাৎ বোঝা যাচ্ছে যে 100°C তাপমাত্রায় এক গ্রাম বাষ্পের মধ্যে ঐ একই তাপমাত্রায় এক গ্রাম জলের চেয়ে বেশী পরিমাণ তাপ রয়েছে।

ঠিক একই ভাবে কোন কঠিন পদার্থে তাপ প্রয়োগ করলে তার তাপমাত্রা বাড়তে থাকে কিন্তু তাপমাত্রা তার গলনাঙ্কে পৌছালে যখন কঠিন পদার্থটি গলতে আরম্ভ করে তখন দেখা যায় তার তাপমাত্রা আর বাড়ছে না। এই অবস্থায় যে তাপ দেওয়া হচ্ছে স্পষ্টই বোঝা যাচ্ছে যে কঠিনকে তরলে পরিণত করতে এই তাপের প্রয়োজন হচ্ছে। এই তাপকে বলে গলনের লীন-তাপ।

**কোন কঠিন পদার্থের এক গ্রাম ভরকে তার গলনাঙ্কে তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন না ক'রে কেবলমাত্র গলা'তে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ পদার্থের গলনের লীন-তাপ ( Latent heat of fusion ) বলে।** যেমন, বরফের গলনের লীন তাপ 80 Calories/gm. বলতে বোঝায় যে 0°C তাপমাত্রায় 1 gm. বরফকে 80 Calories তাপ দিলে ঐ বরফ গ'লে জলে পরিণত হয় এবং উৎপন্ন জলের তাপমাত্রা-ও 0°C থাকে।

**কোন তরল পদার্থের এক গ্রাম ভরকে তার স্ফুটনাঙ্কে তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন না ক'রে কেবলমাত্র গ্যাসীয় অবস্থায় রূপান্তরিত করতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ পদার্থের বাষ্পীভবনের লীন-তাপ ( Latent heat of vapourisation ) বলে।** যেমন জলের বাষ্পীভবনের লীন-তাপ 537 Calories/gm. বলতে বোঝায় যে 100°C তাপমাত্রায় 1 gm জলকে 537 Calories তাপ দিলে ঐ জল বাষ্পে পরিণত হয় এবং উৎপন্ন বাষ্পের তাপমাত্রা-ও 100°C থাকে।

## 4.3. লীন-তাপের পরিমাপ ( Measurement of Latent Heat ).

### (ক) বরফের গলনের লীন-তাপ নির্ণয় ঃ

একটি ক্যালোরিমিটারের খালি অবস্থায় ওজন নিয়ে তাতে প্রায় অর্ধেক পরিমাণ জল নিয়ে আবার ওজন করা হ'ল। একটি থার্মোমিটারের সাহায্যে এই জলের প্রাথমিক তাপমাত্রা দেখে, কয়েক টুকরা বরফ ব্লটিং কাগজে শুকনো ক'রে মুছে এই জলের মধ্যে ফেলে দেওয়া হ'ল। নাড়ানির সাহায্যে এই জল ভালভাবে নাড়াচাড়া ক'রে মিশ্রণের নিম্নতম তাপমাত্রা দেখে নেওয়া হ'ল। ক্যালোরিমিটারটি পুনরায় ওজন

করে তার থেকে আগের ওজন বিয়োগ করে বরফের ভর নির্ণয় করা হ'ল। এবার নিম্নরূপে বরফের গলনের লীন-তাপ গণনা করা যেতে পারে,

ধরা যাক, ক্যালোরিমটারের জলসম $= w$ gm.

জলের ভর $= m$ gm.

প্রাথমিক তাপমাত্রা $= t_1$°C

বরফের ভর $= M$ gm

বরফের গলনের লীন-তাপ $= L$ Cal./gm.

অন্তিম তাপমাত্রা $= t_2$°C

ক্যালোরিমিটার ও জল কর্তৃক বর্জিত তাপ $= w(t_1 - t_2) + m(t_1 \;\; t_2)$

$$= (w + m)(t_1 - t_2)$$

বরফ কর্তৃক গৃহীত তাপ $= ML + M(t_2 - 0) = ML + Mt_2$

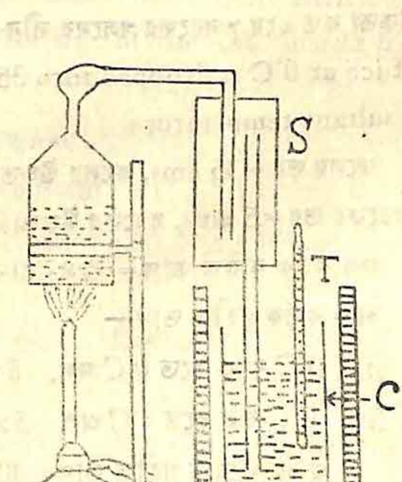
যেহেতু গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

$ML + Mt_2 = (w + m)(t_1 - t_2)$

$$\therefore \quad L = \frac{(w+m)(t_1 - t_2)}{M} - t_2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

### (খ) জলের বাষ্পীভবনের লীন-তাপ নির্ণয় ঃ

একটি ক্যালোরিমিটারের C খালি অবস্থায় ওজন নিয়ে তাতে প্রায় তিন চতুর্থাংশ পরিমাণ জল নিয়ে আবার ওজন করা হ'ল। একটি থার্মোমিটারের সাহায্যে এই জলের প্রাথমিক তাপমাত্রা দেখে, একটি 'বয়লার' থেকে কিছুক্ষণের জন্য এই জলের মধ্যে বাষ্প চালনা করা হ'ল। 'বয়লার' থেকে বাষ্পবাহী নলকে সরাসরি ক্যালোরিমিটারের জলের মধ্যে না ঢুকিয়ে তাকে একটি প্রতিষেধক প্রকোষ্ঠ (steam trap) S এর মধ্যে দিয়ে আনা হয় ( চিত্র—3.21 ) যাতে বাষ্পের সঙ্গে কোন জলীয় কণা ক্যালোরিমিটারের মধ্যে চলে যেতে না পারে। বাষ্প চালনা বন্ধ করার সঙ্গে সঙ্গে




চিত্র 3.21

নাড়ানির সাহায্যে জলকে ভালভাবে নাড়াচাড়া ক'রে নিয়ে মিশ্রণের সর্বোচ্চ তাপমাত্রা দেখে নেওয়া হ'ল। এবার নিম্নরূপে বাষ্পীভবনের লীন-তাপ গণনা করা যেতে পারে,

ধরা যাক, ক্যালোরিমিটারের জলসম $= w$ gm

জলের ভর $= m$ gm.

প্রাথমিক তাপমাত্রা $= t_1$°C

বাষ্পের ভর $= m$ gm,

বাষ্পীভবনের লীন-তাপ $= L$

অন্তিম তাপমাত্রা $= t_2$°C

ক্যালোরিমিটার ও জল কর্তৃক গৃহীত তাপ

$$= w(t_2 - t_1) + m(t_2 - t_1) = (w+m)(t_2 - t_1)$$

বাষ্প কর্তৃক বর্জিত তাপ $= ML + M(100 - t_2)$, বাষ্পের তাপমাত্রা $= 100$°C

যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$$ML + M(100 - t_2) = (w+m)(t_2 - t_1)$$

$$\therefore \quad L = \frac{(w+m)(t_2 - t_1)}{M} - (100 - t_2) \quad \cdots \quad \cdots \qquad (2)$$

**গাণিতিক উদাহরণ :**

1. 0°C উষ্ণতায় 5 গ্রাম বরফ 30°C উষ্ণতায় 35 গ্রাম জলে ফেললে মিশ্রণের উষ্ণতা কত হবে ? বরফের গলনের লীন-তাপ=80 ক্যালোরি প্রতি গ্রামে। [5 gms. of ice at 0°C is dropped into 35 gms of water at 30°C. Find the resultant temperature. ]

জলের ভর = 35 gms, জলের উষ্ণতা = 30°C,

বরফের ভর = 5 gms, বরফের উষ্ণতা = 0°C, মিশ্রণের উষ্ণতা = $t$°C ( মনে করি )

জল কর্তৃক বর্জিত তাপ $= 35 \times (30 - t)$ Cal.

বরফ কর্তৃক গৃহীত তাপ—

(i) 0°C বরফ হতে 0°C জল, $5 \times 80 = 400$ Cal.

(ii) 0°C জল হতে $t$°C জল, $5 \times (t - 0) = 5t$ Cal.

সুতরাং মোট গৃহীত তাপ $= 400 + 5t$

$\because$ গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ,

$$400 + 5t = 35(30 - t) = 1050 - 35t$$

বা $40t = 650 \qquad \therefore \; t = \frac{650}{40} = 16{\cdot}25$°C.

2. $-20^\circ C$ উষ্ণতায় 10 গ্রাম বরফকে কতটা তাপ দিলে $100^\circ C$ উষ্ণতায় বাষ্প পাওয়া যাবে? বরফের আপেক্ষিক তাপ $= \cdot 5$ ও লীন-তাপ $=80$ ক্যালোরি প্রতি গ্রামে এবং বাষ্পের লীন-তাপ $=540$ ক্যালোরি প্রতি গ্রামে। [Find the amount of heat required to convert 10 gms. of ice at $-20^\circ C$ to steam at $100^\circ C$ ].

প্রয়োজনীয় তাপ—

(i) $-20^\circ C$ বরফ হতে $0^\circ C$ বরফ, $10 \times \cdot 5 \times \{0-(-20)\} = 100$ cal

(ii) $0^\circ C$ বরফ হতে $0^\circ C$ জল, $10 \times 80 = 800$ cal.

(iii) $0^\circ C$ জল হতে $100^\circ C$ জল, $10 \times (100-0) = 1000$ cal.

(iv) $100^\circ C$ জল হতে $100^\circ C$ বাষ্প, $100 \times 540 = 54000$ cal.

$\therefore$ মোট প্রয়োজনীয় তাপ $= 100 + 800 + 1000 + 54000 = 55900$ cal.

3. $60^\circ C$ উষ্ণতায় 25 গ্রাম মোম একটি ক্যালোরিমিটারে $30^\circ C$ উষ্ণতায় 220 গ্রাম জলের মধ্যে ফেলা হ'ল। ক্যালোরিমিটারের জলসম 22·5 গ্রাম, বরফের গলনাঙ্ক $45^\circ C$, কঠিন ও তরল মোমের আঃ তাপ যথাক্রমে 0·3 ও 0·4, মোমের লীন-তাপ 40 ক্যালোরি প্রতি গ্রামে হ'লে, মিশ্রণের উষ্ণতা কত হবে? [25 gms. of wax at $60^\circ C$ is dropped into 220 gms. of water at $30^\circ C$. Find the temperature of the mixture. Sp. heats of solid and liquid wax are 0·3 and 0·4 respectively. Latent heat of wax $= 40$ cal/gm. Melting Point of wax $= 45^\circ C$ and water equivalent of the calorimeter is 22·5 gms. ]

জলের ভর $= 220$ gm, ক্যালোরিমিটারের জলসম $= 22 \cdot 5$ gm.

প্রাথমিক উষ্ণতা $= 30^\circ C$, মনে করি মিশ্রণের উষ্ণতা $= t^\circ C$

জল ও ক্যালোরিমিটার কর্তৃক গৃহীত তাপ $= (220 + 22 \cdot 5) \times (t - 30)$ cal.

বর্জিত তাপ—

(i) $60^\circ C$ কঠিন মোম হতে $45^\circ C$ কঠিন মোম, $25 \times \cdot 3 \times (60 - 45)$
$= 112 \cdot 5$ cal.

(ii) $45^\circ C$ কঠিন মোম হতে $45^\circ C$ তরল মোম, $25 \times 40 = 1000$ cal.

(iii) $45^\circ C$ তরল মোম হতে $t^\circ C$ তরল মোম, $25 \times \cdot 4 \times (45 - t)$
$= 10(45 - t)$ cal.

$\therefore$ মোট বর্জিত তাপ $= 112 \cdot 5 + 1000 + 10(45 - t)$ cal.

যেহেতু মোট গৃহীত তাপ = মোট বর্জিত তাপ

$242{\cdot}5(t-30) = 112{\cdot}5 + 1000 + 10(45-t)$

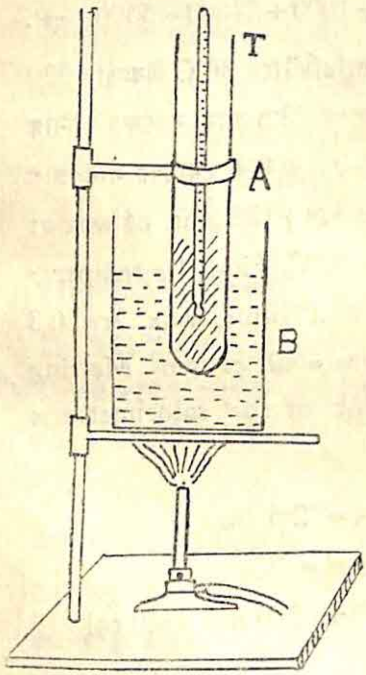
বা, $242{\cdot}5\,t - 7275 = 1112{\cdot}5 + 450 - 10t$

বা, $242{\cdot}5t + 10t = 1562{\cdot}5 + 7275$

বা, $252{\cdot}5t = 8837{\cdot}5 \quad \therefore\ t = \frac{8837{\cdot}5}{252{\cdot}5} = 35°C.$

## 4·4. গলনাঙ্ক বা হিমাঙ্ক নির্ণয় (Determination of Melting Point or Freezing Point).

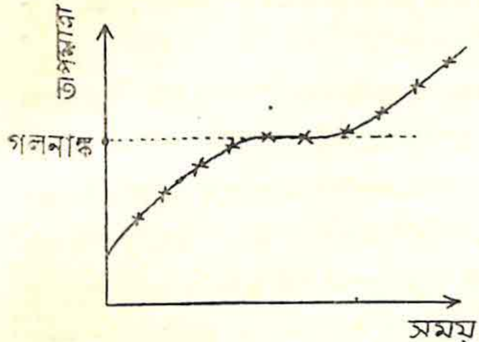
আমরা জানি যে কোন কঠিন পদার্থকে তাপ দিতে থাকলে প্রথমে তার তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং একটি বিশেষ তাপমাত্রায় পৌছালে যখন কঠিন পদার্থ তরলে রূপান্তরিত হতে থাকে সেই অবস্থায় তাপ দিতে থাকলে-ও তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় না, এই প্রদত্ত তাপ গলন প্রক্রিয়ার জন্য শক্তি যোগায়। এই বিশেষ তাপমাত্রাকে হিমাঙ্ক বা গলনাঙ্ক বলে। সম্পূর্ণ কঠিন পদার্থ তরলে রূপান্তরিত হবার পর আবার তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেতে আরম্ভ করে।



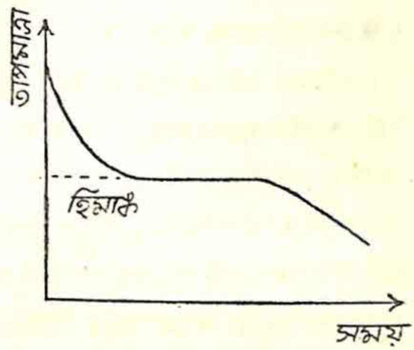

চিত্র 3·22

একটি পরখ নলে (A) কিছুটা কঠিন পদার্থ নিয়ে তাকে গরম ক'রে গলিয়ে তার মধ্যে একটি থার্মোমিটার T ঢুকিয়ে রাখা হয়েছে (চিত্র 3.22)। এই পরখনলটি একটি বীকারে (B) ডুবিয়ে রাখা হয়েছে। পদার্থ টির গলনাঙ্ক 100°C এর চেয়ে কম হলে এই বীকারে জল ব্যবহার করা যেতে পারে। একটি বুনসেন বাতির সাহায্যে এই জল গরম করলে নলের মধ্যে কঠিন পদার্থ টির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেতে থাকবে। একমিনিট বা আধমিনিট অন্তর এই থার্মোমিটারের পাঠ নিয়ে সময়ের সঙ্গে তাপমাত্রার একটি লেখচিত্র আঁকা হ'ল। এই লেখচিত্র হতে গলনাঙ্ক নির্ণয় করা যায়। যে তাপমাত্রা কিছু সময় ধরে স্থির রয়েছে, সহজেই

বোঝা যাচ্ছে যে সেটাই হ'ল গলনাঙ্ক ( চিত্র 3.23 )। বিকল্পে উপরোক্ত গলিত তরল পদার্থটিকে যদি ধীরে ধীরে ঠাণ্ডা হতে দেওয়া হয় এবং এক বা আধমিনিট পরে পরে আবার ঐ থার্মোমিটারের পাঠ নিয়ে সময়ের সঙ্গে তাপমাত্রার একটি লেখচিত্র




চিত্র 3.23




চিত্র 3.24

আঁকা হয় তাহলে দেখা যাবে যে তাপমাত্রা প্রথমে কমছে কিন্তু হিমাঙ্কে পৌঁছে কিছুক্ষণ স্থির থাকছে এবং পরে আবার কমছে ( চিত্র 3.24 )। দেখা যাবে যে হিমাঙ্ক ও গলনাঙ্ক একই তাপমাত্রা নির্দেশ করে।

**4·5. গলনাঙ্কের ওপর চাপের প্রভাব** ( Effect of Pressure on Melting Point ).

আমরা অনুমান করি যে যেহেতু সাধারণভাবে তরলের অণুদের পারস্পরিক দূরত্ব কঠিন পদার্থের চেয়ে কিছু বেশী, সেজন্য গলনের ফলে আয়তনের কিছু বৃদ্ধি হওয়া উচিত। বস্তুতঃ অধিকতর ক্ষেত্রেই এরূপ হয়। এরূপ ক্ষেত্রে গলনের সময় যদি কঠিন বস্তুর ওপর বাহ্য চাপ বাড়িয়ে দেওয়া হয় তাহলে স্পষ্টতঃই কঠিন পদার্থের অণুগুলিকে পরস্পর থেকে দূরে সরিয়ে দেওয়ার প্রচেষ্টা আরও কষ্টসাধ্য হবে এবং ফলতঃ তাপমাত্রা আরও বেশী না বাড়ালে গলন আরম্ভ হতে পারবে না। অর্থাৎ চাপবৃদ্ধি করলে গলনাঙ্ক বৃদ্ধি পায়।

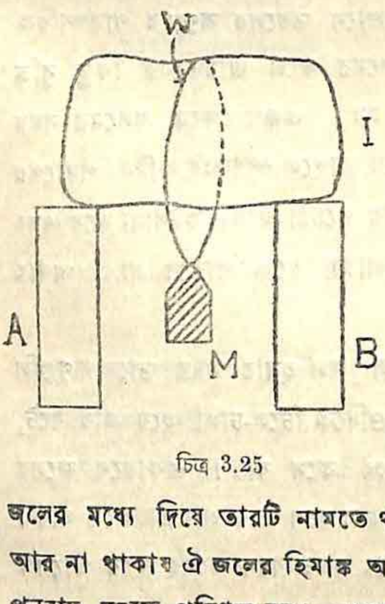
জলের ব্যবহার কিন্তু বিচিত্র। বরফ গ'লে জল হবার সময় তার অণুগুলি পরস্পরের আকর্ষণ হতে বিচ্ছিন্ন হয়ে এদিক-ওদিকে ঢিলে-ঢালা হয়ে যায় বটে, কিন্তু তাদের পারস্পরিক দূরত্ব বেড়ে না গিয়ে বরং কমে যায়। একারণে জলের আয়তন বরফের চেয়ে কম অর্থাৎ বরফ গ'লে জল হলে তার আয়তন কমে যায়। সুতরাং বরফের ঘনত্ব জলের ঘনত্বের চেয়ে কম এবং এজন্য বরফ জলের ওপর ভাসে। বরফগলনের সময় এই বিপরীত ব্যবহারের ফলে বরফের গলনাঙ্কের ওপর চাপের

প্রভাব-ও বিপরীত। অর্থাৎ চাপবৃদ্ধি করলে, বরফের গলনাঙ্ক কমে যায়। জলের মত তরল হতে কঠিন হলে আয়তন বাড়ে এরূপ অল্প কয়েকটি পদার্থ আছে। ঢালাই লোহা জমলে আয়তন বাড়ে। বিসমাথ ধাতুও এরূপ। তামা ও সীসার সংকর-ধাতু 'টাইপমেটাল'-ও তরল হতে কঠিন হলে আয়তনে বাড়ে। এদের ক্ষেত্রে চাপ-বৃদ্ধি করলে গলনাঙ্ক কমে যায়।

বরফের এই বৈশিষ্ট্যের ফলে দুটুকরা বরফ নিয়ে চেপে ধরে ছেড়ে দিলে দেখা যায় যে তারা জুড়ে গেছে। তার কারণ চাপের ফলে টুকরা দুটির স্পর্শতল বরাবর বরফের গলনাঙ্ক 0°C এর চেয়ে কমে যাওয়ায় সেখানকার বরফ গ'লে জলে পরিণত হয়। কিন্তু চাপ সরিয়ে নিলে গলনাঙ্ক বা হিমাঙ্ক পুনরায় 0°C হওয়াতে সেই জল আবার জ'মে বরফে পরিণত হয় এবং তার ফলে টুকরা দুটি জুড়ে যায়। **বরফের ওপর চাপবৃদ্ধি ক'রে তার গলনাঙ্ক কমিয়ে দিয়ে তাকে গলান এবং পরে চাপ কমিয়ে তার হিমাঙ্ক বাড়িয়ে পুনরায় তার কঠিনীভবন করাকে পুনঃশিলীভবন** ( regelation ) **বলে।**

**বটম্‌'লের পরীক্ষা** ( Bottomley's experiment ) :

একটি বরফের চাঁইকে ( I ) দুটি কাঠের ব্লকের ( A ও B ) ওপর রেখে তার মাঝখানে একটি পাতলা তারের লুপ ( W ) থেকে একটি ভারী ওজন M ঝুলিয়ে দেওয়া হয়েছে ( চিত্র 3.25 )। এখন দেখা যাবে যে তারটি আস্তে আস্তে নীচে নেমে যাচ্ছে যেন সে বরফকে কেটে দিচ্ছে। কিন্তু শেষে যখন তারটি সম্পূর্ণ বরফের চাঁইটির মধ্যে দিয়ে গ'লে নীচে পড়ে গেল তখনও দেখা যাবে যে বরফের চাঁইটি অক্ষত রয়ে গেছে। এর কারণ হ'ল এই যে, তারটির ঠিক নীচের অংশের বরফের গলনাঙ্ক তারের চাপে কমে যায়। ঐ অংশের বরফের গলনাঙ্ক 0°C অপেক্ষা কম কিন্তু তার চারিপাশের তাপমাত্রা 0 C সুতরাং তারটির ঠিক নীচের বরফ গলে যায়। এই জলের মধ্যে দিয়ে তারটি নামতে থাকে। তারের ওপরে জলে এই অতিরিক্ত চাপ আর না থাকায় ঐ জলের হিমাঙ্ক আবার 0°C হয়ে যায় এবং তার ফলে ঐ জল পুনরায় বরফে পরিণত হয়। এভাবে তারটি বরফের চাঁই কেটে নীচে চলে গেলেও



চিত্র 3.25

বরফ আগের মত অক্ষত থেকে যায়। এটি পুনঃশিলীভবনের আর একটি উদাহরণ।

**4·6. বাষ্পায়ন ও স্ফুটন ( Evaporation and boiling ) ঃ**

কোন পদার্থের তরল অবস্থায় অণুগুলির মধ্যে যে পারস্পরিক দূরত্ব, গ্যাসীয় অবস্থায় সেই পারস্পরিক দূরত্ব বহুগুণ বেশী। এইজন্যই বাষ্পের আয়তন তরলের চেয়ে অনেক বেশী। তরল পদার্থের গ্যাসীয় অবস্থায় পরিণত হওয়াকে বাষ্পীভবন বলে। তরল দুটি ভিন্ন উপায়ে বাষ্পে রূপান্তরিত হতে পারে—বাষ্পায়ন (evaporation) ও স্ফুটন (boiling)।

একটি তরলপৃষ্ঠের উপর থেকে সর্বদাই কিছু সংখ্যক অণু লাফিয়ে উপরে উঠে যেতে থাকে। তাদের মধ্যে অনেকে আবার উপরের বাতাসের অণুদের সঙ্গে ঠোকাঠুকি লেগে তরলপৃষ্ঠের উপরেই ফিরে আসে। কিন্তু কিছু অণু তরলের বাইরে বায়ুর মধ্যে স্বচ্ছন্দে বিচরণ করতে থাকে। এই বিচরণশীল অণুগুলির সমষ্টিই হ'ল পদার্থটির বাষ্পীয় রূপ। এভাবে সর্বক্ষণই কিছু কিছু তরল বাষ্পে পরিণত হতে থাকে। সব তাপমাত্রাতেই এটি ঘটতে থাকে। এই প্রক্রিয়াকে বাষ্পায়ন বলে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে বাষ্পায়নের হার বৃদ্ধি পায়।

কোন তরল পদার্থকে গরম করা হ'লে তার তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং তাপমাত্রা যত বৃদ্ধি পায় বাষ্পায়নের হার-ও তত বৃদ্ধি পেতে থাকে। কিন্তু একটি বিশেষ তাপমাত্রায় পৌঁছালে একযোগে সমস্ত তরল পদার্থটি বাষ্পে রূপান্তরিত হতে আরম্ভ করে। এই অবস্থায় যত তাপ দেওয়া হয় সবটাই বাষ্পীভবনের কাজে লেগে যায়, সুতরাং তাপমাত্রা আর বাড়ে না। এই প্রক্রিয়াকে তরলের স্ফুটন বলে। স্ফুটনের সময় বাষ্পের চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান হয়। তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে বাষ্পায়নের হার বৃদ্ধি পাওয়ায় নির্গত বাষ্পের চাপও ক্রমশ বৃদ্ধি পায় এবং এই চাপ যখন তরলের ওপরের চাপের সমান হয় তখন স্ফুটন আরম্ভ হয়। তরলের ওপরের চাপবৃদ্ধি করলে বেশী তাপমাত্রায় এবং চাপ হ্রাস করলে কম তাপমাত্রায় এই স্ফুটন-ক্রিয়া সংঘটিত হয়। প্রমাণ বায়ুমণ্ডলের চাপে যে তাপমাত্রায় তরল ফুটতে থাকে তাকে প্রমাণ স্ফুটনাঙ্ক (normal boiling point) বলে।

**স্ফুটন ও বাষ্পায়নের তুলনা ঃ**

(১) স্ফুটন ও বাষ্পায়ন উভয়ক্ষেত্রেই একটি পদার্থ তরল অবস্থা থেকে গ্যাসীয় অবস্থায় রূপান্তরিত হয় এবং উভয়ক্ষেত্রেই এই অবস্থার পরিবর্তনের জন্য লীন-তাপের প্রয়োজন হয়।

(২) স্ফুটন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নিষ্পন্ন হয় কিন্তু বাষ্পায়ন সকল তাপমাত্রাতেই হয়।

(৩) স্ফুটনে বাষ্পীভবনের হার অতিদ্রুত কিন্তু বাষ্পায়নে এই হার অতিমন্থর।

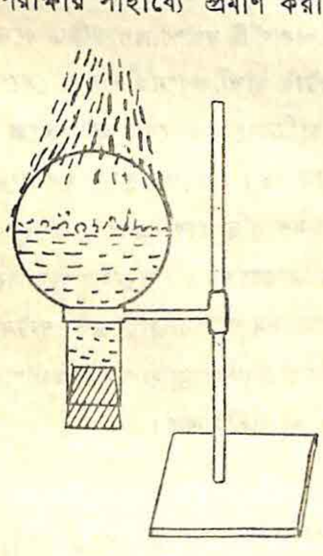
(৪) স্ফুটনে তরলের মধ্যে সকল অংশ থেকে বাষ্পীভবন হতে থাকে কিন্তু বাষ্পায়নে কেবলমাত্র তরলের পৃষ্ঠতল হতে বাষ্পীভবন হয়।

**4·7 স্ফুটনাঙ্কের ওপর চাপের প্রভাব** (Effect of pressure on boiling point).

গ্যাসীয় অবস্থায় অণুগুলির মধ্যে পারস্পরিক দূরত্ব, তরল অবস্থায় সেই পারস্পরিক দূরত্বের চেয়ে অনেক বেশী। সুতরাং বাষ্পীভবনের সময় তরলের ওপর বাহ্য চাপ যদি বাড়িয়ে দেওয়া হয় তাহলে স্বভাবতঃই তরল পদার্থের অণুগুলিকে পরস্পর থেকে দূরে সরিয়ে দেওয়ার প্রচেষ্টা বাধাপ্রাপ্ত হবে এবং ফলতঃ তাপমাত্রা আরও বেশী না বাড়ালে স্ফুটন আরম্ভ হয় না। আবার তরল হতে নির্গত বাষ্পের চাপ তরলের ওপরের চাপের সমান হ'লে তখনই স্ফুটন আরম্ভ হয়। সুতরাং তরলের ওপরের চাপ বাড়ালে, বাষ্পীভবনের হার-ও অনুরূপ বৃদ্ধি না পেলে স্ফুটন আরম্ভ হবে না এবং সেজন্য তাপমাত্রা আরও বাড়াতে হবে। সুতরাং চাপ বাড়ালে স্ফুটনাঙ্ক বাড়ে এবং একই কারণে চাপ কমালে স্ফুটনাঙ্ক কমে।

ফ্রাঙ্কলিনের পরীক্ষা ( Franklin's experiment ):

জলকে যে 100°C এর চেয়ে কম তাপমাত্রায় ফুটান যেতে পারে তা এই সহজ পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করা যায়। একটি কাচের ফ্লাস্কে অর্ধেক জলভর্তি করে কিছুক্ষণ এমনভাবে ফুটান হ'ল যাতে ভিতরে সব বায়ু বাষ্পের সঙ্গে বেরিয়ে যায়। এবার ফ্লাস্কের মুখে একটি রবারের কর্ক এঁটে ফ্লাস্কটিকে উল্টে রেখে তার ওপর জল ঢাললে দেখা যাবে যে ভিতরের জল আবার ফুটতে শুরু করেছে ( চিত্র 3.26 )। জল ঢেলে ঠাণ্ডা করলে ভিতরের কিছু জলীয় বাষ্প জলে পরিণত হয় এবং ফলে ভিতরের চাপ কমে যায়। কম চাপে জলের স্ফুটনাঙ্ক কমে, সেকারণে অপেক্ষাকৃত ঠাণ্ডা অবস্থায় জল ফুটতে আরম্ভ করে।



চিত্র 3.26

প্রমাণ বায়ুমণ্ডলের চাপে অর্থাৎ 76 সেন্টিমিটার পারদের সমান চাপে জলের স্ফুটনাঙ্ক 100°C। মোটামুটি 2·65 সে. মি. পারদের সমান চাপ কমালে বা বাড়ালে জলের স্ফুটনাঙ্ক 1°C কমে বা বাড়ে। সমুদ্রপৃষ্ঠের সমতলে

যে তাপমাত্রায় জল ফোটে পাহাড়ের ওপরে বায়ুর চাপ কম, সেকারণে জল আরও কম তাপমাত্রায় ফোটে। মোটামুটিভাবে বলা যায় যে, প্রতি এক হাজার ফুট ওপরে উঠলে জলের স্ফুটনাঙ্ক 1°C হারে কমে।

ফুটন্ত জলের তাপমাত্রা কম হলে রান্নার দেরী হয়। সেকারণে কলকাতার চেয়ে দার্জিলিং-এ চাল বা অন্য কিছু সিদ্ধ হতে বেশী সময় লাগে। আজকাল রান্নার জন্য যে 'প্রেসার কুকার' ব্যবহার করা হয় তাতে চাপবৃদ্ধি ক'রে জলের স্ফুটনাঙ্ক বাড়িয়ে দেওয়ার ব্যবস্থা থাকে। 'প্রেসার কুকার' একটি বদ্ধ শক্ত ধাতব পাত্র এবং তার ঢাকনাটি ভালভাবে আঁটা থাকে যাতে ভিতর থেকে বাষ্প বাইরে বেরিয়ে আসতে পারে না। এর ফলে ভিতরে চাপ ক্রমশঃই বেড়ে যেতে থাকে এবং সেকারণে জলের স্ফুটনের তাপমাত্রা 100°C না হ'য়ে তার চেয়ে অনেক বেশী হয়। সুতরাং অধিক তাপমাত্রায় তরিতরকারী, মাংস ইত্যাদি খুব তাড়াতাড়ি সুসিদ্ধ হয়ে যায়। চাপ যাতে অত্যধিক বেড়ে যেতে না পারে সেজন্য কুকারের ওপর একটি ভাল্ভ ( valve ) লাগানো থাকে, এর চাপ ইচ্ছামত কমবেশী করা যায়।

এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে বিশুদ্ধ জল অপেক্ষা জলীয় দ্রবণের স্ফুটনাঙ্ক বেশী অর্থাৎ জলে কিছুটা লবণ ফেলে দিলে সেই জলের স্ফুটনাঙ্ক 100°C এর চেয়ে বেশী হবে।

### 4·8. বাষ্পায়নে শৈত্যের সঞ্চার (Cold produced by evaporation).

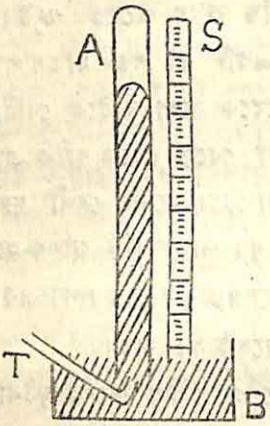
লীন-তাপ না পেলে তরল বাষ্প হতে পারে না। সেজন্য কোন তরল যখন বাষ্পীভূত হয় তখন প্রয়োজনীয় তাপ বাইরে থেকে না পেলে উহা নিজের দেহ ও পারিপার্শ্বিক বস্তু হতে সেই তাপ সংগ্রহ করে। ফলে এটি শীতল হয়।

হাতের ওপর খানিকটা স্পিরিট ঢাললে উহা তাড়াতাড়ি বাষ্পীভূত হয়ে যায় এবং সেই স্থান খুব শীতল বোধ হয়। বাষ্পীভবনের জন্য প্রয়োজনীয় লীন তাপ হাত হতে সংগ্রহ ক'রে নেয়, সেকারণে এই ঠাণ্ডার অনুভূতি হয়। গায়ে জল দিয়ে পাখার বাতাস করলে দ্রুত বাষ্পীভবনের জন্য শরীর শীতল হয়।

মাটির কলসীর জল ঠাণ্ডা থাকে তার কারণ, মাটির কলসীর গায়ে যে অসংখ্য ছোট ছোট ছিদ্র থাকে তার থেকে জল বাইরে বেরিয়ে আসে এবং বাষ্পীভূত হয়। এই বাষ্পীভবনের জন্য প্রয়োজনীয় লীন-তাপ ভিতরের জল হতে সংগৃহীত হয়, সেকারণে ভিতরের জল ঠাণ্ডা হয়। পিতলের বা কাচের কলসীতে ছিদ্র থাকে না, সেকারণে এরূপভাবে জল বাষ্পীভূত হতে পারে না। সেজন্য গরমের দিনে পিতলের বা কাচের কলসীর জল ঠাণ্ডা হয় না।

**4·9. সম্পৃক্ত ও অসম্পৃক্ত বাষ্প** ( Saturated and Unsaturated vapour ).

সাধারণ ব্যারোমিটারের মত প্রায় এক মিটার লম্বা একটা পারদপূর্ণ কাচের নল A, B পাত্রে পারদের ওপর উল্টাভাবে রাখা হয়েছে ( চিত্র 3·27 )। এই অবস্থায় পারদস্তম্ভের দৈর্ঘ্য বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্দেশ করছে এবং পারদের উপরের স্থানটি শূন্য রয়েছে। এখন যদি একটি সরু বাঁকা কাচনল T-এর সাহায্যে A নলের মধ্যে এক ফোঁটা জল ঢুকিয়ে দেওয়া হয়, তাহলে জলের ফোঁটাটি পারদ-তলের ওপর ভেসে উঠবে। অল্প সময়ের মধ্যেই এই জল বাষ্পীভূত হয়ে যাবে এবং তার ফলে দেখা যাবে যে A নলে পারদতল কিছুটা নেমে গেছে। এই তল যতটা নেমেছে, স্কেল S-এর সাহায্যে তার পাঠ নেওয়া যায় এবং এটাই হ'ল এই অবস্থায় জলীয় বাষ্পের চাপ। এভাবে যদি আর এক ফোঁটা জল ঢুকিয়ে দেওয়া হয় তাহলে দেখা যাবে যে পারদতল আরও কিছুটা নেমে এসেছে। অর্থাৎ বাষ্পের চাপ আরও বেড়ে গেছে। এরূপ করতে করতে দেখা যাবে যে আর জল ঢোকালে তা বাষ্পীভূত হচ্ছে না। এই জল পারদতলের ওপর তরল অবস্থায় থেকে যাবে। অর্থাৎ এই অবস্থায় পারদের ওপরের শূন্যস্থানটি আর জলীয় বাষ্প ধারণ করতে পারে না, স্থানটি বাষ্প-দ্বারা সম্পৃক্ত হয়ে রয়েছে। **কোন স্থান সর্বোচ্চ যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে যদি সেস্থানে সেই পরিমাণ বাষ্প থাকে তাহলে তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প** ( Saturated vapour ) বলে। যদি কোন স্থান সর্বোচ্চ যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে সেস্থানে তার চেয়ে কম পরিমাণ বাষ্প থাকে তাহলে সেই বাষ্পকে **অসম্পৃক্ত বাষ্প** ( Unsaturated vapour ) বলে।



চিত্র 3·27

এখন যদি A নলের উপরের স্থানটিকে গরম করা হয় তাহলে দেখা যাবে যে সেখানে আরও কিছু বাষ্প স্থান পেতে পারে। অর্থাৎ কোন স্থান সর্বোচ্চ কি পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে তা উষ্ণতার ওপর নির্ভর করে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে জলীয় বাষ্প ধারণ ক্ষমতা বৃদ্ধি পায়।

উপরের পরীক্ষা হতে দেখা যায় যে অসম্পৃক্ত বাষ্প অপেক্ষা সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ বেশী এবং কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বাষ্পের চাপ সম্পৃক্ত বাষ্পের ক্ষেত্রেই সর্বাধিক।

এই চাপকে **সম্পৃক্ত বাষ্পীয় চাপ** ( Saturated vapour pressure ) বলে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপও বৃদ্ধি পায়। প্রত্যেক তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট সম্পৃক্ত বাষ্পীয় চাপ রয়েছে। বৈজ্ঞানিক 'রেনো' ( Regnault ) বিভিন্ন তাপমাত্রায় জলের সম্পৃক্ত বাষ্পীয় চাপ পরীক্ষার দ্বারা পরিমাপ করেন। রেনোর সারণী হতে আমরা সরাসরি যে কোনও তপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পীয় চাপ কত তা জানতে পারি। 100°C তাপমাত্রায় স. বা. চা. (S.V.P.) 76 সে.মি. পারদের সমান। কিন্তু এই পরিমাণ বায়ুমণ্ডলের চাপে জল 100°C তাপমাত্রার ফুটতে থাকে। সুতরাং যে বাহ্যিক চাপে যত তাপমাত্রায় জল ফুটতে থাকে, সেই তাপমাত্রায় সেই চাপ-ই হ'ল স.বা.চা.।

**4.10. বাষ্পের চাপের ওপর তাপমাত্রা ও আয়তন পরিবর্তনের প্রভাব** ( Effect of change of temperature and volume on vapour pressure ).

(A) **আয়তন স্থির রেখে তাপমাত্রা পরিবর্তনের প্রভাব—**

(3·27) নং চিত্রে A নলে পারদ তলের ওপর কয়েক ফোঁটা জল পাঠালে দেখা যায় যে কিছুটা জল বাষ্পীভূত হয়েছে ও বাকী জল তরল অবস্থায় রয়েছে এবং পারদতল কিছুটা নেমে গেছে। পারদতল যতটা নেমে গেছে সেটাই হল এই সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ এবং পাশের স্কেল S হতে এই চাপ নির্ণয় করা যেতে পারে। এখন এই নলের উপরের অংশের তাপমাত্রা ক্রমশঃ বৃদ্ধি করলে দেখা যাবে যে আরও জল বাষ্পীভূত হয়েছে এবং পারদতল আরও নেমে গেছে। যতক্ষণ পর্যন্ত কিছুটা জল পারদের ওপর রয়েছে, বুঝতে পারা যায় যে বাষ্প সম্পৃক্ত রয়েছে। এই অবস্থায় বাষ্পের চাপ তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে দ্রুত বৃদ্ধি পেতে থাকে। যদি তাপমাত্রা আরও বৃদ্ধি করা হয় যাতে পারদতলের ওপর জল সম্পূর্ণরূপে বাষ্পীভূত হয়ে যায়, তখন আর বাষ্প সম্পৃক্ত থাকবে না। এই অবস্থায় দেখা যায় যে, তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে বাষ্পের চাপ আর আগের মত দ্রুত হারে বৃদ্ধি পায় না। তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে এই অসম্পৃক্ত বাষ্পের চাপের পরিবর্তন, আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য 'চাপের সূত্র' মোটামুটিভাবে মেনে চলে।

অনুরূপে ভাবে অসম্পৃক্ত বাষ্পের তাপমাত্রা ক্রমশঃ কমাতে থাকলে দেখা যাবে যে, প্রথমে চাপ 'চাপের সূত্র' অনুসারে অপেক্ষাকৃত ধীরে ধীরে কমতে থাকবে। তারপর বাষ্প সম্পৃক্ত হয়ে পড়লে, তাপমাত্রা আরও কমালে কিছু বাষ্প ঘনীভূত হবে এবং চাপ দ্রুত হারে কমতে থাকবে।

সুতরাং তাপমাত্রার পরিবর্তনের সঙ্গে অসম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ 'চাপের সূত্র' মেনে চলে কিন্তু সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ 'চাপের সূত্র' মানে না।

(B) **তাপমাত্রা স্থির রেখে আয়তন পরিবর্তনের প্রভাব—**

(3·27) নং চিত্রে A নলে পারদের মধ্যে কিছুটা জল ঢোকান হ'ল যাতে বাষ্পীভূত হবার পরেও কিছুটা জল পারদতলের ওপর থেকে যায়। পারদতল S স্কেলে আগের অবস্থান থেকে কতটা নেমে গেছে তাহাই এই সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ নির্দেশ করে। এখন A নলটিকে B পাত্রে পারদের মধ্যে কিছুটা ঢোকালে পারদের ওপরের বাষ্পের আয়তন কিছুটা কমবে। এর ফলে কিছুটা বাষ্প ঘনীভূত হবে, কিন্তু S স্কেলে পারদের অবস্থান পরিবর্তিত হবে না। অর্থাৎ আয়তন কমলেও সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ পরিবর্তিত হয় না। অনুরূপভাবে A নলটির নিম্নপ্রান্ত পারদের মধ্যে রেখে যদি নলটিকে কিছুটা ওপরে তোলা হয় তাহলে বাষ্পের আয়তন কিছুটা বৃদ্ধি পাবে। এর ফলে আরও কিছুটা জল বাষ্পীভূত হবে যাতে স্থানটুকু বাষ্প দ্বারা আবার সম্পৃক্ত হয়। কিন্তু দেখা যাবে যে S স্কেলে পারদতলের অবস্থানের পরিবর্তন হয় না অর্থাৎ আয়তন বৃদ্ধি পেলেও সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ পরিবর্তিত হয় না। এভাবে A নলটিকে ক্রমশঃ ওপরে তুললে যখন সম্পূর্ণ জলটুকু বাষ্পীভূত হয়ে যাবে তখন বাষ্প অসম্পৃক্ত হয়ে পড়বে। এ অবস্থায় বাষ্পের আয়তন আরও বৃদ্ধি করলে দেখা যাবে যে নলের মধ্যে পারদের তল কিছুটা উপরে উঠেছে অর্থাৎ বাষ্পের চাপ কমেছে। স্থির তাপমাত্রায় আয়তন বৃদ্ধির সঙ্গে অসম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ 'বয়েলের সূত্র' অনুসারে কমতে থাকে। অপরপক্ষে স্থির তাপমাত্রায় অসম্পৃক্ত বাষ্পের আয়তন কমালে তার চাপ 'বয়েলের সূত্র' অনুসারে বৃদ্ধি পেতে থাকে। এই চাপ সেই তাপমাত্রার নির্দিষ্ট সম্পৃক্ত বাষ্পীয় চাপের সমান হ'লে, আয়তন কমালে আর চাপ বৃদ্ধি হবে না। কেবল কিছু পরিমাণ বাষ্প ঘনীভূত হয়ে তরলে পরিণত হবে।

সুতরাং স্থির তাপমাত্রায় আয়তন পরিবর্তন করলে অসম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ 'বয়েলের সূত্র' অনুসারে পরিবর্তিত হবে ,কিন্তু সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ পরিবর্তিত হবে না।

## 4·11. বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প ও তার পরিমাপ ( Hygrometry ).

পুকুর, নদী, সমুদ্র হ'তে সব সময় জলীয় বাষ্প উঠে বায়ুমণ্ডলে মিশে যাচ্ছে। নাইট্রোজেন ও অক্সিজেনের তুলনায় বায়ুমণ্ডলে এই জলীয় বাষ্পের পরিমাণ অনেক কম হলেও এই জলীয় বাষ্পের পরিমাণের ওপর স্থানীয় আবহাওয়া অনেকাংশে

নির্ভর করে। বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প জ'মে জল হওয়ার ফল হ'ল মেঘ, কুয়াসা, শিশির প্রভৃতি।

সাধারণতঃ বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাতে বায়ু সম্পৃক্ত হয় না। যদি কোন স্থানের বায়ু ঠাণ্ডা হতে থাকে তাহলে, সেখানে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ ও চাপ অপরিবর্তিত থাকলেও বায়ু ঠাণ্ডা হওয়ার জন্য বাষ্প ক্রমশই সম্পৃক্ত অবস্থার দিকে যায়। একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় পৌছালে বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে তাতেই ঐ স্থানের বাষ্প সম্পৃক্ত হয় এবং এরপর বায়ু যদি আরও ঠাণ্ডা হয় তাহলে অতিরিক্ত বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশিরবিন্দু রূপে দেখা দেয়। যে তাপমাত্রায় কোনস্থানে বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প রয়েছে তাতেই স্থানটি সম্পৃক্ত হয়ে পড়ে তাকে শিশিরাঙ্ক ( Dew point ) বলে। কোন স্থানের বায়ুর উষ্ণতা 25°C এবং শিশিরাঙ্ক 18°C বলতে বুঝায় যে বায়ুতে যে-পরিমাণ জলীয় বাষ্প রয়েছে তাতে 25°C উষ্ণতায় বায়ু অসম্পৃক্ত কিন্তু উষ্ণতা কমিয়ে 18°C করলে ঐ জলীয় বাষ্প দ্বারাই বায়ু সম্পৃক্ত হবে। স্থান, কাল ভেদে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ স্থির থাকে না সেজন্য শিশিরাঙ্কেরও পরিবর্তন হয়। কোন স্থানে কোন সময়ে বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প রয়েছে তার চাপ, ঐ স্থানের শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পীয় চাপের সমান। 'রেনো'র সারণী হতে বিভিন্ন তাপমাত্রায় স. বা. চা. কত হবে, জানা যায়। সুতরাং কোনস্থানের তৎকালীন শিশিরাঙ্ক জানা থাকলে সেখানকার বায়ুতে বাষ্পের চাপ কত হবে তা রেনোর সারণী থেকে জানা যাবে।

বায়ুতে জলীয় বাষ্পের মাত্রাকে আর্দ্রতা ( Humidity ) বলে। এই আর্দ্রতা দুভাবে প্রকাশ করা হয়—(১) প্রকৃত বা পরম আর্দ্রতা ও (২) আপেক্ষিক আর্দ্রতা।

**একক আয়তন বায়ুতে মোট যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে তাকে বায়ুর প্রকৃত বা পরম আর্দ্রতা ( absolute humidity ) বলে।** পরম আর্দ্রতা সাধারণতঃ 'গ্রাম প্রতি ঘনমিটারে' এককে প্রকাশ করা হয়। কোন স্থানে পরম আর্দ্রতা 12 g.n./cu. m. বলতে বোঝায় যে এক ঘনমিটার বায়ুতে 12 gm. জলীয় বাষ্প রয়েছে।

বায়ুতে প্রকৃতপক্ষে কতটা জলীয় বাষ্প রয়েছে তা পরম আর্দ্রতা থেকে পাওয়া গেলেও বায়ুর আর্দ্রতা সম্বন্ধে আমাদের অনুভূতি নির্ভর করে বায়ু যে অবস্থায় আছে অর্থাৎ সেই চাপ ও তাপমাত্রায় তাকে সম্পৃক্ত করতে আরও কি পরিমাণ জলীয় বাষ্প প্রয়োজন হয় তার ওপর।

কোন নির্দিষ্ট আয়তন বায়ুতে কি পরিমাণ জলীয় বাষ্প রয়েছে এবং ঐ তাপমাত্রায় ঐ বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে কি পরিমাণ জলীয় বাষ্প প্রয়োজন তার অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা ( Relative humidity ) বলে।

আপেক্ষিক আর্দ্রতা

$$= \frac{\text{নির্দিষ্ট আয়তন বায়ুতে কতটা জলীয় বাষ্প রয়েছে}}{\text{সেই তাপমাত্রায় কতটা জলীয় বাষ্প ঐ আয়তন বায়ুকে সম্পৃক্ত করে}}$$

কোন নির্দিষ্ট আয়তন বায়ুতে জলীয় বাষ্পের চাপ, ঐ আয়তনে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প রয়েছে তার সমানুপাতিক। অতএব,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{\text{বায়ুতে জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

$$= \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

যেহেতু কোনস্থানে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের চাপ ঐ স্থানে তৎকালীন শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপের সমান।

সাধারণতঃ আপেক্ষিক আর্দ্রতার মান শতকরা হারে প্রকাশ করা হয়। এজন্য এটি নিম্নরূপে প্রকাশ করা হয়।

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}} \times 100$$

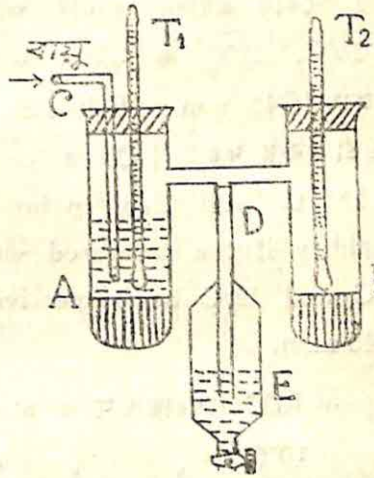
আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% বলতে বোঝায় যে বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন আসলে বায়ুতে তার 60% বা $\frac{3}{5}$ অংশ জলীয় বাষ্প রয়েছে।

## 4·12. হাইগ্রোমিটার ( Hygrometer ).

বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা মাপের জন্য যে যন্ত্র ব্যবহার করা হয় তাকে হাইগ্রোমিটার বলে। আমরা জানি, কোন স্থানে শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ ও স্থানীয় তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের অনুপাত হতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা পাওয়া যায়। সুতরাং কোন স্থানে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করতে গেলে প্রথমে পরীক্ষা দ্বারা শিশিরাঙ্ক নির্ণয় করতে হবে এবং তারপর 'রেনো'র সারণী হতে শিশিরাঙ্কে ও স্থানীয় তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পীয় চাপ দেখে

নিয়ে ভাগ করতে হবে। শিশিরাঙ্ক নির্ণয়ের জন্য কয়েক প্রকার হাইগ্রোমিটার রয়েছে, তার মধ্যে আমরা এখানে রেনোর হাইগ্রোমিটার সম্বন্ধে আলোচনা করব।

**রেনোর হাইগ্রোমিটার ( Regnault's Hygrometer ):** নিম্নাংশ রূপার ও উপরাংশ কাচের তৈরী দুটি একই প্রকারের নল A ও B একটি কাঠের কাঠামোর ওপর কাছাকাছি বসান রয়েছে ( চিত্র 3·28 )। নল দুটির নীচের অংশ বাইরের দিকে পালিশ করা রয়েছে। নল দুটির খোলামুখ কর্ক দিয়ে বন্ধ করা রয়েছে এবং A নলের কর্কের মধ্য দিয়ে একটি থার্মোমিটার $T_1$ ও $T_2$ B নলটির মধ্যে ঢোকান রয়েছে। A নলে কর্কের মধ্য দিয়ে আর একটি সরু নল C বায়ু প্রবেশের জন্য ঢোকান রয়েছে। A নল হতে আর একটি পার্শ্ব নল D একটি রবারের নলের সাহায্যে একটি অ্যাসপিরেটর ( aspirator ) বা জলপূর্ণ বদ্ধপাত্রের (E) সঙ্গে যুক্ত রয়েছে।



চিত্র 3·28

A নলে কিছুটা ইথার ঢেলে অ্যাসপিরেটরের মুখ খুলে দিলে জল বেরিয়ে আসার অতিরিক্ত ফাঁকা জায়গা সৃষ্টি হওয়ায় ইথার দ্রুত বাষ্পীভূত হতে থাকে এবং তার ফলে ইথার ঠাণ্ডা হতে থাকে। C নলের মধ্য দিয়ে বায়ু প্রবেশের ফলে সমস্ত ইথার নাড়াচাড়া হয় এবং তাপমাত্রা সব জায়গায় সমান থাকে। ঠাণ্ডা হতে হতে তাপমাত্রা যখন শিশিরাঙ্কে পৌঁছায় তখন A নলের নীচের দিকের রূপা নির্মিত অংশের ওপর জলকণা ঘনীভূত হতে আরম্ভ করে। এর ফলে দেখা যায় যে ঐ অংশটি আর চকচকে নেই, ঝাপসা হয়ে গেছে। ঠিক এই মুহূর্তে থার্মোমিটার $T_1$ দ্বারা প্রদর্শিত তাপমাত্রাই ঐ স্থানের শিশিরাঙ্ক। ইথারের বাষ্পীভবন বন্ধ করে দিলে, আবার গরম হলে, A নলের নীচের অংশ আবার আগের মত চকচকে হবে। ঠিক সেই মুহূর্তে $T_1$ থার্মোমিটারের তাপমাত্রা-ও ঐ স্থানের শিশিরাঙ্ক নির্দেশ করে। $T_1$ থার্মোমিটারের ওপরের দুটি পাঠের গড় নিয়ে শিশিরাঙ্ক নির্ণয় করা হয়। পাশে B নলটি রাখার উদ্দেশ্য হ'ল যে এই নলের নীচের অংশের

সঙ্গে তুলনা করলে যে মুহূর্তে A নলের নীচের অংশ ঝাপসা হয়ে যাচ্ছে তা সঠিক বোঝা যায়। অপর একটি থার্মোমিটার $T_1$ হতে স্থানীয় তাপমাত্রা মেপে নেওয়া হয়।

গাণিতিক উদাহরণ –

1. কোন একদিন স্থানীয় তাপমাত্রা 18·5°C এবং শিশিরাঙ্ক 12°C। যদি 18°C, 19°C ও 12°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 15·46 mm., 15·86 mm. ও 10·46 mm. হয় তাহলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। [ On a certain day, the temperature of air is 18·5°C and dew point is 12°C Calculate the relative humidity if the saturated vapour pressure of water at 18°C. 19°C and 12°C be respectively 15·46 mm., 15·86 mm. and 10·46 m.m. ]

18°C তাপমাত্রায় স. বা. চা. = 15·46 m.m.

19°C " " = 15·86 mm.

$\therefore$ 18·5°C " " $= 15{\cdot}46 + (15{\cdot}86 - 15{\cdot}46)\frac{5}{10}$

$= 15{\cdot}46 + {\cdot}2 = 15{\cdot}66$ mm.

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{12^\circ\text{C তাপমাত্রায় স. বা. চা.}}{18{\cdot}5^\circ\text{C} \quad " \quad "}$$

$$= \frac{10{\cdot}46}{15{\cdot}66} \times 100 = 66{\cdot}7\%$$

2. কোন একদিন স্থানীয় তাপমাত্রা 23°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 55%. যদি বাতাসের তাপমাত্রা কমে 10°C হয় তাহলে কতটা জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হবে? 23°C ও 10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 21·1 mm. এবং 9·2 mm. [ On a certain day room temperature is 23°C and relative humidity is 55%. If the room temperature falls to 10°C, how much water vapour will condense into water drops? S.V.P. at 23°C and 10°C are respectively 21·1 mm. and 9·2 mm. ]

মনে করি, কোন নির্দিষ্ট আয়তন বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ = m. gms.

আপেক্ষিক আর্দ্রতা

$$= \frac{\text{বায়ুতে বর্তমান জলীয় বাষ্পের ভর}}{\text{স্থানীয় তাপমাত্রায় ঐ বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্প}}$$

$$\therefore \frac{55}{100} = \frac{m}{23^\circ\text{C তাপমাত্রায় বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্প}}$$

∴ 23°C তাপমাত্রায় বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্প

$$= \tfrac{100}{55}\ m = \tfrac{20}{11}\ m \text{ gms.}$$

আবার, $\dfrac{10^\circ\text{C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্প}}{23^\circ\text{C}\quad ,,\quad ,,\quad ,,\quad ,,\quad ,,\quad ,,}$

$$= \frac{10^\circ\text{C তাপমাত্রায় স. বা. চা.}}{23^\circ\text{C}\quad ,,\quad ,,} = \frac{9{\cdot}2}{21{\cdot}1}$$

∴ 10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্প

$$= \frac{9{\cdot}2}{21{\cdot}1} \times \frac{20}{11}\ m = 0{\cdot}79\ m\ \text{gm.}$$

∴ বাকী জলীয় বাষ্প $= m - 0{\cdot}79\ m = 0{\cdot}21\ m$ gm. জলকণা হিসাবে ঘনীভূত হবে।

∴ 0·21 অংশ জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হবে।

## পঞ্চম অধ্যায়

# তাপ ও শক্তি (Heat and Energy)

### 5·1. তাপ শক্তির একপ্রকার রূপ ( Heat is a form of energy ).

পূর্বে তাপের স্বরূপ সম্বন্ধে বিজ্ঞানীদের কোন সঠিক ধারণা ছিল না। তাপকে একপ্রকার ভারহীন, অদৃশ্য, অতিসূক্ষ্ম পদার্থ মনে করা হত যা সহজেই এক বস্তু হতে অন্য বস্তুর মধ্যে যেতে পারে। এর নাম দেওয়া হয়েছিল 'ক্যালরিক' (Caloric)। কোন বস্তুর মধ্যে 'ক্যালরিক' প্রবেশ করলে বস্তুটি গরম হয় এবং 'ক্যালরিক' বার হয়ে গেলে বস্তুটি ঠাণ্ডা হয়। ঘর্ষণে তাপ উৎপন্ন হয় তা বহুকাল হতে জানা থাকা সত্ত্বেও তার সঠিক ব্যাখ্যা ঊনবিংশ শতাব্দীর প্রথম ভাগ পর্যন্ত বিজ্ঞানীদের জানা ছিল না।

ক্যালরিক তত্ত্বের বিরুদ্ধে প্রথম আঘাত হানলেন কাউণ্ট রামফোর্ড ( Count Rumford )। মিউনিক অস্ত্রাগারে কামান প্রস্তুত তত্ত্বাবধানকালে তিনি লক্ষ্য করলেন যে, যন্ত্রের সাহায্যে কামানে ছিদ্র করার সময় কামান ও সেই যন্ত্র উভয়েই খুব গরম হয়ে ওঠে। জলের মধ্যে রেখে কামান ছিদ্র ক'রেও দেখা গেল এতেও প্রচুর তাপ নির্গত হয়, এমনকি কিছুক্ষণ পরে জল ফুটতে আরম্ভ করে। এতে রামফোর্ডের ধারণা জন্মে যে তাপ ক্যালরিক নামে কোন প্রকার অতি সূক্ষ্ম পদার্থ হতে পারে না এবং তিনি বলেন যে তাপের সঙ্গে গতির প্রত্যক্ষ সম্পর্ক রয়েছে।

প্রায় একই সময় স্যার হামফ্রে ডেভি ( Sir Humphrey Devy ) দেখান যে, চারিপাশে $-2^{\circ}C$ তাপমাত্রার মধ্যে রেখে দুটুকরা বরফ খণ্ডকে ঘষলে বরফ গলে জলে পরিণত হয়। চারিপাশের তাপমাত্রা $0^{\circ}C$ এর চেয়ে কম সুতরাং তার থেকে বরফে কোন তাপ প্রবেশ করতে পারে না। অতএব ঘর্ষণের ফলেই বরফ গলাবার জন্য প্রয়োজনীয় তাপ উৎপন্ন হয়েছে। তিনি এই সিদ্ধান্ত করলেন যে ঘর্ষণের ফলে বস্তুর কণাগুলির কম্পন বাড়ে এবং এই কম্পনই তাপরূপে অনুভূত হয়।

এই সকল পরীক্ষা ও সিদ্ধান্ত সত্ত্বেও তাপের ক্যালরিক তত্ত্ব বহুদিন পর্যন্ত বহাল ছিল এবং অবশেষে ১৮৪৯ খ্রীষ্টাব্দে ম্যাঞ্চেস্টার সহরের বিশিষ্ট বিজ্ঞানী জুল (Joule) কতকগুলি পরীক্ষার সাহায্যে নিঃসংশয়ে প্রমাণ ক'রে দেখালেন যে তাপ শক্তিরই একপ্রকার রূপ। তিনি তাপের সঙ্গে যান্ত্রিক শক্তির সঠিক সম্পর্কও নিরূপণ করেন।

পদার্থের অণুগুলি কখনই স্থির অবস্থায় থাকে না তারা সবসময়েই গতিশীল। কোন বস্তুর অন্তর্নিহিত অণুগুলির গতিশক্তিই হ'ল তার তাপ। এই অণুগুলির গতিশক্তি যত বেশী বস্তুর তাপমাত্রাও তত বেশী হবে। তাপ প্রয়োগে বস্তুর অণুর গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়।

**5·2. তাপ ও যান্ত্রিক শক্তির সমতা** ( Mechanical equivalent of heat ).

আমরা জানি যে, দুটি হাত পরস্পর ঘষলে হাত দুটি গরম হয়ে ওঠে। সাইকেলের টায়ারে হাওয়া পাম্প করার সময় দেখা যায় যে পাম্পটি গরম হয়ে যায়। উভয় ক্ষেত্রেই ঘর্ষণের বিরুদ্ধে যে কার্য করা হয় সেই কার্য তাপে রূপান্তরিত হয়। একখণ্ড পাথর ওপর থেকে শক্ত মাটির ওপর পড়লে পাথরটির তাপমাত্রা বেড়ে যায়। এখানে প্রথমে স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে এবং পরে গতিশক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। উল্কাপাতের সময় উল্কাখণ্ড যখন বায়ুমণ্ডলের মধ্যে দিয়ে পড়তে থাকে তখন ক্রমশঃ তার গতি এত বেড়ে যায় যে বায়ুর সঙ্গে ঘর্ষণে প্রচণ্ড তাপ উৎপন্ন হয় এবং তার ফলে অনেক সময়ে উল্কাখণ্ডটি পৃথিবীপৃষ্ঠ স্পর্শ করার আগেই পুড়ে ছাই হয়ে যায়।

ওপরের উদাহরণগুলি হতে স্পষ্টই বোঝা যায় যে তাপ ও যান্ত্রিক শক্তি বা কার্য পরস্পরের সহিত সম্পর্কিত। জুল পরীক্ষার সাহায্যে তাপ ও কার্যের মধ্যে সঠিক সম্পর্ক নির্ণয় করেন এবং দেখান যে সমপরিমাণ কার্যকে তাপে রূপান্তরিত করলে সর্বদাই সমপরিমাণ তাপ উৎপন্ন হয়।

**জুলের সূত্র ( Joule's Law ) ঃ কোন কার্যকে সম্পূর্ণরূপে তাপে বা কোন তাপকে সম্পূর্ণরূপে কার্যে রূপান্তরিত করা হ'লে সম্পন্ন কার্য ও উদ্ভূত তাপের অনুপাত সবসময়ে একটি ধ্রুবক হবে। এই ধ্রুবককে জুলের নিত্যসংখ্যা (Joule's Constant) বা তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংক ( Mechanical equivalernt of heat ) বলে এবং একে J অক্ষর দ্বারা প্রকাশ করা হয়।**

যদি W পরিমাণ কার্য সম্পূর্ণ রূপান্তরিত হ'য়ে H পরিমাণ তাপ উৎপন্ন হয়, তাহলে জুলের সূত্র অনুসারে,

$$\frac{W}{H} = J \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots (1)$$

তাপ ও যান্ত্রিক শক্তির সমতা সম্পর্কীত এই সূত্র তাপীয় গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র ( First law of thermodynamics ) নামেও পরিচিত।

(1) নং সমীকরণ হ'তে,

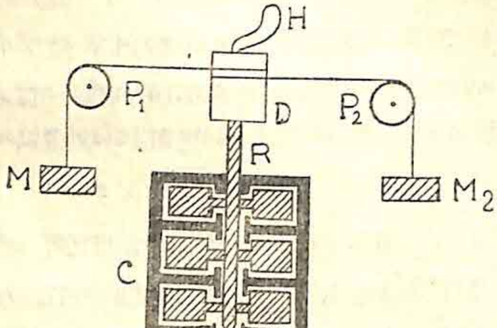
$H=1$ হ'লে $W=J$ হ'বে অর্থাৎ যে পরিমাণ কার্য সম্পূর্ণ রূপান্তরিত হ'য়ে একক পরিমাণ তাপ উৎপন্ন করে তাকে তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংক বলে। তাপ ও কার্য কি এককে প্রকাশ করা হয়, তার ওপর J এর মান নির্ভর করে।

সি. জি. এস. পদ্ধতিতে J এর মান $4{\cdot}2\times10^7$ আর্গ প্রতি ক্যালরিতে অর্থাৎ 1 ক্যালরি তাপ উৎপন্ন করতে $4{\cdot}2\times10^7$ আর্গ বা 4·2 জুল পরিমাণ কার্য সম্পন্ন করার প্রয়োজন হয়।

এফ. পি. এস পদ্ধতিতে J এর মান 778 ফুট পাউণ্ড প্রতি বৃটিশ থার্মাল এককে অর্থাৎ 1 বৃটিশ থার্মাল একক তাপ উৎপন্ন করতে 778 ফুট পাউণ্ড পরিমাণ কার্য সম্পন্ন করতে হয়।

### 5·3. তাপের যান্ত্রিক তুল্যাংক নির্ণয়ঃ জুলের পরীক্ষা ( Determination of Joule's experiment ).

পাশের চিত্রে ( চিত্র 3·29 ) জুলের পরীক্ষার যন্ত্র দেখান হয়েছে। C একটি ক্যালোরিমিটার। তার দেওয়ালে কতকগুলো পাত আটকানো আছে। ক্যালোরিমিটারের অক্ষ বরাবর একটি দণ্ড R তার মধ্যে প্রবেশ করান রয়েছে। দণ্ডটি ওপর দিকে একটি পিনের সাহায্যে একটি ড্রাম D এর সঙ্গে যুক্ত রয়েছে যাতে ড্রামটি ঘুরালে দণ্ডটিও ঘুরতে থাকে। দণ্ডটির তলার দিকে কতকগুলো পাত বা প্যাডেল আটকানো আছে। দণ্ডটি ঘুরলে এই প্যাডেলগুলো ক্যালোরিমিটারের গায়ে আটকানো পাতের খুপরির মধ্যে দিয়ে ঘুরতে থাকে। ড্রাম D-এর গায়ে জড়ানো দুগাছি সূতা দুটি কপিকল $P_1$ ও $P_2$ এর ওপর দিয়ে গিয়েছে এবং তাদের অপর প্রান্ত দুটি বস্তু $M_1$ ও $M_2$ এর সঙ্গে যুক্ত করা রয়েছে। সূতা দুটি এমনভাবে জড়ানো রয়েছে যে ড্রামটি ঘুরালে দুটি ভর-ই একসঙ্গে ওপরদিকে উঠবে বা নীচে নামবে। D ড্রামের সঙ্গে যুক্ত হাতল H-এর সাহায্যে ড্রামটিকে ঘুরিয়ে $M_1$ ও $M_2$ বস্তু দুটিকে ওপরে তোলা হ'ল। এবার ভর দুটিকে ছেড়ে দিলে তারা নীচে পড়তে থাকে ও ড্রামটিকে ঘুরায়। তার ফলে




চিত্র 3·29

প্যাডেল সমেত R দণ্ডটি ক্যালোরিমিটারের তরলের মধ্যে ঘুরতে থাকে এবং ঐ তরল আলোড়িত হয়। পাতগুলির জন্য আলোড়িত তরল বাধা পায়, তখন গতিশক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয় এবং তার ফলে তরল গরম হয়। বস্তু দুটি মাটিতে পৌঁছালে পিনটি খুলে R দণ্ডটিকে D ড্রাম হতে বিচ্ছিন্ন ক'রে হাতলের সাহায্যে ড্রামটিকে ঘুরিয়ে ভর দুটিকে আবার ওপরে তুলে আনা হ'ল। পিনটি আটকে আবার আগের মত ভর দুটিকে ফেলে প্যাডেল ঘোরান হয়। এভাবে বারবার বস্তু দুটিকে পড়তে দিলে তরলের তাপমাত্রা ক্রমশঃ বাড়তে থাকে। এরপর উৎপন্ন তাপ ও সম্পন্ন কার্য হিসাব ক'রে জুলের তুল্যাংক গণনা করা হয়। বস্তু দুটি যখন ওপরে থাকে তখন তাদের মধ্যে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি, নীচে পড়ার সময় কিছুটা গতিশক্তি ও বাকীটা প্যাডেল ঘুরাতে খরচ হয়।

ধরা যাক, সুতা দুইটির প্রান্তে আবদ্ধ বস্তু দুটির প্রত্যেকটির ভর = M gm

ওপর থেকে নীচে পড়ার সময় তারা যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা'হল h cm

মাটিতে পৌঁছাবার মুহূর্তে বস্তু দুটির বেগ = v cm./sec.

যতবার বস্তু দুটি ওপর থেকে পড়ে তার সংখ্যা = n.

$\therefore$ উচ্চ অবস্থানে বস্তু দুটির প্রাথমিক স্থিতিশক্তি $= 2\ Mgh$

মাটিতে পৌঁছাবার মুহূর্তে তাদের গতিশক্তি $= 2 \times \frac{1}{2}\ Mv^2$

প্রতিবার পতনে প্যাডেল ঘোরাতে সম্পন্ন কার্য $= 2Mgh - Mv^2$

$\therefore$ n বার পতনে মোট কার্য, $W = n\ (2Mgh - Mv^2)$ ergs.

ধরা যাক, ক্যালোরিমিটারের জলসম = w gm.

ক্যালোরিমিটারের মধ্যস্থ তরলের ভর = m gm.

তরলের আপেক্ষিক তাপ = s

তরলের প্রাথমিক তাপমাত্রা $= t_1\,^\circ C$

" অন্তিম তাপমাত্রা $= t_2\,^\circ C$

$\therefore$ উৎপন্ন তাপ, $H = (w + ms)(t_2 - t_1)$ calories.

$$\therefore\ J = \frac{W}{H} = \frac{n(2Mgh - Mv^2)}{(w + ms)(t_2 - t_1)} \text{ ergs/calorie.}$$

গাণিতিক উদাহরণ—

1. 200 মিটার উঁচু একটি জলপ্রপাতের নীচের ও ওপরের জলের তাপমাত্রার পার্থক্য কত হবে? উৎপন্ন তাপের 80% জলের মধ্যে থাকছে। অভিকর্ষজ ত্বরণ $= 981$ cm/sec$^2$ ও জুলের তুল্যাংক $= 4{\cdot}2 \times 10^7$ ergs./cal. [ Calculate the

difference in temperature between the top and the bottom of a waterfall 200 metres high assuming that 80% of the heat generated remains in water. $g=980$ cm./sec.$^2$ and $J=4{\cdot}2\times10^7$ ergs./cal. ]

যে কোন ভর, m gm, জলের ক্ষেত্রে 200 মিটার ওপর থেকে পতনের ফলে কার্যের পরিমাণ, $W=mgh=m\times981\times200\times100$ ergs.

$$\text{উৎপন্ন তাপ}=\frac{W}{J}=\frac{m\times981\times200\times100}{4{\cdot}2\times10^7}\text{ calories.}$$

উৎপন্ন তাপের 80% জলে থাকে সুতরাং জল কর্তৃক গৃহীত তাপ

$$=\frac{m\times981\times200\times100}{4{\cdot}2\times10^7}\times\frac{80}{100}$$

জলের তাপমাত্রা বৃদ্ধি $=\theta$°C মনে করলে,

$$m\times1\times\theta=\frac{m\times981\times200\times100}{4{\cdot}2\times10^7}\times\frac{80}{100}$$

$$\therefore\quad \theta=\frac{981\times2\times4}{42\times100\times5}=0{\cdot}375^\circ\text{C}.$$

2. 27°C তাপমাত্রায় একটি সীসার গুলি কত বেগে একটি লক্ষ্যে আঘাত করলে উৎপন্ন তাপে তার গলন হবে। সীসার গলনাঙ্ক 327°C, অপেক্ষিক তাপ 0·03 এবং লীন তাপ 5·4 cal./gm. [ With what velocity must a lead bullet at 27°C strike against a target in order that the heat produced might be just sufficient to melt it ? Sp. heat of lead = 0·03, m. p. of lead = 327°C and latent heat = 5·4 cal./gm. ]

মনে করি গুলিটির ভর = m gm.

গুলিটিকে 27°C হতে 327°C এ উত্তপ্ত করতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$=m\times{\cdot}03\times(327-27)=m\times{\cdot}03\times300=9m\text{ cal.}$$

গুলিটির গলনের জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $=m\times5{\cdot}4$ cal.

$\therefore$ মোট প্রয়োজনীয় তাপ $=9m+5{\cdot}4m=14{\cdot}4m$ cal.

এই তাপ গুলিটির গতিশক্তি হতে উদ্ভূত হবে।

গুলিটির বেগ = v cm./sec. হলে, গতিশক্তি $=\frac{1}{2}mv^2$

আমরা জানি, $J=\frac{W}{H}$ বা $W=JH$

$\therefore\ \frac{1}{2}mv^2=4{\cdot}2\times10^7\times14{\cdot}4\ m$

$\therefore\ v=\sqrt{2\times4{\cdot}2\times14{\cdot}4\times10^7}=34780$ cm/sec. (approx).

3. একটি পেট্রোল ইঞ্জিনের দক্ষতা 30% এবং ইঞ্জিনে ঘণ্টায় এক পাউণ্ড হারে পেট্রোল খরচ হয়। এক পাউণ্ড পেট্রোল পোড়ালে 22000 বৃটিশ থার্মাল একক পরিমাণ তাপ উৎপন্ন হয়। ইঞ্জিনটির অশ্বশক্তি নির্ণয় কর। [A petrol engine uses petrol at the rate of 1 ℔. per hour and its efficiency is 30%. If 22000 B. Th. U. of heat is produced on burning 1 ℔. of petrol, calculate the H. P. of the engine. J = 778 ft. ℔ /B. Th. U. ]

1 ঘণ্টায় উৎপন্ন তাপ = 22000 B. Th. U.

∴ 1 সেকেণ্ডে „ „ $= \frac{22000}{60 \times 60} = \frac{55}{9}$ B. Th. U.

ইঞ্জিনের দক্ষতা = 30% অর্থাৎ এই তাপের 30% কার্যে পরিণত হয়।

∴ প্রতি সেকেণ্ডে উৎপন্ন কার্য $= \frac{55}{9} \times \frac{30}{100} \times 778$ ft. lb.

আমরা জানি, 1 H.P. = 550 ft. lb./sec.

∴ ইঞ্জিনের অশ্বশক্তি $= \frac{55}{9} \times \frac{30}{100} \times \frac{778}{550} = 2 \cdot 593.$

4. দুমুখ বন্ধ 6 ফুট লম্বা একটি কাচের নলে কিছুটা পারদ রয়েছে। নলটি খাড়া অবস্থায় রেখে দ্রুত উল্টে দেওয়া হ'ল। এভাবে 50 বার উল্টে দিলে পারদের সর্বোচ্চ তাপমাত্রা বৃদ্ধি কত হতে পারে? পারদের আপেক্ষিক তাপ = $\frac{1}{36}$ এবং J = 778 ft. lb./B.Th.U. [ A tube 6 ft. long containing a little mercury and closed at both ends is rapidly inverted 50 times. What is the maximum rise in temperature that can be expected ? Sp. heat of mercury = $\frac{1}{36}$ and J = 778 ft. lb./B.Th.U.]

মনে করি পারদের ভর = $m$ lb.

নলটি উল্টে দিলে অর্থাৎ 6 ফুট উঁচু থেকে নীচে পড়লে, কার্য = $m \times 6$ ft. lb.

50 বার উঁচু থেকে নীচে পড়লে মোট কার্য = $m \times 6 \times 50$ ft. lb.

উৎপন্ন তাপ $= \frac{m \times 6 \times 50}{778}$ B.Th.U. $\left[ \because \ H = \frac{W}{J} \right]$

সম্পূর্ণ উৎপন্ন তাপ পারদ কর্তৃক গৃহীত হ'লে পারদের তাপমাত্রা বৃদ্ধি সর্বাধিক হবে এবং এই তাপমাত্রা বৃদ্ধি $\theta$°F হ'লে,

$$m \times \frac{1}{36} \times \theta = \frac{m \times 6 \times 50}{778} \quad \text{বা,} \quad \theta = \frac{6 \times 50 \times 36}{778} = 138 \cdot 8°\text{F}$$

## 5.4. তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First law of thermodynamics).

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্রে তাপ ও যান্ত্রিক শক্তির সমতা সম্পর্কে বলা হয়েছে। রামফোর্ড, ডেভী, জুল প্রভৃতির পরীক্ষা হতে জানা গিয়েছিল যে তাপ শক্তির একটি বিশেষ রূপ এবং জুল তাপের সঙ্গে যান্ত্রিক শক্তির সঠিক সম্পর্কও নিরূপণ করেন। সমপরিমাণ যান্ত্রিক শক্তি বা কার্য হতে সব সময়ে সমপরিমাণ তাপ পাওয়া যায়। সেরকম তাপশক্তিকে যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত করলে সমপরিমাণ তাপ হতে সর্বদা সমপরিমাণ কার্য পাওয়া যায়। তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্রে বলা হয়েছে যে তাপকে কার্যে রূপান্তরিত করা সম্ভব এবং এই রূপান্তরের হার সর্বদা একটি ধ্রুবক অর্থাৎ নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ থেকে নির্দিষ্ট পরিমাণ কার্য পাওয়া যায়।

প্রকৃতপক্ষে তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র শক্তির নিত্যতা সূত্রের একটি বিশেষ প্রয়োগ। মনে করি, কোন বস্তুকে Q জুল $\left(\frac{Q}{4 \cdot 2}\right.$ক্যালোরি$\left.\right)$ তাপ দেওয়া হ'ল। এই তাপ দুপ্রকারে ব্যবহৃত হবে। কিছু অংশ বস্তুর অভ্যন্তরীণ শক্তিবৃদ্ধি করবে, যার ফলে বস্তুর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে। আমরা জানি যে তাপের প্রভাবে বস্তুর আয়তন বৃদ্ধি পায়। এর ফলে বাহ্যিক চাপের বিরুদ্ধে বস্তুটির পৃষ্ঠের কিছুটা সরণ হয়। এর জন্য যে কার্য হয় তার জন্য খানিকটা শক্তির প্রয়োজন হয়। এই শক্তিও প্রদত্ত তাপ হতে আসে। যদি অভ্যন্তরীণ শক্তির বৃদ্ধি হয় U এবং প্রসারণের ফলে কৃত কার্য হয় W, তাহলে

$$Q = U + W \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

এই সমীকরণটিকে তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র বলে।

## 5·5 শক্তির সংরক্ষণ ( Conservation of Energy )

জুলের পরীক্ষায় জানা গেল যে যান্ত্রিক শক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। পক্ষান্তরে মোটরে বা রেলের ইঞ্জিনে তাপশক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত করা হয়। সুতরাং আমরা দেখতে পাই যে এক প্রকার শক্তি অন্য প্রকার শক্তিতে পরিবর্তিত হতে পারে। যখন শক্তি এভাবে রূপান্তরিত হয় তখন মোট শক্তির পরিমাণ অপরিবর্তিত থাকে। আরও ব্যাপক ভাবে বলতে গেলে বিদ্যুৎ, আলো, চুম্বক, শব্দ ইত্যাদি হ'ল শক্তির বিভিন্ন রূপ এবং এগুলিকে পরস্পরের মধ্যে রূপান্তরিত করা যায়। সকল ক্ষেত্রেই মোট শক্তি সংরক্ষিত থাকে। শক্তি অবিনশ্বর, তার ক্ষয় বা বিনাশ হয় না।

**5.6 সমোষ্ণ ও সমতাপীয় পরিবর্তন** ( Isothermal and adiabatic changes ).

**যে পরিবর্তনে কোন গ্যাসের আয়তন ও চাপ পরিবর্তিত হয় কিন্তু তার তাপমাত্রা অপরিবর্তিত থাকে তাকে সমোষ্ণ ( Isothermal ) পরিবর্তন বলে।** যেমন, বয়েলের সূত্রে আমরা দেখেছি যে তাপমাত্রা অপরিবর্তিত রাখতে হয়। অর্থাৎ বয়েলের সূত্র সমোষ্ণ পরিবর্তনের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

যদি কোন গ্যাসকে সঙ্কুচিত করার চেষ্টা করা হয়, তাহলে তার চাপের বিরুদ্ধে কার্য করতে হয়। শক্তির নিত্যতা সূত্র অনুসারে এই কৃতকার্যের জন্য ব্যয়িত যান্ত্রিক শক্তি বিনষ্ট হতে পারে না। এই যান্ত্রিক শক্তি গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তিবৃদ্ধি করে। এর ফলে গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। সুতরাং এই প্রক্রিয়াটিকে যদি সমোষ্ণ রাখতে হয় তাহলে গ্যাসের সংকোচন অতি ধীরে ধীরে করতে হবে, যাতে উৎপন্ন তাপ বাইরে ছড়িয়ে পড়বার সুযোগ পায় এবং তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেতে না পারে।

কিন্তু যদি এরূপ পরিবর্তন খুব দ্রুতগতিতে করা হয় যাতে উৎপন্ন তাপ বাইরে বেরিয়ে যাবার সময় না পায় অথবা এমন ব্যবস্থা করা হয় যাতে তাপ আদৌ বেরিয়ে যেতে না পারে, তাহলে এ পরিবর্তনে তাপমাত্রা আর স্থির থাকবে না। সুতরাং পরিবর্তন আর সমোষ্ণ থাকবে না। এক্ষেত্রে কিন্তু তাপশক্তি বস্তুর মধ্যে সংরক্ষিত (conserved) থাকে।

**যে পরিবর্তনে বা প্রক্রিয়ায় কোন গ্যাসের আয়তন ও চাপ পরিবর্তিত হয় কিন্তু বাইরে থেকে কোন তাপ তার মধ্যে প্রবেশ করতে পারে না বা কোন তাপ তার বাইরে বেরিয়ে যেতে পারে না অর্থাৎ তার মোট তাপ সংরক্ষিত থাকে, তাকে সমতাপীয় (adiabatic) পরিবর্তন বলে।**

সমতাপীয় পরিবর্তনের ক্ষেত্রে বয়েল সূত্র ও চার্লসের বা চাপের নিয়ম খাটে না। প্রমাণ করা যায় যে, আদর্শ গ্যাসে সমতাপীয় পরিবর্তনে আয়তন ও চাপের মধ্যে বয়েলের সূত্রের পরিবর্তে নিম্নলিখিত সূত্রটি প্রযোজ্য হয়,

$$P.V^{\gamma} = \text{একটি ধ্রুবক},\ \gamma = \frac{C_p}{C_v}.\quad \text{দ্বিমাত্রিক গ্যাসের ক্ষেত্রে},\ \gamma = 1{\cdot}4$$

| সমোষ্ণ পরিবর্তন | সমতাপীয় পরিবর্তন |
|---|---|
| $P \times V =$ ধ্রুবক | $P \times V^{\gamma} =$ ধ্রুবক |
| $\frac{V}{T} =$ ধ্রুবক | $T \times V^{\gamma-1} =$ ধ্রুবক |
| $\frac{P}{T} =$ ধ্রুবক | $T \times P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} =$ ধ্রুবক |
| $T \times D =$ ধ্রুবক | $T.D^{1-\gamma} =$ ধ্রুবক (D = ঘনত্ব) |

গাণিতিক উদাহরণ—

1. প্রমাণ তাপমাত্রায় কিছু পরিমাণ গ্যাসের আয়তন (*a*) খুব ধীরে ধীরে (*b*) খুব তাড়াতাড়ি সংকুচিত ক'রে তার আয়তন এক দশমাংশ করা হ'ল। এর ফলে উভয় ক্ষেত্রে তাপমাত্রা বৃদ্ধি কত হবে? ($\gamma=1{\cdot}4$) [ A quantity of air at normal temperature is compressed (*a*) slowly (*b*) suddenly to $\frac{1}{10}$th of its volume. Find the rise in temperature in each case. ($\gamma=1{\cdot}4$) ].

(*a*) পরিবর্তনটি খুব ধীরে ধীরে সম্পন্ন হয় সুতরাং এটি সমোষ্ণ পরিবর্তন। সেকারণে তাপমাত্রা বৃদ্ধি হবে না।

(*b*) পরিবর্তনটি খুব তাড়াতাড়ি সম্পন্ন হয় সুতরাং এটি সমতাপীয় পরিবর্তন।

$V_1=v$ ( মনে করি ), $T_1=0^\circ C=273+0=273^\circ A$

$V_2=\frac{1}{10}v, \quad T_2=?$

আমরা জানি, $T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}$

বা, $\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$

$\therefore \quad T_2=T_1\times\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=273\times\left(\frac{v}{\frac{1}{10}v}\right)^{1\cdot4-1}=273\times(10)^{0\cdot4}$

বা, $\log T_2=\log 273+0{\cdot}4\log 10=2{\cdot}4362+0{\cdot}4\times1=2{\cdot}8362$

$=\log 685{\cdot}8$

$\therefore \quad T_2=685{\cdot}8^\circ A=685{\cdot}8-273=412{\cdot}8^\circ C$

$\therefore$ তাপমাত্রা বৃদ্ধি $=412{\cdot}8-0=412{\cdot}8^\circ C$

2. একটি মোটর গাড়ীর টায়ারে বায়ুমণ্ডলের চাপের দ্বিগুণ চাপে কিছু পরিমাণ বায়ু ভর্তি রয়েছে এবং তার তাপমাত্রা 15°C। এখন টায়ারটি হঠাৎ ফেটে গেলে তাপমাত্রা কতটা হ্রাস পাবে? ($\gamma=1{\cdot}4$) [ A motor car tyre is pumped upto a pressure of 2 atmospheres at 15°C when it suddenly bursts. Calculate the resulting drop in temperature of the air. ]

$P_1=2$ atmospheres, $\quad T_1=15^\circ C=273+15^\circ A=288^\circ A,$

$P_2=1$ ,, $\quad , \quad T_2=?$

আমরা জানি, $T_2^{\gamma}P_2^{1-\gamma}=T_1^{\gamma}P_1^{1-\gamma}$

বা, $T_2^{\gamma}=T_1^{\gamma}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1-\gamma}=288^{1\cdot4}\left(\frac{2}{1}\right)^{1-1\cdot4}$

$$=288^{1\cdot4}\times 2^{-\cdot4}.$$

বা, $1\cdot4 \log T_2=1\cdot4 \log 288 - \cdot4 \log 2=1\cdot4\times 2\cdot4594-\cdot4\times\cdot3010$

$$\log T_2=\frac{3\cdot44316-\cdot12040}{1\cdot4}=\frac{3\cdot32276}{1\cdot4}=2\cdot373=\log 236$$

$$T_2=236^{\circ}A=236-273^{\circ}C=-37^{\circ}C$$

∴ তাপমাত্রার হ্রাস $=15-(-37)=52^{\circ}C.$

ষষ্ঠ অধ্যায়

# গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব ( Kinetic theory of gases )

**6·1 গ্যাসের আণবিক সংগঠন** (Molecular Structure of matter).

আমরা জানি যে সমস্ত পদার্থ-ই ছোট ছোট জড় কণা বা অণু দ্বারা গঠিত। কোন পদার্থের একটি অণু সেই পদার্থের একটি ক্ষুদ্রতম কণা যা মুক্ত অবস্থায় থাকতে পারে এবং যার মধ্যে সেই পদার্থের সকল ধর্ম অন্তর্নিহিত থাকে। যে কোন পদার্থের-ই অণুগুলি সবসময়ে নড়াচড়া করছে, তাঁদের এক মুহূর্ত বিরাম নেই এবং তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে এই গতিবৃদ্ধি পায়। পদার্থের কঠিন অবস্থায় অণুগুলি খুব ঘনসন্নিবিষ্ট থাকে এবং তাদের মধ্যে সংসক্তি বল ( cohesive force ) খুব প্রবল। তারা স্বাধীনভাবে যথেচ্ছ ঘোরাফেরা করতে পারে না, কেবলমাত্র একটি মধ্য অবস্থানের চারিপাশে কম্পমান থাকে। একারণেই কঠিন অবস্থার পদার্থের একটি নির্দ্দিষ্ট আয়তন ও আকৃতি থাকে। তরল অবস্থার অণুগুলি অতটা ঘনসন্নিবিষ্ট থাকে না। এবং তাদের মধ্যে সংসক্তি বল তেমন প্রবল নয়। অণুগুলি স্বাধীনভাবে তরলের মধ্যে যথেচ্ছ ঘোরাফেরা করতে পারে কিন্তু সহজে তরল থেকে বেরিয়ে আসতে পারে না। একারণেই তরল অবস্থায় পদার্থের নির্দিষ্ট আয়তন থাকে কিন্তু কোন নির্দিষ্ট আকৃতি থাকে না। পদার্থের গ্যাসীয় অবস্থায় এই অণুগুলি তুলনামূলক ভাবে অনেকটা দূরে থাকে এবং তাদের মধ্যে সংসক্তি বল খুবই সামান্য। এই অণুগুলি স্বাধীনভাবে যথেচ্ছ ঘোরাফেরা করতে পারে এবং চতুর্দিকে সমস্ত স্থানে বিস্তার লাভ করে। একারণেই গ্যাসের কোন নির্দিষ্ট আকৃতি থাকে না এবং আয়তন-ও থাকে না।

বিভিন্ন পরীক্ষা লব্ধ তথ্যের ভিত্তিতে ১৮৫৭ খ্রীস্টাব্দে ক্লসিয়াস (Clausius) সর্ব প্রথম গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব উপস্থাপনা করেন। এই তত্ত্ব হতে গ্যাসের আণবিক সংগঠন ও অণুগুলির অবিরাম গতি সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা পাওয়া যায়। অবশ্য এর অনেক আগেই ১৮০৭ খ্রীস্টাব্দে ডালটন (Dalton) তাঁর আণবিক তত্ত্বে সর্বপ্রথম পদার্থের আণবিক সংগঠনের ধারণাটি উপস্থাপিত করেছিলেন। গ্যাসের গতীয় তত্ত্বে তাপ ও অণুগুলির গতির মধ্যে ঘনিষ্ট সম্পর্কটি প্রথম উদ্ঘাটিত হয়। এই তত্ত্ব অনুসারে অণুগুলির গতির জন্যই তাপের উদ্ভব। অণুগুলির অবিরাম গতির জন্য বস্তুর মধ্যে অন্তর্নিহিত যে গতিশক্তি তারই বহিঃপ্রকাশ হ'ল তার তাপমাত্রা। অণুগুলির গতি

দ্রুততর হ'লে বস্তুর অন্তর্নিহিত গতিশক্তি বৃদ্ধি পায় এবং তার ফলে তাপমাত্রাও বৃদ্ধি পায়। সেরূপ আবার তাপমাত্রা হ্রাস পেলে এই গতি-ও মন্থর হয়েছে বুঝতে হবে।

গ্যাসের গতীয় তত্ত্বে অণুগুলির এই অবিরাম গতি-সম্বন্ধীয় ধারণা হ'তে গ্যাসের বিভিন্ন আচরণ ও নিয়মগুলি ব্যাখ্যা করার চেষ্টা করা হয়েছে। এই ধারণা হ'তে ম্যাক্সওয়েল (Maxwell) গতিবিদ্যার নিয়মগুলির সাহায্যে কেবলমাত্র গাণিতিক গণনার দ্বারা আদর্শ গ্যাসের অনেক আচরণ ও নিয়মের সন্তোষজনক পরিমাণগত ব্যাখ্যা দিতে সমর্থ হন। তাত্ত্বিক পদার্থ বিজ্ঞানের ( Theoretical Physics ) এটি একটি বিরাট জয়স্তম্ভ। উনবিংশ শতাব্দীর মধ্যভাগ হতে ক্লসিয়াস, ম্যাক্সওয়েল্, বোল্জ্‌ম্যান্, জীন্‌স্, ভ্যান্-ডার-ওয়্যাল্ এবং আরও অনেক প্রখ্যাত বিজ্ঞানী এই গ্যাসের গতীয় তত্ত্বের প্রভূত উন্নতিসাধন করেন এবং এর সাহায্যে গ্যাসের বিবিধ নিয়মগুলির সঠিক ব্যাখ্যা করতে সক্ষম হন। গ্যাসের বিভিন্ন আচরণ ব্যাখ্যায় বিরাট সাফল্য এই গতীয় তত্ত্বের যৌক্তিকতা প্রমাণ করে। বর্তমান শতাব্দীর শুরু পর্যন্ত কেবলমাত্র তাত্ত্বিক ভিত্তিতে গাণিতিক উপায়ে এই তত্ত্বের বিস্তৃত আলোচনা ও প্রভূত উন্নতিসাধন হয়, কিন্তু অণুগুলির এই অবিরাম গতি সম্পর্কে কোন প্রত্যক্ষ পরীক্ষালব্ধ প্রমাণ পাওয়া যায় নি। ক্রমশ গ্যাসের এই গতীয় তত্ত্বের অনুকূলে কিছু প্রত্যক্ষ প্রমাণ পাওয়া যায়। এদের মধ্যে বিশেষ উল্লেখযোগ্য হ'ল ব্রাউনিয়ন গতি (Brownian Motion)। বহু পূর্বে আবিষ্কৃত এই ব্রাউনিয়ন গতির সঠিক ব্যাখ্যা দেন বিজ্ঞানী পেরীন ( Perrin ) ১৯০৮ খ্রীস্টাব্দে, এই অবিরাম ও এলোমেলো আণবিক গতির ভিত্তিতে। গ্যাসের প্রসারণশীলতা, গ্যাস ও তরলের ব্যাপন, তরলের বাষ্পায়ন ইত্যাদি ঘটনাগুলি অবিরত আণবিক গতির অস্তিত্বই প্রমাণ করে।

## 6·2 ব্রাউনিয়ন গতি (Brownian Motion).

১৮২৭ খ্রীস্টাব্দে উদ্ভিদ্‌তত্ত্ববিদ্ রবার্ট ব্রাউন (Robert Brown) যখন উচ্চ-ক্ষমতা সম্পন্ন অণুবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে জলে নিমজ্জিত ফুলের রেণু পর্যবেক্ষণ করছিলেন তখন তিনি লক্ষ্য করেন যে রেণুগুলি স্বতস্ফূর্তভাবে অবিরাম এলোমেলো নড়াচড়া করছে। জলে নিমজ্জিত অতি ক্ষুদ্র কণার ক্ষেত্রেও অর্থাৎ কলয়েড দ্রবণের (Colloidal Solution) ক্ষেত্রেও এই স্বতঃস্ফূর্ত গতি লক্ষ্য করা যায়। ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণার এই অনিয়মিত অবিরাম স্বতঃস্ফূর্ত গতিকে ব্রাউনিয়ন গতি (Brownian

Motion) বলে। বিভিন্ন পরীক্ষার সাহায্যে বৈজ্ঞানিকগণ ব্রাউনিয়ন গতি সম্বন্ধে নিম্নলিখিত তথ্যগুলি আবিষ্কার করেন।

(১) এই গতি স্বতঃস্ফূর্ত এবং অবিরাম।

(২) এই গতি অনিয়মিত এবং সম্পূর্ণ এলোমেলো। এমন কি পাশাপাশি দুটি কণার গতিও একরূপ নয়।

(৩) পাত্র নাড়াচাড়া করলে এই ব্রাউনিয়ন গতির কোন পরিবর্তন হয় না।

(৪) তরলের সান্দ্রতা কম হ'লে, তার মধ্যে নিমজ্জিত কণাগুলির ব্রাউনিয়ন গতি দ্রুততর হয়।

(৫) ক্ষুদ্রতর কণাগুলির বেগ দ্রুততর হয়। একই তাপমাত্রায় একই মাপের দুটি কণার গড় বেগ সমান হয়।

(৬) উচ্চতর তাপমাত্রায় এই কণাগুলি অধিক চঞ্চল হয়ে ওঠে।

বাহির হ'তে প্রযুক্ত কোন বল ছাড়াই এধরনের স্বতঃস্ফূর্ত অবিরাম গতি আপাত-দৃষ্টিতে নিউটনের প্রথম সূত্রকে লঙ্ঘন করছে এবং এই গতি প্রথমদিকে বিজ্ঞানীদের মনে যথেষ্ট বিস্ময়ের সঞ্চার করেছিল। পরে ক্রমশ বোঝা গেল যে নদীতে জলে ভাসমান 'বয়া' ( buoy ) যেমন চতুর্দিকের জলের ধাক্কায় অবিরাম এদিক-ওদিক এলোমেলো নড়াচড়া করে, তরলে ভাসমান কণাগুলিও তেমন তরলের অণুগুলির ধাক্কায় এরূপ অনিয়মিত গতি পায়। **আইনস্টাইন** (Einstein) এই ব্রাউনিয়ন গতি-তত্ত্ব বিষয়ে বিশদ আলোচনা করেছিলেন এবং কণাগুলির গতিবিধির পর্যায়কাল ও অতিক্রান্ত পথের গড় দূরত্বের একটি গাণিতিক সম্পর্কও নির্ণয় করেছিলেন। পরে **পেরিন** ( Perrin ) পরীক্ষার সাহায্যে এই তত্ত্বের সত্যতা প্রমাণ করেছিলেন এবং তার থেকে 'অ্যাভোগাড্রোর সংখ্যা' (Avogadro's Number) নির্ণয় করেছিলেন।

সূর্যের রশ্মির মধ্যে বাতাসে ভাসমান অতিক্ষুদ্র ধূলিকণা লক্ষ্য করলে দেখা যায় যে ধূলিকণাগুলি স্বতঃস্ফূর্তভাবে অবিরাম এলোমেলো নড়াচড়া করছে। একদিকে যেতে যেতে হঠাৎ দিক পরিবর্তন ক'রে অন্যদিকে চলেছে আবার দিক পরিবর্তন করছে, এভাবে যেন যথেচ্ছ ঘোরাফেরা করছে। বাতাসে ভাসমান অতিক্ষুদ্র ধূলিকণার এরূপ গতিকে ব্রাউনিয়ন গতির সঙ্গে তুলনা করা যেতে পারে। কিন্তু এই গতির উৎস কি? বাতাসের মধ্যে নিশ্চয়ই এমন কোন অদৃশ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণা রয়েছে যার সঙ্গে ধাক্কার ফলে ধূলিকণাগুলি যেতে যেতে বারবার দিক পরিবর্তন করছে। এর থেকে বায়ুর আণবিক গঠন ও অণুগুলির অবিরাম গতির পরিচয় পাওয়া যায়। ধূলিকণার যথেচ্ছ এলোমেলো গতি থেকে অনুমান করা যায় যে বায়ুর অণুগুলিও অবশ্যই এলোমেলোভাবে ঘুরছে।

**6·3. গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব সম্বন্ধীয় কতকগুলি মৌলিক অনুমান ( Fundamental Assumptions of Kinetic theory of gases ).**

গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব নিম্নলিখিত কতকগুলি মৌলিক অনুমানের ওপর ভিত্তি ক'রে প্রতিষ্ঠিত—

(১) সকল গ্যাস-ই বহুসংখ্যক ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণার সমষ্টি। যে কোন বিশেষ গ্যাসের ক্ষেত্রে এই কণাগুলির প্রত্যেকটির ভর ও আকার অভিন্ন। এই কণাগুলিকে অণু বলে।

(২) এই কণাগুলি বিভিন্ন দিকে এলোমেলোভাবে বিভিন্ন গতিতে প্রতিনিয়ত ছোটাছুটি করছে। এর ফলে কণাগুলির নিজেদের মধ্যে পরস্পর ধাক্কা লাগছে এবং পাত্রের দেওয়ালের গায়েও ধাক্কা দিচ্ছে।

(৩) পরস্পর দুটি সংঘর্ষ ও ধাক্কার মধ্যবর্তী সময়ে কণাগুলি সরলরেখা পথে ও সমবেগে চলে। কিন্তু ধাক্কার ফলে বেগ ও গতিপথের পরিবর্তন হয়।

(৪) কণাগুলির আকার এতই ক্ষুদ্র যে কণাগুলির মোট আয়তন মোট গ্যাসের আয়তনের তুলনায় নগণ্য। পরস্পর দুটি ধাক্কার মধ্যবর্তী দূরত্বের তুলনায়-ও কণার আকার নগণ্য।

(৫) অণুগুলিকে সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক গোলাকার বস্তুকণারূপে কল্পনা করা হয়েছে।

(৬) সংঘর্ষের সময়কাল দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়ের তুলনায় নগণ্য।

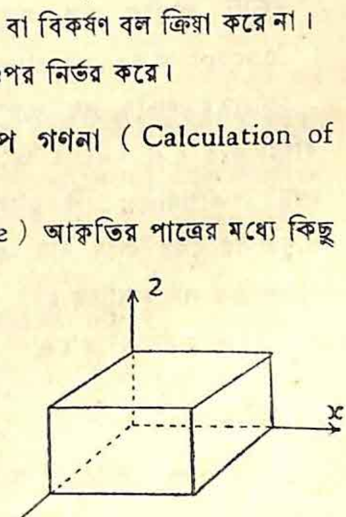
(৭) অণুগুলির মধ্যে কোনরূপ পরস্পর আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে না।

(৮) গ্যাসের তাপমাত্রা অণুগুলির গতিশক্তির ওপর নির্ভর করে।

**6·4 গতীয় তত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের চাপ গণনা ( Calculation of Pressure exerted by a gas).**

ধরা যাক, একটি V-আয়তনের ঘনক ( cube ) আকৃতির পাত্রের মধ্যে কিছু পরিমাণ গ্যাস ভরা রয়েছে ( চিত্র 3.30 )। মনে করি, মোট অণুর সংখ্যা N এবং প্রতিটি অণুর ভর $m$. কোন একটি অণুর মোট বেগ যদি c হয় এবং $x$, $y$ ও $z$ অক্ষ অভিমুখে এই বেগের উপাংশ $u$, $v$, ও $w$ হয় তাহ'লে,

$$c^2 = u^2 + v^2 + w^2$$



চিত্র 3.30

$u$ বেগে কোন একটি অণুর যদি $x$-অক্ষের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত দেওয়ালে ধাক্কা লাগে তাহ'লে স্থিতিস্থাপকত্বের জন্য অণুটি

আবার $u$ বেগে-ই উল্টো দিকে ফিরে আসবে। অর্থাৎ ধাক্কার পূর্বে তার বেগ ছিল $u$ এবং ধাক্কার পরে তার বেগ হ'ল $-u$. সুতরাং ধাক্কার পূর্বে অণুটির ভরবেগ ছিল $mu$ এবং পরে ভরবেগ হ'ল $-mu$। অতএব ভরবেগের পরিবর্তন $= mu-(-m)=2mu$. এই অণুর ধাক্কার ফলে দেওয়ালের গায়ে ঘাতবলের সৃষ্টি হচ্ছে। এভাবে বহুসংখ্যক অণুর ধাক্কার ফলে দেওয়ালের ওপর চাপ সৃষ্টি হচ্ছে। এরূপ এক সেকেণ্ডে যতগুলি অণুর ঐ দেওয়ালে ধাক্কা লাগার ফলে মোট যে ভরবগের পরিবর্তন হচ্ছে তাহ'ল ঐ দেওয়ালে প্রযুক্ত মোট বল। কারণ আমরা জানি যে ভরবেগের পরিবর্তনের হার হ'ল প্রযুক্ত বলের সমান। আবার একক ক্ষেত্রের ওপর প্রযুক্ত বল হ'ল চাপ। অতএব অণুর ধাক্কার ফলে পাত্রের দেওয়ালের একক ক্ষেত্রের উপর প্রযুক্ত বল থেকে চাপ গণনা করা যায়।

অণুগুলির গড় বেগ এবং মোট কতগুলি অণু প্রতিসেকেণ্ড একক ক্ষেত্রের ওপর ধাক্কা দিচ্ছে তার সংখ্যা হিসাব ক'রে ম্যাক্সওয়েল ( Maxwell ) গ্যাসের চাপের নিম্নলিখিত সম্পর্কটি প্রতিপাদন করেন—

চাপ, $P=\frac{1}{3}\frac{NmC^2}{V}=\frac{1}{3}mnC^2=\frac{1}{3}\rho C^2 \ldots\ldots\ldots(1)$

এখানে C=বেগের বর্গের গড়ের বর্গমূল ( Root mean square velocity )

## 6·5 গতীয় তত্ত্ব অনুসারে তাপমাত্রার ব্যাখ্যা ও গ্যাসের সূত্র ( Concept of temperature from Kinetic theory and Gas Laws ).

গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব অনুযায়ী প্রতিনিয়ত গতিশীল এই অণুগুলির গতিশক্তির বহিঃপ্রকাশ হ'ল গ্যাসের তাপমাত্রা। এই গতিশক্তি বৃদ্ধি পেলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। তাপমাত্রা বেশী হ'লে অণুগুলি বেশী চঞ্চল হয় আর তাপমাত্রা কম হ'লে অণুগুলির বেগ কমে যায় এবং তাদের গতিশক্তি-ও কমে যায়। এই তাপমাত্রা গতিশক্তির সমানুপাতিক।

(1) নং সমীকরণ হ'তে,

চাপ, $P=\frac{1}{3}\rho C^2=\frac{1}{3}\frac{M}{V}C^2$, V আয়তন গ্যাসের ভর M ধরা হয়েছে।

বা, $PV=\frac{1}{3}MC^2=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}MC^2$

এখন, $\frac{1}{2}MC^2$ = সম্পূর্ণ গ্যাসের গতিশক্তি

∴ $\frac{1}{2}MC^2 \propto T$, এখানে T = চরম স্কেলে গ্যাসের তাপমাত্রা

বা $\frac{1}{2}MC^2=k.T$, k = একটি ধ্রুবক।

∴ $PV=\frac{2}{3}\times kT=KT$, $K=\frac{2}{3}k$ = আর একটি ধ্রুবক।

এক গ্রাম-অনু পরিমাণ যে কোন গ্যাসের ক্ষেত্রে এই ধ্রুবকের মান সবসময়ে সমান এবং এই ধ্রুবককে আণবিক গ্যাস ধ্রুবক R বলে। R এর মান $8{\cdot}31\times10^7$ ergs per °A per gm. mol.। সুতরাং এক গ্রাম-অনু পরিমাণ গ্যাসের জন্য সম্পর্কটি হ'ল,

$$PV=RT \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots (2)$$

এই সমীকরণটিকে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ ( ideal or perfect gas equation ) বলে।

গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব হতে প্রাপ্ত উপরের সমীকরণের সাহায্যে গ্যাস সূত্রগুলি প্রমাণ করা যায়।

(১) তাপমাত্রা T স্থির থাকলে, (2) নং সমীকরণ হ'তে,

$$PV=\text{ধ্রুবক} \qquad \therefore\ P\propto\frac{1}{V}$$

এটি হ'ল বয়েলের সূত্র।

(২) স্থির চাপে অর্থাৎ চাপ P অপরিবর্তিত থাকলে, (2) নং সমীকরণ হ'তে,

$$V=\text{ধ্রুবক}\times T$$
$$\therefore\ V\propto T$$

এটি হ'ল চার্লস্-এর সূত্র।

(৩) স্থির আয়তনে অর্থাৎ আয়তন V অপরিবর্তিত থাকলে (2) নং সমীকরণ হ'তে,

$$P=\text{ধ্রুবক}\times T$$
$$\therefore\ P\propto T$$

এটি হ'ল চাপের সূত্র।

## 6·6 আদর্শ গ্যাস ও বাস্তব গ্যাস ( Ideal and Real gas ).

যে সকল গ্যাস গ্যাসের সূত্রগুলি একান্ত নিভু'লভাবে মেনে চলে তাদের আদর্শ গ্যাস ( Ideal gas ) বলে। একটি আদর্শ গ্যাস আদর্শ গ্যাস সমীকরণটি-ও নিভু'লভাবে মান্য করবে কারণ ঐ সমীকরণ হ'তে গ্যাসে সূত্রগুলি প্রমাণিত হয়। কিন্তু বাস্তব ক্ষেত্রে পরীক্ষা ক'রে দেখা গেছে যে, প্রকৃতিতে বর্তমান সকল প্রকার গ্যাসেই যথা, হাইড্রোজেন, অক্সিজেন, নাইট্রোজেন, কার্বন ডাই-অক্সাইড ইত্যাদি, এই গ্যাস-সূত্রগুলি মোটামুটি মেনে চললেও একেবারে সঠিকভাবে এই সূত্রগুলি মানে না। সুতরাং আদর্শ গ্যাস সমীকরণটি-ও এদের পক্ষে সঠিকভাবে প্রযোজ্য নয়।

এই সকল গ্যাসকে বাস্তব গ্যাস ( Real gas ) বলে। সকল বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রেই গ্যাস-সূত্রগুলির কিছুটা ব্যতিক্রম লক্ষ্য করা যায়।

আদর্শ গ্যাস সমীকরণটি গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব হতে প্রতিপাদন করা হয়েছে। গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব কতকগুলি মৌলিক অনুমানের ওপর ভিত্তি ক'রে প্রতিষ্ঠিত। এই অনুমানগুলি হতেই এই বৈসাদৃশ্যের কারণ বোঝা যায়। ম্যাক্সওয়েল স্পষ্টতঃই গ্যাসের একটি আদর্শ সরলীকৃত ছবি কল্পনা ক'রে নিয়েছিলেন, বাস্তবক্ষেত্রে যার থেকে কিছু কিছু ব্যতিক্রম থাকতে পারে।

প্রথমতঃ অনুমান করা হয়েছিল যে অনুগুলির পারস্পরিক দূরত্বের তুলনায় তাদের আকার নগণ্য। সুতরাং অণুগুলির মোট আয়তন গ্যাসের তুলনায় নগণ্য মনে করা হয়েছে। কিন্তু বাস্তবক্ষেত্রে অণুদের আয়তন পুরাপুরি বাদ দেওয়া যায় না। অণুগুলি কিছুটা স্থান দখল ক'রে থাকে সেকারণে সম্পূর্ণ V আয়তনে অণুগুলি মুক্তভাবে বিচরণ করতে পারে না। মুক্ত বিচরণ ক্ষেত্র V এর চেয়ে কিছুটা কম হয়। একারণে আদর্শ সমীকরণে V এর স্থানে $V-b$ লেখার প্রয়োজন হয়। গাণিতিক উপায়ে প্রমাণ করা যায় যে, $b$ এর মান অণুগুলির মোট আয়তনের চতুর্গুণ। অর্থাৎ বাস্তব গ্যাসের জন্য সমীকরণ হবে, $P(V-b)=RT$

দ্বিতীয়তঃ অনুমান করা হয়েছিল যে গ্যাসের অণুদের মধ্যে পারস্পরিক কোন আকর্ষণ বা বিকর্ষণ নেই। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে অণুদের মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল রয়েছে। গাণিতিক উপায়ে দেখান যায় যে এর ফলে গ্যাসকর্তৃক প্রকৃত প্রযুক্ত চাপ আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে গণনাকৃত চাপের চেয়ে কম। একারণে বাস্তব গ্যাসের জন্য সমীকরণ হবে, $(P+P')V=RT$. গণনার সাহায্যে দেখান যায় যে $P'=\frac{a}{V^2}$, এখানে $a$ একটি ধ্রুবক এবং V হ'ল গ্যাসের আয়তন।

উপরোক্ত দুটি বিষয় একত্রিত ক'রে বিজ্ঞানী ভ্যান-ডার-ওয়্যাল, (Van-der-Waal) বাস্তব গ্যাসের জন্য নিম্নলিখিত গ্যাস সমীকরণটি প্রতিপাদন করেছেন,

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)\left(V-b\right)=RT \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots (3)$$

এই সমীকরণটিকে **ভ্যান্-ডার-ওয়ালের সমীকরণ** (Van-der-Waal's equation) বলে। এই সমীকরণটি বাস্তব গ্যাসের আচরণের মোটামুটি সঠিক ব্যাখ্যা দিতে সমর্থ হয়।

## সপ্তম অধ্যায়

# তাপ সঞ্চালন ( Transmission of Heat )

### 7.1. তাপ সঞ্চালন ( Transmission of Heat ).

একটা লোহার দণ্ডের এক প্রান্ত আগুনের ওপর রাখলে অল্প সময়ের মধ্যেই অপর প্রান্তও খুব গরম হয়ে যায়। এক কেটলী জল আগুনের ওপর বসালে ধীরে ধীরে সমস্ত কেটলীর জল গরম হয়ে যায়। রৌদ্রে দাঁড়ালে যে আমাদের গরম লাগে তার কারণ সূর্য থেকে তাপ আমাদের দেহে এসে পড়ছে। এই উদাহরণগুলি থেকে বোঝা যাচ্ছে যে তাপ একস্থান হতে অন্যস্থানে গমন করতে পারে। তাপের এক স্থান থেকে অন্যস্থানে যাওয়াকে বলে তাপ **সঞ্চালন** ( Transmission of Heat )। এখন দেখা যাক যে তাপ সঞ্চালন কিভাবে হয় অর্থাৎ তাপ কিভাবে একস্থান থেকে অন্যস্থানে যায়।

তাপ সঞ্চালনের তিনটি পদ্ধতি আছে, যথা—**পরিবহন, পরিচলন** ও **বিকীরণ**। লোহার দণ্ডের মধ্যে দিয়ে তাপ প্রবাহ হ'ল পরিবহন, কেটলীর জল যে গরম হয় তাহ'ল পরিচলন এবং সূর্য থেকে আমরা যে তাপ পাই তাহ'ল বিকীরণ।

### 7.2. তাপের পরিবহন ( Conduction of heat ).

লোহার দণ্ডের এক প্রান্ত আগুনের ওপর রাখলে সেই অংশের কণাগুলি আগুন হতে তাপ গ্রহণ ক'রে গরম হয়ে যায়। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে সেই স্থানের অণুগুলির বেগ বেড়ে যায় অর্থাৎ সেগুলি দ্রুততর কম্পিত হ'তে থাকে। এই অণুগুলি যখন তাদের পাশের অপেক্ষাকৃত মন্থর অণুগুলিকে ধাক্কা দেয় তখন তাদেরও কম্পন দ্রুততর হয়ে যায় অর্থাৎ তাদেরও বেগ বৃদ্ধি পায়। ফলে সেইস্থানের তাপমাত্রাও বৃদ্ধি পায়। সেগুলি আবার তাদের পাশের অণুগুলির কম্পনবেগ বাড়িয়ে দিয়ে তাদের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে। এভাবে তাপ গরম প্রান্ত হ'তে ঠাণ্ডা প্রান্তে ছড়িয়ে পড়ে। যে পদ্ধতিতে পদার্থের অন্তর্নিহিত ক্ষুদ্র কণাগুলির স্থান পরিবর্তন ছাড়াই বস্তুর গরম অংশ থেকে ঠাণ্ডা অংশের দিকে তাপ সঞ্চালিত হয় তাকে **পরিবহন** ( Conduction ) বলে।

### 7.3. তাপ-পরিবাহিতা ( Thermal Conductivity ).

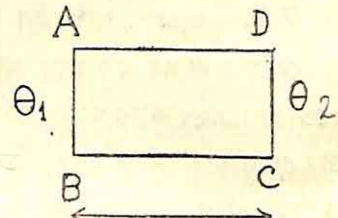
কঠিন পদার্থে তাপ সঞ্চালন পরিবহন পদ্ধতিতে হয়ে থাকে। কিন্তু সকল কঠিন পদার্থের তাপ পরিবহন ক্ষমতা সমান নয়। যেমন একই মাপের একটি লোহার দণ্ড

ও একটি কাচের দণ্ড হাতে নিয়ে তাদের এক প্রান্ত আগুনের ওপর রাখলে দেখা যাবে যে, অল্পক্ষণ পরেই লোহার দণ্ডটি এত গরম হয়ে পড়ে যে হাতে ধরে রাখা যায় না। কিন্তু কাচের দণ্ডটি অনেকক্ষণ ধরে রাখা যায়। কোন পদার্থের তাপ পরিবহন করার ক্ষমতাকে তার **তাপ পরিবাহিতা** ( Thermal Conductivity ) বলে। যে সকল পদার্থের মধ্যে দিয়ে খুব সহজে তাপ পরিবাহিত হতে পারে তাদের বলে তাপের **সুপরিবাহী** এবং যে সকল পদার্থের মধ্যে দিয়ে তাপ সহজে পরিবাহিত হতে পারে না তাদের বলে তাপের **কুপরিবাহী**। সুতরাং লোহা সুপরিবাহী কিন্তু কাচ কুপরিবাহী। লোহা, টিন, তামা, রূপা, অ্যালুমিনিয়াম, ম্যাগনেসিয়াম, পারদ ইত্যাদি প্রায় সকল ধাতুই তাপের সুপরিবাহী এবং কাচ, কাঠ, রবার, উল, তুলা প্রভৃতি পদার্থ তাপের কুপরিবাহী। তরল ও গ্যাসীয় পদার্থ সাধারণতঃ তাপের কুপরিবাহী।

কোন বস্তুর মধ্যে দিয়ে কি পরিমাণ তাপ এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে পরিবাহিত হবে তা নিম্নোক্ত বিষয়গুলির ওপর নির্ভর করে—

(1) উভয় প্রান্তের তাপমাত্রার প্রভেদ (2) প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব (3) যে ক্ষেত্রের মধ্যে দিয়ে তাপ পরিবাহিত হচ্ছে তার ক্ষেত্রফল (4) সময় ও (5) বস্তুখণ্ড যে পদার্থে তৈরী সেই পদার্থের প্রকৃতি।

একটি আয়তাকার বস্তুখণ্ড ABCD-র কথা ধরা যাক ( চিত্র 3.31 )। মনে করি, প্রান্তদ্বয়ের তাপমাত্রা $\theta_1$°C ও $\theta_2$°C, প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব d, ও ক্ষেত্রফল A। পরিবাহিত তাপ $Q$ তাপমাত্রার প্রভেদ $(\theta_1-\theta_2)$, ক্ষেত্রফল A ও প্রবাহের সময় t এর সমানুপাতিক এবং দূরত্ব d-এর ব্যাস্তানুপাতি, অর্থাৎ




চিত্র 3.31

$$\theta \propto (\theta_1-\theta_2)$$
$$\propto A$$
$$\propto t$$
$$\propto \frac{1}{d}$$

একত্রে, $Q \propto \frac{A(\theta_1-\theta_2)t}{d}$ বা $Q = K\frac{A(\theta_1-\theta_2)t}{d}$ ... ... ... ... (1)

এখানে K একটি স্থিরাঙ্ক যার মান বস্তুটি যে পদার্থে তৈরী তার প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে এবং একে সেই পদার্থের **তাপ-পরিবাহিতা** বলে।

(1) নং সমীকরণ হ'তে $K = Q$ যখন $A = 1$, $\theta_1 - \theta_2 = 1$, $d = 1$ ও $t = 1$.

কোন পদার্থের একক ক্ষেত্রফল ও একক দৈর্ঘ্যের কোন বস্তুখণ্ডের (বা একক দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি ঘনকের) প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে $1^\circ$ তাপমাত্রার ব্যবধানে একক সময়ে যে পরিমাণ তাপ প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে লম্বভাবে পরিবাহিত হয় তাকে ঐ পদার্থের তাপ-পরিবাহিতা (Thermal Conductivity) বলে।

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে তাপ পরিবাহিতার একক বার করতে হলে,

$$\text{ক্যালরি} = K \frac{\text{বর্গ সেমি.} \times \text{ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড} \times \text{সেকেণ্ড}}{\text{সেমি.}}$$

$$\text{বা, } K = \frac{\text{ক্যালোরি}}{\text{সেমি.} \times \text{ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড} \times \text{সেকেণ্ড}}.$$

অর্থাৎ তাপগ্রাহিতার একক হ'ল ক্যালোরি প্রতি সেন্টিমিটারে প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে প্রতি সেকেণ্ডে (Cal per cm. per °C per sec.)

কোন পদার্থের 1 cm. বাহুবিশিষ্ট একটি ঘনকের বিপরীত প্রান্তে 1°C তাপমাত্রার ব্যবধান থাকলে তার মধ্যে দিয়ে প্রতি সেকেণ্ডে লম্বভাবে যত ক্যালোরি তাপ পরিবাহিত হবে সেটাই হ'ল সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ঐ পদার্থের তাপগ্রাহিতা।

ইন্‌জেন হাউজ্ (Inzen Hausz)-এর পরীক্ষার সাহায্যে বিভিন্ন পদার্থের তাপগ্রাহিতা তুলনা করা যায়। এই পরীক্ষায় মোমের পাতলা প্রলেপ যুক্ত বিভিন্ন পদার্থের একই মাপের কয়েকটি দণ্ডের এক প্রান্ত একটি পাত্রের মধ্যে ঢুকিয়ে রাখা হয়েছে। এখন এই পাত্রে ফুটন্ত জল ঢাললে দণ্ডগুলির মধ্যে দিয়ে তাপ পরিবাহিত হবে এবং তার ফলে মোম গলতে থাকবে। দেখা যাবে যে স্থির অবস্থায় বিভিন্ন দণ্ডে মোম বিভিন্ন দূরত্ব পর্যন্ত গলেছে। যে দণ্ডে যত দূর পর্যন্ত মোম গলেছে বুঝতে হবে যে সেই দণ্ডে তত বেশী তাপ পরিবাহিত হয়েছে। দণ্ডগুলির তাপ পরিবাহিতা $K_1, K_2, K_3$ ইত্যাদি হ'লে এবং যে দূরত্ব পর্যন্ত মোম গলেছে তাদের মান যথাক্রমে $l_1, l_2, l_3$ ইত্যাদি হলে গাণিতিক উপায়ে দেখান যায় যে,

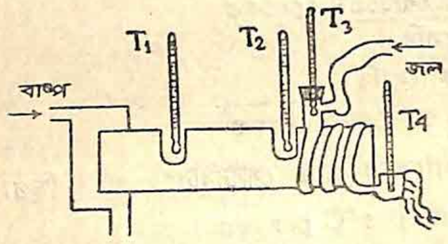
$$\frac{K_1}{l_1^2} = \frac{K_2}{l_2^2} = \frac{K_3}{l_3^2} \text{ ইত্যাদি}$$

**7·4. তাপ-পরিবাহিতার পরিমাপন (Measurement of Thermal Conductivity)**

কোন সুপরিবাহী পদার্থের তাপ-পরিবাহিতা **'সার্ল-এর পদ্ধতি'** (Searle's Method) সাহায্যে মাপা যেতে পারে। এই পদ্ধতিতে পরীক্ষণীয় পদার্থের একটি

দণ্ডের এক প্রান্ত বাষ্প-প্রকোষ্ঠের মধ্যে ঢোকান রয়েছে এবং অপর প্রান্তের চারিদিকে একটি কুণ্ডলী বা পাইপ জড়ানো রয়েছে ( চিত্র 3·32 )। এই দণ্ডের মাঝে দুটো ফুটো ক'রে তাদের মধ্যে দুটো থার্মোমিটার $T_1$ ও $T_2$ বসান রয়েছে। দণ্ডের অপর প্রান্তে জড়ানো পাইপের প্রবেশ মুখে ও নির্গম মুখে দুটি থার্মোমিটার $T_3$ ও $T_4$ বসান রয়েছে। দণ্ডটি তুলা বা উল বা কোন অপরিবাহী পদার্থ দিয়ে ভালভাবে জড়ানো রয়েছে।

বাষ্প-প্রকোষ্ঠে বাষ্প পাঠালে দণ্ডের সেই প্রান্ত গরম হয়ে যায় এবং তখন দণ্ডের মধ্যে দিয়ে তাপ অপর প্রান্তে পরিবাহিত হতে থাকে। এখন ঐ পাইপের মধ্যে দিয়ে জল পাঠালে এই তাপে সেই জলের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। প্রথম দিকে $T_1$, $T_2$, $T_3$ ও $T_4$ থার্মোমিটারের পাঠ পরিবর্তিত হতে থাকে কিন্তু নিয়মিতভাবে বাষ্প পাঠালে এবং সমহারে জল পাঠাতে থাকলে কিছুক্ষণ পরে থার্মোমিটারগুলি স্থির পাঠ নির্দেশ করবে।



চিত্র 3·32

স্থির অবস্থায় থার্মোমিটারগুলির পাঠ মনে করি, যথাক্রমে $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ও $\theta_4$। $T_1$ ও $T_2$ থার্মোমিটারের মধ্যে দূরত্ব যদি $d$ হয় তাহ'লে প্রতি সেকেণ্ডে $T_1$ এর অবস্থান হতে $T_2$ এর অবস্থানে পরিবাহিত তাপের পরিমাণ,

$$Q = KA\frac{\theta_1 - \theta_2}{d},$$ এখানে $A$ = দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল

$K$ = দণ্ডের তাপ পরিবাহিতা

এই তাপ Q অপরপ্রান্তে পৌঁছে পাইপের মধ্যে দিয়ে প্রবাহিত জলের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে। প্রতি সেকেণ্ডে প্রবাহিত জলের পরিমাণ যদি m gm. হয় তাহলে জল কর্তৃক গৃহীত তাপ হবে $m(\theta_4 - \theta_3)$

$$\therefore \quad m(\theta_4 - \theta_3) = KA\frac{\theta_1 - \theta_2}{d}$$

$$\text{বা,} \quad K = \frac{m(\theta_4 - \theta_3)\,d}{A(\theta_1 - \theta_2)} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2)$$

পরীক্ষার সাহায্যে উপরের সমীকরণের ডানদিকের প্রতিটি রাশির মান নির্ণয় ক'রে তাপ-পরিবাহিতা গণনা করা যায়।

মনে রাখতে হবে যে এই পদ্ধতি কেবলমাত্র তাপের সুপরিবাহী পদার্থের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য, কুপরিবাহী পদার্থের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য নয়, কারণ সে ক্ষেত্রে পরিমাপযোগ্য তাপপ্রবাহ পেতে হ'লে গরম ও ঠাণ্ডা পৃষ্ঠদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব খুব কম হ'তে হবে এবং প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল অনেক বেশী হ'তে হবে।

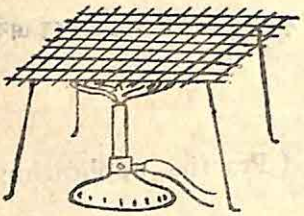
## 7.5. তাপ-পরিবহনের ব্যবহারিক প্রয়োগ ( Practial applications of thermal conductions )

(১) শীতকালে যে গরম পোষাক ব্যবহার করা হয় সেগুলি আসলে কিন্তু গরম নয়। এই পোষাক পরলে শীত লাগে না ব'লে এদের গরম পোষাক বলে। পশম তাপের কুপরিবাহী, তাছাড়া পশমের কাপড়ের ভিতর অসংখ্য সূক্ষ্ম ছিদ্র থাকে এবং সেগুলি বায়ুপূর্ণ থাকে। বায়ু তাপের কুপরিবাহী হওয়ায় দেহের তাপ বাহিরে যেতে পারে না। কাজেই দেহ গরম থাকে। কিন্তু সূতীবস্ত্রে আঁশগুলি আলগাভাবে থাকে না, আঁটসাঁট ভাবে থাকে সেজন্য তার ভিতরে বায়ুস্তর থাকতে পারে না। এই কারণে সূতীবস্ত্র ঠাণ্ডা আটকাতে পারে না। শীতকালে একটি মোটা জামার বদলে দুটি পাতলা জামা গায়ে দিলে অনেক বেশী আরাম বোধ হয়। কারণ, দুটি জামার ফাঁকে বায়ুর স্তর আবদ্ধ থাকে এবং ফলে দেহের তাপ বেরুতে পারে না। নূতন লেপ গায়ে দিলে যত আরাম হয় পুরাতন লেপে তত আরাম হয় না তার কারণ নূতন লেপের তুলা ফুলে থাকে এবং তার মধ্যে যথেষ্ট বায়ু আবদ্ধ থাকে। কিন্তু পুরাতন লেপে তুলা পিষ্ট হওয়ায় তার মধ্যে বেশী বায়ু থাকে না।

(২) টিনের ছাদযুক্ত গৃহের চেয়ে খড়ের ছাদযুক্ত গৃহ অনেক বেশী আরামদায়ক। খড় তাপের কুপরিবাহী, তাছাড়া খড়ের ছাউনির ভিতর অসংখ্য বায়ুপূর্ণ ছিদ্র থাকায় গ্রীষ্মকালে খড়ের ছাদ ভেদ ক'রে তাপ ভিতরে প্রবেশ করতে পারে না। সুতরাং ঘরের ভিতরে ঠাণ্ডা থাকে। সেইরকম শীতকালে ভিতরের তাপ বাইরে যেতে না পারায় গৃহের ভিতর গরম থাকে। কিন্তু টিন তাপের সুপরিবাহী হওয়াতে ঐ গৃহ গরমকালে অত্যধিক গরম ও শীতকালে খুব ঠাণ্ডা হয়।

(৩) বরফের চাঁই কাঠের গুঁড়া দিয়ে ঢেকে রাখা হয় যাতে বরফ তাড়াতাড়ি না গলে যায়। এর কারণ এই যে, কাঠের গুঁড়া তাপের কুপরিবাহী হওয়ায় বাহিরের তাপ কাঠের গুঁড়া ভেদ করে বরফে পৌছাতে পারে না।

(৪) একটি জ্বলন্ত বুনসেন বাতির শিখার ওপরে যদি একটি তামার তার জালি ( wire gauze ) রাখা হয় তাহ'লে দেখা যাবে যে তারজালির নীচের অংশে গ্যাস জ্বলতে থাকে কিন্তু উপরের অংশে জ্বলে না (চিত্র 3.33)। তার কারণ, তামা তাপের সুপরিবাহক বলে সমস্ত তাপ তাড়াতাড়ি তার-জালিতে ছড়িয়ে পড়ে এবং তার ফলে তার-জালির ওপরের গ্যাসের তাপমাত্রা জ্বলনবিন্দু ( ignition point ) পর্যন্ত পৌছাতে পারে না। বুনসেন বাতি নিভিয়ে দিয়ে আবার গ্যাস নল খুলে এবার জ্বলন্ত দিয়াশলাই যদি তারজালির ওপরে প্রয়োগ করা হয় তাহ'লে দেখা যাবে যে ওপরের গ্যাস দপ্‌ ক'রে জ্বলে উঠলো কিন্তু নীচের অংশের গ্যাস জ্বলছে না।


চিত্র 3·33

(৫) ডেভির সেফ্‌টি ল্যাম্পে ( Davy's Safety Lamp ) উপরের তথ্যটি কাজে লাগান হয়। এতে একটি সাধারণ বাতির আলোর শিখাকে খুব ঘন তামার তারের জালি দিয়ে ঘিরে রাখা হয়। তামা তাপের সুপরিবাহী হওয়ায় আলোর শিখার তাপ দ্রুত ঐ জালিতে ছড়িয়ে পড়ে, বাহিরে যেতে পারে না। খনির ভিতরে এই বাতি বা ল্যাম্প নিয়ে গেলে বাহিরে কোন বিস্ফোরক গ্যাস থাকলেও তাপমাত্রা জ্বলন-বিন্দু পর্যন্ত পৌছায় না ব'লে তার বিস্ফোরণ হয় না। বিস্ফোরক গ্যাস বাতির ভিতরে কিছুটা ঢুকে জ্বলতে থাকলে আলোর শিখার রঙ বদলায় এবং তখন সাবধান হওয়া যায়।

(৬) **তাপ-পরিবাহিতা ও উষ্ণতাবোধ**—কোন বস্তুতে হাত দিলে আমাদের যে ঠাণ্ডা বা গরম লাগে তা বস্তুর তাপমাত্রা ছাড়া পরিবাহিতার ওপরেও নির্ভর করে। শীতল পরিবেশে পাশাপাশি তামার পাত ও কাঠের টুকরা রেখে তাদের হাত দিয়ে স্পর্শ করলে তামার পাত কাঠের টুকরার তুলনায় বেশী ঠাণ্ডা মনে হবে, যদিও তাদের তাপমাত্রা সমান। তার কারণ তামা সুপরিবাহী ব'লে হাত হতে তাপ দ্রুত নিয়ে নেয় এবং সেই তাপ পরিবাহিত হয়ে চলে যায়। কিন্তু কাঠ তাপের কুপরিবাহী ব'লে হাত দিয়ে স্পর্শ করলে হাতের তাপ সেই অংশে চলে যায় কিন্তু ছড়িয়ে পড়তে পারে না। সেজন্য তুলনায় কাঠ বেশী গরম মনে হয়।

**গাণিতিক উদাহরণ—**

1, একটি লোহার 'বয়লার' ( boiler )-এ 100°C তাপমাত্রায় ও বায়ুমণ্ডলীয় চাপে কিছু পরিমাণ জল রয়েছে। লোহার বয়লারের দেওয়ালের বেধ 1·25 সেমি.।

বয়লারের নীচের তাপমাত্রা 120°C এবং নীচের তলের ক্ষেত্রফল 2·5 বর্গ মিটার। লোহার তাপ পরিবাহিতা 0·2 এবং জলের বাষ্পীভবনের লীনতাপ 536 ক্যালোরি প্রতি গ্রামে হ'লে ঘণ্টায় কত জল বাষ্পীভূত হবে? [ An iron boiler 1·25 cms. thick contains water at atmospheric pressure. The heated surface is 2·5 sq. metres in area and the temperature of the underside is 120°C. If the thermal conductivity of iron is 0·2 and the latent heat of evaporation of water 536 cal./gm., find the mass of water evaporated per hour. ]

এখানে, $K = 0·2$, $A = 2·5 \times 100 \times 100$ sq. cm., $d = 1·25$ cm., $\theta_1 = 120°C$, $\theta_2 = 100°C$.

এক ঘণ্টায় প্রবাহিত তাপ,

$$Q = KA\frac{\theta_1 - \theta_2}{d}t$$

$$= 0·2 \times 2·5 \times 100 \times 100 \times \frac{120 - 100}{1·25} \times 60 \times 60$$

$$= 288 \times 10^6 \text{ calories}$$

এই তাপে, বাষ্পীভূত জলের পরিমাণ $= \frac{288 \times 10^6}{536} = 537313$ gm.

2. 2 সেমি. পুরু একটি কাঠের বাক্সের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 100 cms. 60 cms. ও 60 cms. বাক্সটি বরফে ভর্তি ক'রে 30°C তাপমাত্রায় জলের মধ্যে ডুবিয়ে রাখা হ'ল। কাঠের তাপ পরিবাহিতা $4 \times 10^{-4}$ সি. জি. এস্. একক হ'লে প্রতি মিনিটে কতটা বরফ গলবে? [ A wooden box measures 100 cms. × 60 cms. × 60 cms. and each face is 2 cm. thick, the box is filled up with ice and then placed in water at 30°C. How much ice will melt per minute given that thermal conductivity of wood is $4 \times 10^{-4}$ c. g. s. unit ? ]

এখানে, $\theta_1 = 30°C$, $\theta_2 = 0°C$, $d = 2$ cm., $K = 4 \times 10^{-4}$ c. g. s. unit, $t = 60$ sec.

এখানে ভিতরের ও বাহিরের ক্ষেত্রফলের গড় নিতে হবে।

বাহিরের ক্ষেত্রফল $= 2(100 \times 60 + 100 \times 60 + 60 \times 60) = 2 \times 15600$ sq. cm.

ভিতরের " $= 2(96 \times 56 + 96 \times 56 + 56 \times 56) = 2 \times 13888$ "

$$\therefore \quad A = \frac{2 \times 15600 + 2 \times 13888}{2} = 2 \times 14744 \text{ sq. cm.}$$

প্রবাহিত তাপ, $Q = KA\frac{\theta_1 - \theta_2}{d}t = 4\times10^{-4}\times2\times14744.\frac{30-0}{2}\times60$

$= 14744\times{\cdot}72$ cal.

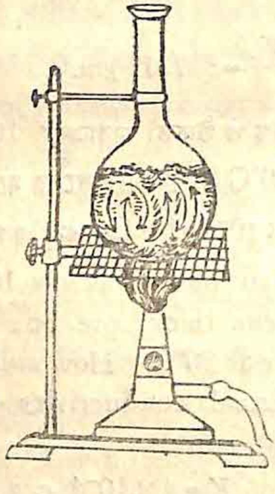
যদি প্রতি মিনিটে m gm. বরফ গলে, তাহ'লে

$m\times80 = 14744\times{\cdot}72$ ; বরফের লীনতাপ = 80 cal/gm.

$\therefore\ m = \frac{14744\times{\cdot}72}{80} = 132{\cdot}7$ gm. ( approx )

## 7·6. পরিচলন ( Convection ).

এক কেট্‌লী জল আগুনে চাপালে নিচের জলকণাগুলি প্রথমে তাপ গ্রহণ ক'রে গরম হয়। এই গরম কণাগুলি হাল্কা হয়ে যায় সে কারণে ওপর দিকে উঠতে থাকে এবং ওপরের ঠাণ্ডা ভারী কণাগুলি নিচের দিকে নামতে থাকে। এইগুলিও আবার গরম হয়ে ওপরে ওঠে। এভাবে সমস্ত জলটুকু গরম হয়। এটিই হ'ল পরিচলন পদ্ধতি। **যে পদ্ধতিতে পদার্থের অন্তর্নিহিত ক্ষুদ্রকণাগুলি নিজেরাই স্থান পরিবর্তন ক'রে বস্তুর গরম অংশ থেকে তাপ ঠাণ্ডা অংশে সঞ্চালিত করে তাকে পরিচলন ( convection ) বলে।** সাধারণতঃ তরল ও গ্যাসীয় পদার্থে তাপ সঞ্চালন পরিচলন পদ্ধতিতে হয়ে থাকে।



চিত্র 3·34

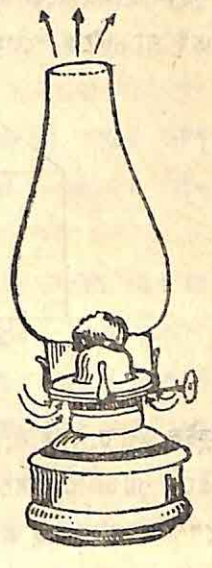
একটি কাচের ফ্লাস্কে কিছুটা জল নিয়ে সেটাকে একটা বুনসেন বাতির ওপর বসিয়ে তার ভিতরে এক টুকরা নীল ফেলে দেওয়া হ'ল। ফ্লাস্কটি গরম হতে থাকলে দেখা যাবে যে নীল জলের ধারা নিচ থেকে ওপর দিকে উঠছে এবং ফ্লাস্কের গা দিয়ে সাধারণ জলের ধারা নিচের দিকে নামছে ( চিত্র 3·34 )। নিচের নীলবর্ণ জলকণাগুলি গরম হয়ে গেলে হাল্কা হয়ে যায় এবং ওপর দিকে উঠতে থাকে, সেজন্য এরূপ হয়। কিছুক্ষণ পরে এভাবে সমস্ত জলটুকু গরম হয়ে যাবে। জলের এই স্রোতকে পরিচলন স্রোত ( Convection Current ) বলে।

টেবিল ল্যাম্প বা হ্যারিকেন লণ্ঠন যখন জ্বালান হয় তখন বায়ুতে এই পরিচলন স্রোত লক্ষ্য করা যায়। কাচের চিমনির তলার দিকে ল্যাম্পের গায়ে কয়েকটি ছিদ্র

থাকে। সেরকম ওপর দিকেও কয়েকটি ছিদ্র থাকে। বাতি যখন জ্বলে তখন আলোক শিখার ওপরকার বায়ু গরম হ'য়ে ওপরদিকে ওঠে এবং পাশের ঠাণ্ডা বায়ু নিচের ছিদ্র দিয়ে ভিতরে প্রবেশ করে ( চিত্র 3·35 )। এই ছিদ্রগুলি যদি বন্ধ ক'রে দেওয়া হয় তা'হলে বায়ু ঢুকতে না পারায় আলোক শিখা নিভে যায়।

ঘরের মধ্যে যে বায়ু চলাচল করে তার জন্যও এই পরিচলন স্রোত দায়ী। ঘরের ভিতরের দূষিত ও গরম বায়ু হাল্কা হওয়ায় ওপরে ওঠে এবং ঘুলঘুলি দিয়ে বেরিয়ে যায়। বাহিরের ঠাণ্ডা পরিষ্কার বায়ু দরজা জানালা দিয়ে ঘরের মধ্যে প্রবেশ করে। এভাবে ঘরের বায়ু বিশুদ্ধ থাকে।

এই পরিচলন স্রোতের জন্যই বায়ুপ্রবাহেরও সৃষ্টি হয়।



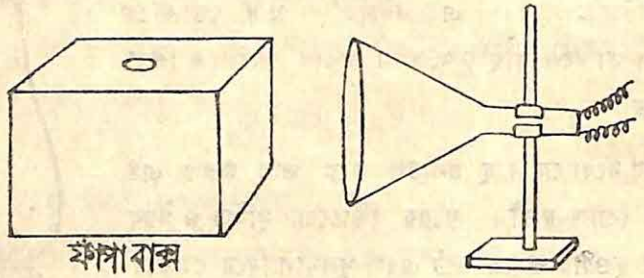
চিত্র 3·35

## 7·7. বিকিরণ ( Radiation ).

আমরা সূর্য থেকে যে তাপ পাই সেই তাপ সূর্য ও পৃথিবীর মাঝখানে বিরাট শূন্যস্থান ভেদ ক'রে আমাদের কাছে এসে পৌঁছায়। এভাবে তাপ সঞ্চালনের জন্য কোন জড় মাধ্যমের প্রয়োজন হয় না। সূর্যের তাপ পৃথিবীর বায়ুমণ্ডল ভেদ ক'রে এলেও বায়ুকে গরম করে না। যে পদ্ধতিতে জড় মাধ্যমের সাহায্য ছাড়া তাপ এক জায়গা থেকে অন্য জায়গায় সঞ্চালিত হয় এবং যাবার সময় পথিমধ্যস্থ মাধ্যমকে গরম করে না তাকে বিকিরণ ( Radiation ) বলে।

কোন বস্তুর তাপমাত্রা যদি তার চারিপার্শ্বের তাপমাত্রা থেকে বেশী হয় তাহ'লে সেই বস্তু তাপ বিকিরণ করে। বস্তুর তাপমাত্রা যত বেশী হবে বস্তুটি তত বেশী তাপ বিকিরণ করবে। কোন বস্তু কি হারে তাপ বিকিরণ করবে সেটা তার তাপ-মাত্রা, পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও পৃষ্ঠতলের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে। পৃষ্ঠতল যদি কালো বর্ণের হয় অথবা অমসৃণ হয় তাহ'লে বেশী তাপ বিকিরণ করে কিন্তু যদি সাদা অথবা মসৃণ হয় তাহ'লে খুবই কম তাপ বিকিরণ করে। নিম্নলিখিত পরীক্ষার সাহায্যে বিভিন্ন পৃষ্ঠতলের বিকিরণ মাত্রা তুলনা করা যেতে পারে।

একটি ফাঁপা তামার বা লোহার বাক্স নেওয়া হ'ল ( চিত্র 3·36 )। বাক্সটির খাড়া পৃষ্ঠতলগুলির মধ্যে একটি কালো, একটি সাদা, একটি মসৃণ এবং অপরটি অমসৃণ। এই বাক্সটিকে 'লেস্‌লির ঘনক' ( Leslie's cube ) বলে। বাক্সটির মধ্যে এবার




চিত্র 3·36

ফুটন্ত জল ঢালা হ'ল, ফলে প্রত্যেক পৃষ্ঠই একই তাপমাত্রায় গরম হবে। এখন একে একে পৃষ্ঠগুলির সামনে হাত রাখলে বোঝা যাবে যে, কালো পৃষ্ঠের সামনে সবচেয়ে বেশী তাপ লাগছে এবং মসৃণ পৃষ্ঠটির সামনে সবচেয়ে কম তাপ লাগছে। 'থার্মো-পাইল' যন্ত্রের সাহায্যে কোন পৃষ্ঠ হতে কত তাপ বিকিরণ হচ্ছে তার সঠিক তুলনা-মূলক পরিমাণ পাওয়া যায়। বস্তুপৃষ্ঠের তাপ বিকিরণ করার ক্ষমতাকে বিকিরণ মাত্রা ( emissive power ) বলে। দেখা যায় যে, কালো পৃষ্ঠের বিকিরণ মাত্রা সবচেয়ে বেশী এবং মসৃণ পৃষ্ঠের বিকিরণ মাত্রা সবচেয়ে কম।

কোন বস্তুর ওপর বিকীর্ণ তাপ এসে পড়লে, তার কতকাংশ শোষিত, কতকাংশ প্রতিফলিত এবং অবশিষ্ট অংশ বস্তুর ভিতর দিয়ে নির্গত হয়। বস্তুর ধর্ম ও প্রকৃতি ভেদে এই বিভিন্ন অংশের পরিমাণ নির্ণীত হয়ে থাকে। আপতিত তাপের r ভগ্নাংশ প্রতিফলিত, a ভগ্নাংশ শোষিত এবং t ভগ্নাংশ নির্গত হলে,

$$r+a+t=1$$

কোন বস্তুপৃষ্ঠের ওপর যে তাপ এসে পড়ে, বস্তুপৃষ্ঠ তার কতটা শোষণ করবে তা বস্তুপৃষ্ঠের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে। রৌদ্রের মধ্যে দাঁড়িয়ে থাকলে দেখা যায় যে মাথাটাই সবচেয়ে বেশী গরম হয়। এর কারণ, মাথার কালো চুল। কোন কালো পৃষ্ঠ তার ওপর যতটা তাপ এসে পড়ে তার সবটাই শোষণ করে নেয় অর্থাৎ কালো পৃষ্ঠের ক্ষেত্রে,

$$a=1, r=0 \text{ ও } t=0.$$

কিন্তু সাদা বা মসৃণ পৃষ্ঠ আপতিত তাপের খুব সামান্য অংশই শোষণ করে। দেখা যায়, যে বস্তুপৃষ্ঠের বিকিরণ মাত্রা বেশী, তার শোষণ ক্ষমতাও বেশী।

গরমকালে কালো বা কোন গাঢ় রঙের জামাকাপড়ের চেয়ে সাদা বা খুব হাল্কা রঙের জামা কাপড় বেশী আরামদায়ক, কারণ সাদা জামা কাপড় বিশেষ তাপ শোষণ করে না। সাধারণতঃ কালো কাপড়ের ছাতা ব্যবহার করা হয়, কিন্তু গরমকালে রৌদ্রের জন্য সাদা কাপড়ের ছাতা বেশী আরামদায়ক। সাদা বা মসৃণ পাত্রে গরম জিনিস রাখলে তা খুব তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হয় না, কারণ ঐ পাত্রের তাপ বিকিরণ করার ক্ষমতা কম। কালো পাত্রে রাখা গরম জল, সাদা পাত্রে রাখা গরম জল অপেক্ষা তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হয়।

আমরা জানি যে তাপ এক প্রকার শক্তি। বিকিরণ পদ্ধতিতে তরঙ্গের আকারে তাপশক্তি শূন্যের মধ্যে দিয়ে সঞ্চালিত হয়। তাপের এই রূপকে 'বিকীর্ণ তাপ' ( radiant heat ) বা 'বিকীর্ণ শক্তি' ( radiant energy ) বলে। বিকীর্ণ তাপ ও দৃশ্য আলোর মধ্যে অনেক সাদৃশ্য দেখা যায় যেমন উভয়ই সরলরেখা পথে গমন করে, উভয়ের বেগ সমান, উভয়েই প্রতিফলিত ও প্রতিসরিত হতে পারে ইত্যাদি। বিভিন্ন পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণিত হয়েছে যে দৃশ্য আলো ও বিকীর্ণ তাপের প্রকৃতি অভিন্ন। প্রভেদ এই যে আলোর তরঙ্গ ছোট, তাপের তরঙ্গ বড়।

**7·8. তাপ সঞ্চালনের তিনটি পদ্ধতির তুলনা** ( Comparison between the three different modes of propagation of heat ).

পরিবহন, পরিচলন ও বিকিরণ পদ্ধতি কাকে বলে তা পূর্বেই ব্যাখ্যা করা হয়েছে। এখানে পদ্ধতিগুলির তুলনামূলক আলোচনা করা হ'ল।

(১) পরিবহন ও পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ সঞ্চালনের জন্য জড় মাধ্যমের প্রয়োজন হয় কিন্তু বিকিরণ পদ্ধতিতে কোন জড় মাধ্যমের প্রয়োজন হয় না।

(২) পরিবহন ও পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ ধীরে ধীরে সঞ্চালিত হয় কিন্তু বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ অতি দ্রুত সঞ্চালিত হয়।

(৩) বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ যে মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে যায় তাকে গরম করে না কিন্তু পরিবহন ও পরিচলন পদ্ধতিতে মাধ্যম গরম হয়।

(৪) পরিবহন পদ্ধতিতে পদার্থের অন্তর্নিহিত কণাগুলি স্থান পরিবর্তন করে না কিন্তু পরিচলন পদ্ধতিতে কণাগুলি স্থান পরিবর্তন করে।

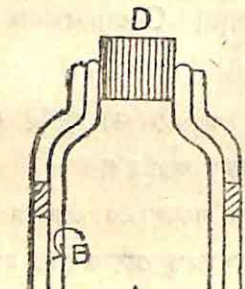
(৫) পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ কেবলমাত্র ওপর দিকে সঞ্চালিত হতে পারে কিন্তু পরিবহন ও বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ সকল দিকেই সমানভাবে সঞ্চালিত হতে পারে।

এখানে একটি উদাহরণের উল্লেখ করা যেতে পারে। একটি জলন্ত উনানের পাশের দিকে কিছুটা দূরে হাত রাখলে যতটা তাপ লাগে সেই একই দূরে ওপর

দিকে হাত রাখলে তার চেয়ে অনেক বেশী তাপ লাগে। বায়ু তাপের কুপরিবাহী হওয়ায় বায়ুর মধ্যে দিয়ে তাপ পরিচলন ও বিকিরণ পদ্ধতিতে সঞ্চালিত হয়। কিন্তু পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ কেবলমাত্র ওপর দিকে সঞ্চালিত হতে পারে, পাশের দিকে তাপ এই পদ্ধতিতে সঞ্চালিত হতে পারে না। বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ সকল দিকেই সমানভাবে সঞ্চালিত হয়। সুতরাং জ্বলন্ত উনানের পাশের দিকে তাপ কেবলমাত্র বিকিরণ পদ্ধতিতে সঞ্চালিত হয় কিন্তু ওপরদিকে তাপ বিকিরণ ও পরিচলন উভয় পদ্ধতিতেই সঞ্চালিত হয়। সেজন্য ওপরদিকে বেশী তাপ লাগে।

**7·9. থার্মোফ্লাস্ক ( Thermos flask ).**

থার্মোফ্লাস্ক, বহিরাবরণ ধাতবনির্মিত বড় বোতল আকৃতির একটি পাত্র, যা এমনভাবে তৈরী যে বাহির হতে কোন তাপ এর ভিতরে প্রবেশ করতে পারে না বা ভিতর থেকে কোন তাপ বাহিরে বেরিয়ে আসতে পারে না। ফলে এর ভিতরে কোন ঠাণ্ডা বা গরম বস্তু রাখলে তা অনেকক্ষণ ঠাণ্ডা বা গরম থাকে।



চিত্র 3·37

গঠন—একটি বড় বোতল আকৃতি ধাতব পাত্র J-এর ভিতরে দুই দেওয়াল বিশিষ্ট একটি কাচপাত্র BC রয়েছে এবং তার মুখে একটি ছিপি বা কর্ক D আটকানো রয়েছে ( চিত্র 3·37 )। এই দুই দেওয়ালের মধ্যস্থ বায়ু পাম্পের সাহায্যে বার করে নিয়ে ঐ স্থানটি যতটা সম্ভব বায়ুশূন্য রাখা হয়। এই কাচপাত্রের বাহিরের দেওয়ালের ভিতর দিক C এবং ভিতরের দেওয়ালের বাহিরের দিক B রূপার প্রলেপ দিয়ে খুব চকচকে রাখা হয়। এই কাচপাত্রটি বাহিরের ধাতব পাত্রের মধ্যে একটি স্প্রিং-এর ওপর বসান থাকে যাতে বাহিরের আঘাতে কাচপাত্র ভেঙে না যায়।

কার্যপ্রণালী—কাচ তাপের কুপরিবাহী হওয়ায় পরিবহন পদ্ধতিতে ঐ পাত্রের মধ্যে তাপ প্রবেশ করতে পারে না বা ভিতর থেকে তাপ বেরিয়ে আসতে পারে না।

কর্ক-ও তাপের কুপরিবাহী, সুতরাং ওপর দিক থেকেও তাপ যাতায়াত করতে পারে না। কাচপাত্রের দুই দেওয়ালের মাঝখানের স্থান বায়ুশূন্য থাকায় পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ সঞ্চালিত হতে পারে না। আবার ভিতরের দেওয়ালের বাহিরের দিক B মসৃণ হওয়ায় তাপ বিকীর্ণ হতে পারে না এবং সামান্য কিছু তাপ বিকীর্ণ হ'লেও বাহিরের দেওয়ালের মসৃণ ভিতরের দিক C হতে তা প্রতিফলিত হয়ে ফিরে আসে। একইভাবে বাহিরে থেকে কোন তাপ বিকিরণ পদ্ধতির দ্বারা ভিতরে আসতে পারে না। একারণে এই ফ্লাস্কের ভিতরের জিনিস অনেকক্ষণ গরম বা ঠাণ্ডা থাকে।

### 7·10. স্টিফ্যান্-এর সূত্র ( Stefan's Law ).

আমরা আগেই জেনেছি যে কোন বস্তুপৃষ্ঠ হতে বিকীর্ণ তাপ বস্তুপৃষ্ঠের তাপমাত্রার ওপর নির্ভর করে এবং বস্তুপৃষ্ঠের তাপমাত্রা যত বেশী হয় বিকীর্ণ তাপের পরিমাণও তত বেশী হয়। এই সম্বন্ধে বিজ্ঞানী স্টিফ্যান্ ( Stefan ) পরীক্ষালব্ধ তথ্য বিশ্লেষণ ক'রে 1874 সালে একটি সূত্র আবিষ্কার করেন, এই সূত্রটি স্টিফ্যান্-এর সূত্র ( Stefan's law ) নামে পরিচিত। সূত্রটি হ'ল—

**কোন বস্তু হ'তে বিকীর্ণ তাপের পরিমাণ বস্তুটির চরম স্কেলে তাপমাত্রার চতুর্থ ঘাতের সমানুপাতিক।**

1884 খ্রীস্টাব্দে বিজ্ঞানী বোল্ট্জ্ম্যান্ ( Boltzman ) তাপগতি বিদ্যার সাহায্যে সূত্রটির একটি গাণিতিক প্রমাণ খাড়া করেন। তিনি দেখান যে সূত্রটি কৃষ্ণবর্ণ পৃষ্ঠ হতে বিকীর্ণ তাপের ক্ষেত্রেই সঠিকভাবে প্রযোজ্য। সূত্রটি এখন সাধারণভাবে স্টিফ্যান্-বোল্ট্জ্ম্যান্-এর সূত্র ( Stefan-Boltzman's Law ) নামে পরিচিত। সংশোধিত আকারে সূত্রটি হ'ল—

**কোন কৃষ্ণবর্ণ বস্তুর তাপমাত্রা $T°A$ ও তার চারিপাশের তাপমাত্রা $T_0°A$ হ'লে, যদি এই বস্তুপৃষ্ঠের একক ক্ষেত্র হতে প্রতি সেকেণ্ডে বিকীর্ণ তাপশক্তির মোট পরিমাণ E হয় তাহ'লে,**

$$E \propto (T^4 - T_0^4)$$

অথবা $$E = \sigma(T^4 - T_0^4) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

এখানে, $\sigma$ একটি স্থিরাঙ্ক এবং একে 'ষ্টিফ্যানের স্থিরাঙ্ক' ( Stefan's constant ) বলে। এই স্থিরাঙ্কের মান $5{\cdot}7 \times 10^{-5}$ ergs. per sec. per $cm^2$. per $°A^4$।

'নিউটনের শীতলীকরণের নিয়ম' (Newton's Law of cooling) হ'তে আমরা জানি যে অল্প তাপমাত্রার ব্যবধানের ক্ষেত্রে কোন ঈষৎ উষ্ণ বস্তুর তাপ বিকিরণের

ফলে বস্তুটির শীতলীকরণেরহারপারিপার্শ্বিকের তাপমাত্রা ওতার তাপমাত্রার পার্থক্যের সমানুপাতী। ষ্টিফ্যান্-বোল্ট্জ্‌ম্যান্-এর সূত্র হ'তে উপরের নিয়মটির গাণিতিক ব্যাখ্যা পাওয়া যেতে পারে। ধরা যাক একটি বস্তুর তাপমাত্রা T°A এবং তার চারিপাশের তাপমাত্রা (T+t)°A অর্থাৎ বস্তুটির তাপমাত্রা পরিপার্শ্বের তাপমাত্রার চেয়ে t°A বা t°C অধিক। বস্তুটি হ'তে প্রতি সেকেণ্ডে বিকীর্ণ তাপের পরিমাণ

$$Q = K\{(T+t)^4 - T^4\},\quad K \text{ একটি ধ্রুবক।}$$
$$= K\{(T+t)^2 + T^2\}\{(T+t)^2 - T^2\}$$
$$= K\{(T+t)^2 + T^2\}\{(T+t) + T\}\{(T+t) - T\}$$
$$= K\{T^2 + T^2\}\{T + T\}t$$

এখানে যেহেতু t এর মান T এর তুলনায় অনেক কম, সেজন্য (T+t) এর স্থানে T নিলে বিশেষ ভুল হবে না।

$$\therefore\ Q = K' \times t \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4)$$

এখানে, $K' = K.4T^3$, এটি আর একটি ধ্রুবক, কারণ চারিপাশের তাপমাত্রা T°A অপরিবর্তিত থাকছে।

অর্থাৎ প্রতি সেকেণ্ডে হারানো তাপের পরিমাণ Q, বস্তুর ও পারিপার্শ্বিক তাপমাত্রার পার্থক্যের সমানুপাতী।

## 7·11. সূর্যের তাপমাত্রা নিরূপণ ( Temperature of the Sun ).

ষ্টিফ্যান্-এর সূত্রের সাহায্যে সূর্যের তাপমাত্রা নিরূপণ করা সম্ভব। সূর্য হ'তে মোট যে পরিমাণ তাপ চারিদিকে বিকীর্ণ হয় তার সামান্য যে অংশ পৃথিবীপৃষ্ঠে এসে পড়ে তার পরিমাপ হতে সূর্যের তাপমাত্রার হিসাব পাওয়া যেতে পারে।

সূর্যের তাপমাত্রা যদি T°A হয় তাহ'লে সূর্যপৃষ্ঠের একক ক্ষেত্র হ'তে প্রতি সেকেণ্ডে বিকীর্ণ তাপ হবে $\sigma T^4$.

এখন সূর্যকে r ব্যাসার্ধের একটি গোলক হিসাবে কল্পনা করলে, সূর্যপৃষ্ঠ হ'তে মোট বিকীর্ণ তাপের পরিমাণ $= 4\pi r^2 \times \sigma T^4$।

সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর কক্ষপথ বৃত্তাকার কল্পনা করলে এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ R ধরলে, মনে করতে পারি যে, সূর্য থেকে বিকীর্ণ তাপ R ব্যাসার্ধের একটি ফাঁপা গোলকের ভিতরের পৃষ্ঠে ছড়িয়ে পড়ছে। পৃথিবীপৃষ্ঠের উপর একটি একক ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কৃষ্ণবর্ণ প্লেট প্রতি মিনিটে সূর্য হতে যে তাপ গ্রহণ করে তাকে 'সূর্যের তাপ-ধ্রুবক' ( Solar Constant ) বলে। একে S অক্ষর দ্বারা সূচিত করা হয়।

সূর্য হতে প্রতি মিনিটে মোট বিকীর্ণ তাপ $4\pi r^2 \times \sigma T^4 \times 60$ এর $1/4\pi R^2$ অংশই হবে এই তাপ-ধ্রুবক।

$$\therefore \quad \frac{4\pi r^2 \times \sigma T^4}{4\pi R^2} = \frac{S}{60}$$

$$\therefore \quad T^4 = \frac{S}{60} \times \frac{R^2}{r^2 \times \sigma} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (5)$$

উপরের সমীকরণে ডানদিকের পদগুলির মান নির্ণয় ক'রে 'T' গণনা করা হয়ে থাকে।

গাণিতিক উদাহরণ—

সূর্যের ব্যাসার্ধ $4{\cdot}33 \times 10^4$ মাইল, পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $9{\cdot}28 \times 10^7$ মাইল, ষ্টিফ্যান্ ধ্রুবক $5{\cdot}67 \times 10^{-5}$ সি. জি. এস্. একক এবং সূর্যের তাপ-ধ্রুবক $1{\cdot}34 \times 10^6$ আর্গস প্রতি সেকেণ্ডে হ'লে সূর্যের তাপমাত্রা কত হবে? (If the radius of the sun be $4{\cdot}33 \times 10^4$ miles, the radius of the earth's orbit be $9{\cdot}28 \times 10^7$ miles, Stefan's constant be $5{\cdot}67 \times 10^{-5}$ C. G. S. unit and solar constant be $1{\cdot}34 \times 10^6$ ergs./sec. calculate the tempareture of the sun.)

4নং সমীকরণ হতে,

$$T^4 = \frac{S}{60} \times \frac{R^2}{r^2 \times \sigma}$$

এখানে $R = 9{\cdot}28 \times 10^7$ miles, $r = 4{\cdot}33 \times 10^4$ miles,

$\sigma = 5{\cdot}67 \times 10^{-5}$ C. G. S. unit,

$S = 1{\cdot}34 \times 10^6$ ergs/sec.

সূর্যের তাপমাত্রা, $T = ?$

$$\therefore \quad T^4 = \frac{1{\cdot}34 \times 10^6}{60} \times \left\{\frac{9{\cdot}28 \times 10^7}{4{\cdot}33 \times 10^4}\right\}^2 \times \frac{1}{5{\cdot}67 \times 10^{-5}}$$

$$= \frac{1{\cdot}34 \times 9{\cdot}28 \times 9{\cdot}28}{6 \times 4{\cdot}33 \times 4{\cdot}33 \times 5{\cdot}67} \times 10^{16}$$

$$\therefore T = 6522^\circ A.$$

# চতুর্থ ভাগ

## কম্পন ও তরঙ্গ ( VIBRATIONS & WAVES )

### প্রথম অধ্যায়

### কম্পন ( Vibrations )

**1.1 পর্যাবৃত্ত গতি** ( Periodic Motion ).

ইতিপূর্বে আমরা দুই প্রকার গতির অনুশীলন করেছি– ঋজু গতি ( Linear Motion ) এবং বৃত্তপথে বা চক্রায়িত গতি ( Circular Motion )। চক্রায়িত গতির নিচে আলোচিত একটি বৈশিষ্ট্য বিশেষভাবে লক্ষণীয়।

ধরা যাক একটি কণা স্থির কৌণিক বেগে ($\omega$) বৃত্তাকার পথ পরিভ্রমণ করছে (চিত্র 4.1)। ঠিক এই মুহূর্তে সে যদি বিন্দু Pতে X-অক্ষের সহিত $\theta$ কোণে অবস্থিত থাকে তাহ'লে এরপর 360° কোণ ( বা $2\pi$ রেডিয়ান ) অতিক্রম করবার পর সে আবার এই বিন্দুতেই ফিরে আসবে, এবং তারপর আবার $2\pi$ রোডয়ান চলবার পর সে ঠিক এই অবস্থায় থাকবে। এইভাবে এই গতির বৈশিষ্ট্য দেখা যাচ্ছে যে একই অবস্থা পুনঃপুনঃ ফিরে আসে।

**এই ধরনের যে সকল গতিতে বস্তুর গতির অবস্থার অর্থাৎ তার অবস্থান, বেগ ও ত্বরণ, একটি বিশেষ সময়ের পরে পুনরাবৃত্তি ঘটে তাদের পর্যাবৃত্ত গতি ( Periodic Motion ) বলে।**

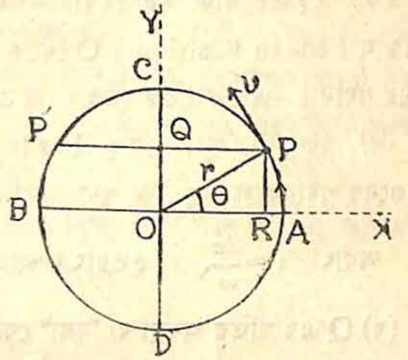
যে সময়ের ব্যবধানে গতির অবস্থার পুনরাবৃত্তি ঘটে থাকে, তাকে পর্যায়কাল ( Time Period ) বলে।

উপরের উদাহরণে পর্যায়কাল, $T=\frac{2\pi}{\omega}$, যেহেতু কৌণিক বেগ $\omega=\frac{2\pi \text{ রেডিয়ান}}{\text{পর্যায়কাল}}=\frac{2\pi}{T}$

প্রতি সেকেণ্ডে যতবার গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে তাকে **কম্পাঙ্ক** ( Frequency ) বলে। এখন "n" বার গতির পুনরাবৃত্তি ঘটতে যদি এক সেকেণ্ড লাগে, তাহলে একবার পুনরাবৃত্তির জন্য প্রয়োজনীয় সময় ( অর্থাৎ পর্যায়কাল ) স্পষ্টই $\frac{1}{n}$ হবে।

অর্থাৎ $T=\frac{1}{n}$ ,  $n=$ কম্পাঙ্ক

গতির অবস্থা, অর্থাৎ অবস্থান, কোণ, ত্বরণ ইত্যাদিকে সংক্ষেপে গতির "দশা" ( phase ) বলে। উপরোক্ত উদাহরণে X অক্ষের সহিত কোণ $\theta$ হলেই বস্তুটি P বিন্দুতে ফিরে এসেছে বুঝতে হবে। সুতরাং এখানে গতির দশা সূচিত করবার জন্ম কেবল কোণ "$\theta$"র মানই যথেষ্ট।



চিত্র 4·1

স্থির বেগে বৃত্তাকার গতি ছাড়াও আমরা পর্যাবৃত্ত গতির অন্য উদাহরণ দেখতে পাই। যথা, কোন বস্তু যখন ঘড়ির পেণ্ডুলাম বা দোলকের মতো এদিক ওদিক কম্পিত হতে থাকে তখন দেখা যায় যে একটি বিশেষ পর্যায়কাল অতিবাহিত হলেই সে তার পূর্বস্থানে ফিরে এসেছে, তখন তার গতির দশা—অর্থাৎ অবস্থান বেগ, অভিমুখ, ত্বরণ সবই আবার পূর্বের মতো হয়ে যায়। কাজেই এরূপ কম্পন গতিও ( Vibration or Oscillation ) পর্যাবৃত্ত গতি। কম্পন গতিকে অবস্থা বিশেষে দোলন এবং স্পন্দন বলে।

## 1.2 সরল দোলগতি ( Simple Harmonic Motion ).

পর্যাবৃত্ত কম্পন বহু জটিল প্রকারের হতে পারে। আমরা এখানে সরলতম কম্পন গতির আলোচনা করব। এর নাম সরল দোল গতি।

পূর্বের চিত্রে ( চিত্র 4·1) বিন্দু P থেকে Y-অক্ষে বৃত্তের ব্যাস CD-র উপর একটি লম্ব PQ টানো। এখন বিন্দু P-র বৃত্তাকার গতির সাথে সাথে বিন্দু Q এর গতির বিষয় অভিনিবেশ সহকারে চিন্তা করো।

P যখন বিন্দু C তে পৌছে যাচ্ছে তখন বিন্দু Q-ও C-তে পৌছাচ্ছে। এর পর P যখন চাপ CB ধরে B-র দিকে অগ্রসর হয় তখন Q বিন্দু সরলরেখা CO ধ'রে নীচের দিকে নামতে থাকে। P বিন্দু B-তে পৌছালে Q-র অবস্থান হয় মূলবিন্দু O-র উপরে। এখানে লক্ষণীয় যে P যখন বিন্দু P′ এ থাকে তখনও কিন্তু Q-এর অবস্থান চিত্রে প্রদর্শিত Q বিন্দুতেই। কিন্তু তার গতির অভিমুখ বিপরীত ( অর্থাৎ O থেকে C-র দিকে না হয়ে C-র থেকে O-র দিকে)। সুতরাং এখানে Q এর "দশা"র পুনরাবৃত্তি হয়েছে বলা চলে না। বিন্দু O থেকে নামতে নামতে Q বিন্দু D অবধি পৌছে আবার উঠতে আরম্ভ করে এবং অবশেষে P যখন $\theta$ কোণে পূর্ব অবস্থানে ফিরে আসে তখন Q এর অবস্থানও ঠিক পূর্বের মতো হয়, অর্থাৎ Q এর অবস্থারও পুনরাবৃত্তি ঘটে।

এইভাবে P-র চক্রপথে ঘোরার সাথে সাথে Q সমানে CD সরলরেখা ধ'রে C এবং D-র মধ্যে ওঠা নামা বা কম্পন করতে থাকে।

সংক্ষেপে আমরা Q এর গতির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্যগুলি লক্ষ্য করি—

(ক) Q এর গতি সরলরেখীয়—অর্থাৎ রেখা CD-র মধ্যে সীমাবদ্ধ। সাম্য অবস্থান ( Mean Position ) O থেকে সর্বাধিক দূরত্ব OC বা OD, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r$-এর সমান। এই সর্বাধিক দূরত্ব r কে এই গতির বিস্তার ( Amplitude ) বলে।

(খ) বিন্দু Q, দুইটি বিন্দু C এবং D-র মধ্যে কম্পন বা দোলন করছে। এই দোলনের পর্যায়কাল বিন্দু P-র পর্যায়কালেরই সমান।

অর্থাৎ $T=\frac{2\pi}{\omega}$, সুতরাং কম্পাংক $n=\frac{\omega}{2\pi}$

(গ) Q এর গতির অবস্থা বা "দশা" বোঝাতে গেলে P-র "দশা" $\theta$ জানা থাকলেই যথেষ্ট। সুতরাং $\theta$ কোণকেই Q এর "দশা" বলা যায়।

(ঘ) সাম্য অবস্থান O থেকে Q-র সরণ = রেখা OQ

সুতরাং Q বিন্দুর সরণ $= y = OQ = PR = OP \sin\theta$ [ ত্রিভুজ OPR থেকে ]

অর্থাৎ $y = r \sin\theta$

$$= r \sin \omega t \cdots\cdots(1)$$

[ যেহেতু কৌণিক বেগ $\omega=\frac{\theta}{t}$, এখানে t = সময় ]

উপরের সমীকরণ থেকেও দেখা যায় যে Q-র সর্বাধিক দূরত্ব অর্থাৎ গতির বিস্তার r এর সমান। কেননা $\sin\theta$-র বৃহত্তম মান এক এবং সেক্ষেত্রে $y = r$।

উপরের বৈশিষ্ট্যযুক্ত কম্পন গতিকে **সরল দোলগতি** ( Simple Harmomic Motion ) বলে।

**সরল দোলগতিতে বস্তুর ত্বরণ ও বেগ—**

লক্ষণীয় যে বিন্দু Q এর বেগ দূরতম বিন্দু C ও D-তে শূন্য হয়ে যাচ্ছে এবং সাম্য বিন্দু O-তে অধিকতম হচ্ছে। বেগের পরিমাণগত সূত্র জানতে গেলে মনে রাখতে হবে যে যেহেতু Q বিন্দু P থেকে Y অক্ষের উপর টানা লম্বের পাদবিন্দু, সুতরাং Q এর বেগ ও ত্বরণ যে কোনো মুহূর্তে P এর বেগ ও ত্বরণের OY অভিমুখে উপাংশ ( componen ) ছাড়া আর কিছুই নয় এবং ভেক্টরের উপাংশের নিয়ম অনুযায়ী যে কোনো অভিমুখে ভেক্টরের উপাংশ গণনা করতে গেলে ভেক্টর রাশির মানকে ঐ অভিমুখে এবং ভেক্টরের মধ্যস্থ কোণের cosine দ্বারা গুণ করতে হয়।

এখন, বিন্দু P-র বেগ v এবং তার অভিমুখ Pতে বৃত্তের স্পর্শকের অভিমুখে। ব্যাসার্ধ OP এবং OY এর মধ্যস্থ কোণ যখন ( $90°-\theta$ ) তখন স্পর্শক ও OY-র মধ্যস্থ কোণ $\theta$।

সুতরাং Q এর বেগ $= v \cos\theta = \omega r \cos\theta$ ... ... (2)

এই সূত্র থেকেই বোঝা যায় যে সাম্য বিন্দুতে যখন $\theta = 0°$ হয়, তখন $\cos 0° = 1$ এবং বেগের সর্বাধিক মান $\omega r$. বিন্দু C ও D-তে $\theta = 90°$ এবং $270°$ তখন $\cos 90° = \cos 270° = 0$, সুতরাং বেগ $= 0$।

বৃত্তাকার গতির নিয়ম থেকে আমরা জানি যে বিন্দু P-র ত্বরণ f এর অভিমুখ ব্যাসার্ধ PO, Y অক্ষের সঙ্গে ( $90°-\theta$ ) কোণ করছে।

$$\text{এবং } f = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

অতএব Q এর ত্বরণ ( যার অভিমুখ Q থেকে O-র দিকে ) যদি a হয়, তাহলে

$$a = f\cos(90°-\theta) = \omega^2 r \sin\theta$$

$$= \omega^2 y \qquad [\ (1)\ \text{নং সমীকরণ থেকে}\ ]$$

যেহেতু ত্বরণ 'a'-র অভিমুখ y-অক্ষের ঋণাত্মক দিকে, সুতরাং উপরে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়।

$$\text{অর্থাৎ}\quad a = -\omega^2 y \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (3)$$

এখানে $\omega^2$ একটি ধ্রুবক সুতরাং **সরল দোলগতিতে বস্তুর ত্বরণ সাম্যবিন্দু থেকে তার দূরত্ব বা সরণের সমানুপাতী এবং সাম্যবিন্দুর অভিমুখী।**

স্পষ্টতঃই $m$ ভরের কোনো কণা Q এর মধ্যে এই ত্বরণ a উৎপন্ন করার জন্য সাম্যবিন্দুর অভিমুখী একটি বল F থাকা প্রয়োজন

$$F = ma = -m\omega^2 y \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (4)$$

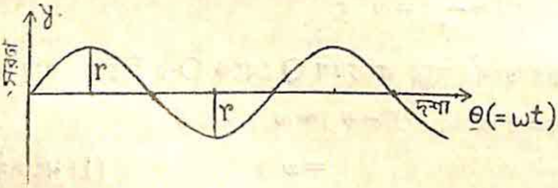
$= -ky$ এখানে $k = m\omega^2$ একটি স্থিরাংক যার নাম 'বলের স্থিরাংক' ( Force Constant )। আমরা দেখছি যে $k = \frac{F}{y}$, অর্থাৎ একক সরণ উৎপন্ন হলে, বলের পরিমাণকে 'বলের স্থিরাংক' বলে।

প্রকৃতিতে অধিকাংশ স্থিতিস্থাপক পদার্থেরই এটি বৈশিষ্ট্য যে তার দৈর্ঘ্য, আয়তন বা আকৃতি ইত্যাদির সাম্য অবস্থা থেকে কোনো দিকে বিকৃতি ( strain ) ঘটালে পীড়নের ( stress ) বলের সমান স্থিতিস্থাপকতার বল সাম্যবিন্দুর অভিমুখে উৎপন্ন হয়, যার মান বিকৃতির সমানুপাতী। সুতরাং এক্ষেত্রে ঐ পদার্থের মধ্যে সরল দোলগতির সৃষ্টি হয়। এখানেই সরল দোলগতির গুরুত্ব। একটি টানা তারকে

আঙুল দিয়ে বা ছড় দিয়ে টেনে দিলে দেখা যায় সেটি কম্পিত হতে থাকে। একই কারণে স্থিতিস্থাপক কঠিন পদার্থ মাত্রকেই আঘাত করলে সরল দোলগতিতে কম্পন আরম্ভ হয়।

### 1·3. সরল দোলগতির লেখচিত্র ( Graphical representation of S. H. M. )

সরল দোলগতিতে সরণ y এবং দশা $\theta$ ( $=\omega t$ )-র মধ্যে লেখচিত্র আঁকলে সেটি ত্রিকোণমিতিতে কোণ $\theta$ এবং তার sine ( অর্থাৎ $\sin\theta$ ) এর মধ্যকার লেখচিত্রের অনুরূপ হবে। কারণ এখানে সরণ $y=r\sin\theta$। শুধু এখানে y-অক্ষের সর্বাধিক মান বিস্তার r এর সমান হবে ( চিত্র 4 2 )।

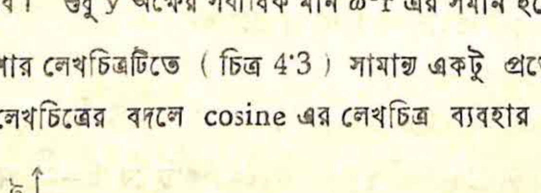



চিত্র 4·2

যেহেতু $\theta=\omega t$, সুতরাং এই লেখচিত্রটিই সরণ এবং সময় t র মধ্যকার লেখচিত্রও বটে। শুধু এখানে x অক্ষে $\theta$-র মানকে $\omega$ দিয়ে ভাগ দিয়ে নিলেই সময় t-র মান পাওয়া যাবে।

তেমনি, যেহেতু ত্বরণ $a=-\omega^2 r\sin\theta$, ত্বরণ এবং কোণের লেখচিত্রও অবিকল এইরূপই দেখতে হবে। শুধু y অক্ষের সর্বাধিক মান $\omega^2 r$ এর সমান হবে।

কিন্তু বেগ ও দশার লেখচিত্রটিতে ( চিত্র 4·3 ) সামান্য একটু প্রভেদ থাকবে। এখানে sine এর লেখচিত্রের বদলে cosine এর লেখচিত্র ব্যবহার করতে হবে।




চিত্র 4·3

অর্থাৎ এ ক্ষেত্রে দশা $\theta=0$ হ'লে, সরণ ও ত্বরণের মান শূন্য হয়, বেগের মান কিন্তু তখনই সর্বাধিক ($v=\omega r$)

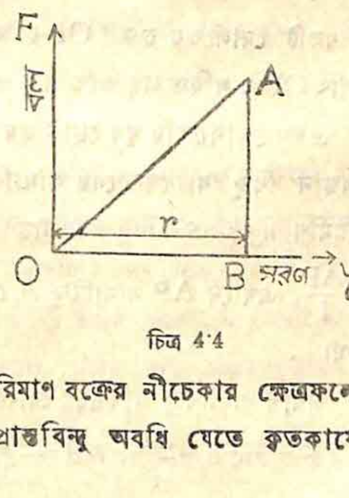
## 1·4. সরল দোলগতিতে শক্তি ( Energy in S.H.M. ).

আমরা জানি যে সরল দোলগতিতে বস্তু যখন সাম্যবিন্দু অতিক্রম করে তখন তার বেগ সর্বাধিক অর্থাৎ $v = \omega r$ এর সমান হয়। এখানে v বৃত্তপথে চলমান বিন্দু P-র বেগ। সুতরাং বস্তুর ভর যদি $m$ হয় তার সর্বাধিক গতিশক্তি ( Kinetic Energy ) $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2r^2$ ... ... ... (5)

$= \frac{1}{2}kr^2$ [ সমীকরণ (4) থেকে বলস্থিরাংক $k = m\omega^2$ ]

সাম্যবিন্দু অতিক্রম করবার পর বস্তুর বেগ মন্থর হতে থাকে এবং অবশেষে প্রান্ত-বিন্দুতে শূন্য হয়ে যায়। তখন গতিশক্তি সম্পূর্ণরূপে স্থিতিশক্তিতে ( Potential Energy ) রূপান্তরিত হয়ে যায়।

স্থিতিশক্তির পরিমাণ গণনা করতে গেলে মনে রাখতে হবে যে সাম্যবিন্দু অতিক্রম করা মাত্রই বস্তুর উপর স্থিতিস্থাপকতার বল $F(=ky)$ কাজ করতে আরম্ভ করে সুতরাং সে এই বলের বিরুদ্ধে কার্য করতে থাকে। এখন সরণ y এবং বল F এর মধ্যকার লেখচিত্রও ( চিত্র 4·4 ) সরল রেখা হয়।




চিত্র 4·4

সর্বাধিক সরণ OB = বিস্তার r এবং তখন বল $F = AB = kr$। কিন্তু আমরা পূর্বে দেখেছি যে বল ও সরণ লেখচিত্রে কৃতকার্যের পরিমাণ বক্রের নীচেকার ক্ষেত্রফলের সমান হয়। অর্থাৎ বস্তুর দ্বারা সাম্যবিন্দু থেকে প্রান্তবিন্দু অবধি যেতে কৃতকার্যের মোট পরিমাণ = ত্রিভুজ OAB-র ক্ষেত্রফল

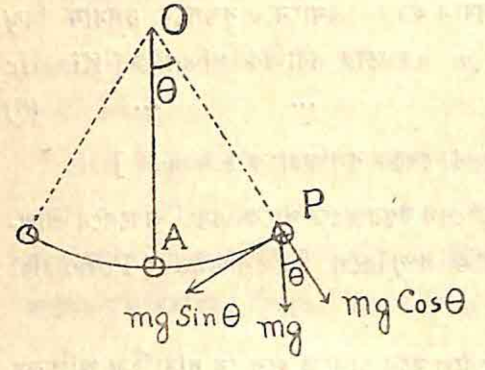
$$= \frac{1}{2} \times OB \times AB$$
$$= \frac{1}{2}r.kr$$
$$= \frac{1}{2}kr^2 = \frac{1}{2}m\omega^2r^2$$

কিন্তু এই কার্যই প্রান্তবিন্দুতে স্থিতিশক্তির পরিমাণ।

অতএব দেখা যাচ্ছে যে সাম্যবিন্দুতে বস্তুর সমস্ত গতিশক্তি প্রান্তবিন্দুতে স্থিতি-শক্তিতে রূপান্তরিত হয়ে যাচ্ছে। এইভাবে শক্তি সংরক্ষিত হচ্ছে। সুতরাং দোলগতিতে শক্তির পরিমাণ সর্বদাই $\frac{1}{2}kr^2$ এর সমান। এই পরিমাণ দোলগতির বিস্তার r-এর বর্গের সমানুপাতী।

**1·5. সরল দোলকের গতি** ( Motion of a Simple Pendulum ).

একটি সরল দোলকের গতি স্পষ্টতঃই দোলন গতি। কিন্তু তার বিস্তার যদি অধিক হয় তাহলে গতি সরলরেখায় না হয়ে একটি বৃত্তের চাপে হয়। কিন্তু যদি দোলনের বিস্তার খুব অল্প হয় তাহলে চাপটি প্রায় একটি সরলরেখা বলে ধরে নেওয়া যায় ( চিত্র 4·5 )।




চিত্র 4'5

এখন দোলকের পিণ্ড (Bob) এর ভর m হ'লে তার ভার = mg. এই ভারের দুটি উপাংশ (Component) —একটি দোলকের সুতা OP-র অভিমুখে $mg\ \cos\theta$ এবং অপরটি P-তে স্পর্শক অর্থাৎ OP-র সহিত লম্ব অভিমুখে $mg\ \sin\theta$ হয়।

এখন কোণ $\theta$ যদি খুব ছোট হয় তাহলে P থেকে স্পর্শকের অভিমুখ প্রায় নিম্নতম অবস্থান বিন্দু বা দোলনের সাম্যবিন্দু A-র দিকে বলে ধরে নেওয়া যায় এবং তার পরিমাণ $mg\ \sin\theta = mg\ \theta$ দাঁড়ায় ( $\because$ $\sin\theta = \theta$ যদি $\theta \cong 0$)। কিন্তু কোণ $\theta = \frac{AP}{l}$, এখানে AP সাম্যবিন্দু A থেকে দোলক P-র দূরত্ব এবং $l =$ OP, দোলকের দৈর্ঘ্য।

অর্থাৎ সাম্যবিন্দু অভিমুখে দোলকের উপর প্রযুক্ত বল যদি F হয়,

$$F = mg\ \theta = \frac{mg}{l} \cdot AP = \frac{mg}{l} \cdot y,$$ এখানে y = AP = সাম্যবিন্দু থেকে দূরত্ব

অর্থাৎ সরল দোলগতির মতোই এখানেও দোলকের উপর বলের পরিমাণ সাম্যবিন্দু থেকে দোলকের দূরত্বের সমানুপাতী।

অতএব কোণ $\theta$ খুব ছোট হ'লে দোলকের গতিকে সরল দোলগতি বলে ধরে নেওয়া যায়।

সরল দোলগতির সমীকরণ (4) এর সঙ্গে দোলকের সমীকরণটি তুলনা করলেই দেখা যায় যে এখানে,

$$m\omega^2 = \frac{mg}{l}$$

অর্থাৎ $\omega^2 = \frac{g}{l}$ এবং $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

কিন্তু সরল দোলগতির পর্যায় কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega}$

সুতরাং পেণ্ডুলামের পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ... ... (6)

**1·6. দুটি সরল দোলগতির সংযোজন** ( Composition of two S.H.M s ) বা উপরিপাতন ( Superposition ).

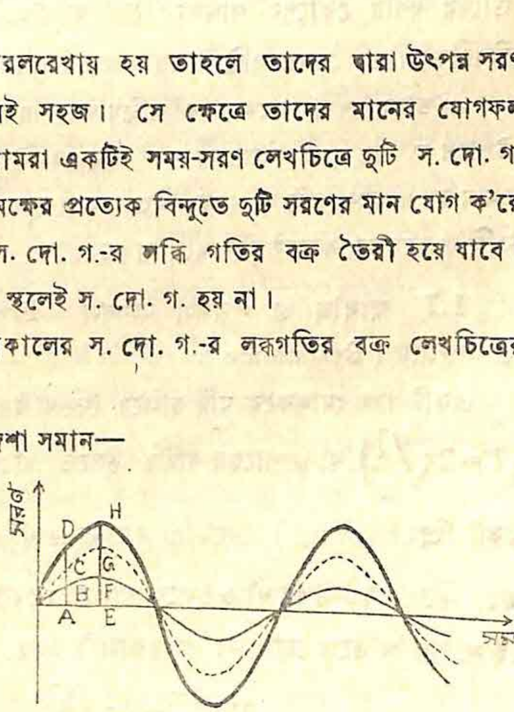
সরল দোলগতিতে কম্পনরত বস্তুর যে কোনো মুহূর্তে সাম্যবিন্দু থেকে একটি নির্দিষ্ট সরণ রয়েছে। সরণ একটি ভেক্টর রাশি। সুতরাং কোনো বস্তুর উপর যদি এক সঙ্গে দুটি স. দো. গ. ( সরল দোল গতি ) কাজ করে তাহলে যে কোনো মুহূর্তে প্রত্যেকটি স. দো. গ. একটি নির্দিষ্ট সরণ উৎপন্ন করবে। এইভাবে উৎপন্ন দুটি সরণের ভেক্টর সংযোজন করলে লব্ধি সরণ পাওয়া যাবে। সে মুহূর্তে সেইটাই হবে বস্তুর বাস্তবিক সরণ। এইভাবে প্রতিমুহূর্তেই তার একটি লব্ধি সরণ থাকবে। সুতরাং দুটি স. দো. গ. একযোগে কাজ করলেও প্রত্যেক মুহূর্তে বস্তুর একটি নির্দিষ্ট সরণ থাকবে। একে উপরিপাতনের সিদ্ধান্ত ( Principle of superposition of S.H.M. ) বলে।

দুটি স. দো. গ. যদি একই সরলরেখায় হয় তাহলে তাদের দ্বারা উৎপন্ন সরণ দুটির ভেক্টর সংযোজন করা খুবই সহজ। সে ক্ষেত্রে তাদের মানের যোগফল ক'রে নিলেই যথেষ্ট। এর জন্য আমরা একটিই সময়-সরণ লেখচিত্রে দুটি স. দো. গ. বক্র টেনে দিতে পারি এবং সময় অক্ষের প্রত্যেক বিন্দুতে দুটি সরণের মান যোগ ক'রে লব্ধি সরণ এঁকে নিলেই দুটি স. দো. গ.-র লব্ধি গতির বক্র তৈরী হয়ে যাবে। বলাবাহুল্য এই লব্ধগতি অধিকাংশ স্থলেই স. দো. গ. হয় না।

এখন আমরা দুটি সমান পর্যায়কালের স. দো. গ.-র লব্ধগতির বক্র লেখচিত্রের সাহায্যে বার করব।

(ক) যখন স দো. গ. দুটির দশা সমান—

( এখানে — রেখা দ্বারা প্রথম স.দো.গ. ··· রেখা দ্বারা দ্বিতীয় স. দো. গ. এবং — দ্বারা লব্ধিগতির বক্র আঁকা হয়েছে। )

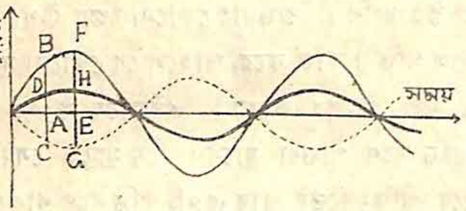



চিত্র 4·6

সময় অক্ষের বিন্দু A তে দেখা যাচ্ছে প্রথম স. দো. গ. দ্বারা উৎপন্ন সরণ AB এবং দ্বিতীয়ের দ্বারা AC।

সুতরাং লব্ধি সরণ AD = AB + AC। তেমনি বিন্দু E তে লব্ধি সরণ EH = EF + EG.। এইভাবে অনেকগুলি বিন্দু নিয়ে আমরা লব্ধিগতির বক্র টেনেছি। দেখা যাচ্ছে যে দুটি সমদশায় স. দো. গ.-র সংযোজনের ফলে প্রাপ্ত গতিটিও একটি স. দো. গ. হয়। লব্ধি স. দো. গ.-র বিস্তার দুটি উপাংশ স. দো.গ.-র বিস্তারের যোগফল।

(খ) যখন স. দো. গ. দুটির দশা বিপরীত—




চিত্র 4·7

পূর্বের ন্যায় এখানেও বিভিন্ন বিন্দুতে দুটি বক্র থেকে সরণ দেখে নিয়ে একটির থেকে অপরটি বিয়োগ দিয়ে লব্ধি সরণ বার করা হয়েছে। যথা, AD = AB − AC; EH = EF − EG, ইত্যাদি। এখানে বিয়োগ দেওয়ার কারণ এই যে যেহেতু স. দো. গ. দুটির দশা বিপরীত, তাদের দশার কোণের পার্থক্য 180° বা $2\pi$. অর্থাৎ উৎপন্ন সরণ দুটি সর্বদাই বিপরীতমুখী। সেজন্য লব্ধি পাওয়ার জন্য বিয়োগ দিতে হচ্ছে।

এইভাবে দেখা যাচ্ছে যে লব্ধিগতিও একটি স. দো. গ.। আর বিস্তার দুটি উপাংশ স. দো. গ.-র বিয়োগফল। অতএব উপাংশ স. দো. গ. দুটির বিস্তার যদি সমান হয় তাহলে লব্ধি স. গ.-র. বিস্তার হবে শূন্য। অর্থাৎ তখন কণাটি আর আদৌ কম্পিত হবে না, সর্বদাই স্থির হয়ে থাকবে।

## 1.7 স্বাধীন ও পরবশ কম্পন (Free and Forced Vibration) ও অনুনাদ (Resonance).

একটি সরল দোলককে যদি দুলিয়ে দেওয়া হয় তাহলে সে এক নির্দিষ্ট পর্যায়কাল $\left(T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right)$ বা কম্পাঙ্কের সহিত দুলতে থাকে। এরূপ k 'বল-স্থিরাংক' যুক্ত একটি স্প্রিং (spring) থেকে m ভরযুক্ত একটি বস্তু ঝুলিয়ে দিয়ে একটু নীচে টেনে ছেড়ে দিলে, সেটি উপর নীচে দুলতে থাকবে। যেহেতু $k = m\omega^2$, $\omega^2 = \frac{m}{k}$, সুতরাং এই স. দো. গতিতে দোলনের পর্যায়কাল T হবে

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$$

এভাবে যেখানেই কোনো স্থিতিস্থাপকতার বল কাজ করে, বস্তু তার ভর এবং

স্থিতিস্থাপকত্বের গুণাংক অনুযায়ী একটি নির্দিষ্ট পর্যায়কালের সাথে কম্পন করতে পারে। এই ধরনের কম্পনকে বস্তুর মুক্ত বা স্বাধীন ( Free ) কম্পন বলে। প্রত্যেক স্থিতিস্থাপক বস্তুরই একটি নিজস্ব কম্পাংক থাকে।

এখন ধরা যাক যে এইরূপ একটি কম্পাংকযুক্ত বস্তুর উপর বাইরের থেকে আর একটি স.দো.গ. প্রয়োগ করা হল। এর ফলে এখানেও আমরা দুটি স.দো.গ. পাচ্ছি। একটি বস্তুর স্বাধীন কম্পাঙ্কের স.দো.গ. এবং অন্যটি বাইরের থেকে প্রযুক্ত স. দো.গ.। এর ফলে দুটি বিকল্প অবস্থার সৃষ্টি হতে পারে।

(ক) প্রযুক্ত স. দো. গ.-র শক্তি এত অধিক যে বস্তুটি সেই কম্পাংক অনুযায়ী কম্পিত হতে বাধ্য হয়। তখন বস্তুর কম্পন স্বাধীন না থেকে পরবশ ( Forced ) হয়ে পড়ে।

(খ) প্রযুক্ত স. দো. গ.-র শক্তি যদি এত অধিক না হয় তাহলে এখানে বস্তুটি দুটি স. দো. গ. গতিতে একসঙ্গে কম্পিত হবার চেষ্টা করে—প্রথমটি বাহ্য প্রযুক্ত কম্পনের এবং দ্বিতীয়টি বস্তুর নিজস্ব স্বাধীন কম্পনের। এখন এই দুটি কম্পনের পর্যায়কাল যদি পৃথক হয় তাহলে বস্তুর লব্ধি কম্পন বা প্রকৃত কম্পন কি প্রকারের হবে আমরা নিম্নরূপে বুঝবার চেষ্টা করতে পারি। প্রথম যখন বাহ্যিক কম্পন স্থির বস্তুর উপর প্রযুক্ত হবে তখন সেই প্রযুক্ত কম্পন নিজের দশা অনুসারেই বস্তুকে কম্পিত করতে আরম্ভ করবে। কিন্তু যেহেতু প্রযুক্ত ও নিজস্ব কম্পনের পর্যায়কাল পৃথক, এবং উভয়ের কৌণিক বেগ $\omega_1$ এবং $\omega_2$ ও পৃথক, সুতরাং প্রতি সেকেণ্ডে উভয়ের দশা $\omega_1 - \omega_2$ পার্থক্য উৎপন্ন হবে। এইভাবে কিছু সময় বাদে $\left(\text{অর্থাৎ } \dfrac{\pi}{\omega_1 - \omega_2} \text{ সেকেণ্ড বাদে}\right)$ উভয়ের দশায় $\pi$ রেডিয়ান পার্থক্য হয়ে যাবে বা উভয়ের দশা বিপরীত হয়ে যাবে। তখন বাহ্যিক কম্পনের দরুণ সরণ এবং স্বাধীন কম্পনের সরণ বিপরীতমুখী হবে। অর্থাৎ লব্ধি সরণ দুটি সরণের বিয়োগফল হবে। কাজেই দেখা যাচ্ছে যে বাহ্যিক কম্পন যেমন মাঝে মাঝে বস্তুকে কম্পিত করতে চাইবে, তেমনি মাঝে মাঝে আবার তার কম্পনের বিস্তার কমিয়ে দিতে চাইবে। সুতরাং লব্ধি কম্পনের বিস্তার কখনোই বাড়তে পারবে না।

কিন্তু প্রযুক্ত কম্পনের পর্যায়কাল যদি স্বাধীন কম্পনের পর্যায়কালের ঠিক সমান হয় তাহলে সব সময়েই দুটি স. দো. গ. সম দশাতেই থাকবে। সুতরাং বস্তুর কম্পনের বিস্তার সবসময়েই বেশী হবে। এর ফলে সবসময়েই জোরালো শব্দ উৎপন্ন হবে। একে অনুনাদ ( Resonance ) বলে।

পরবশ কম্পনের উদাহরণঃ একটি গ্রামোফোনের 'সাউণ্ড বক্সের' (Sound Box)

পর্দাটি রেকর্ডের খাঁজে পিন যে কম্পনে কম্পিত হয় ঠিক সেই কম্পাংককেই কম্পিত হতে বাধ্য হয়। এইরূপই টেলিফোন, লাউডস্পীকার ইত্যাদির পদগুলিও বিদ্যুৎ দ্বারা উৎপন্ন কম্পাংকে কম্পিত হতে বাধ্য হয়। সেতার, তানপুরা ইত্যাদিতে যে বড় লাউ এর খোলটি লাগানো থাকে সেতারের তারের কম্পনের সঙ্গে সেটিও অনুরূপ ভাবে কম্পিত হতে থাকে এবং এই পরবশ কম্পনের ফলে শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি পায়।

অনুনাদের উদাহরণ : এক প্রান্ত জলের মধ্যে ডোবান একটি নলের মধ্যে আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভের ওপরে একটি স্বরশলাকা বাজিয়ে ধরলে ঐ বায়ুস্তম্ভটি কম্পিত হয়। নলটি ওঠানামা ক'রে বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য কম বেশী করলে দেখা যাবে যে একটি বিশেষ অবস্থায় আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভটির কম্পনের শব্দ খুব জোরালো হয়। এই অবস্থায় বায়ুস্তম্ভের স্বাধীন কম্পাংক ও স্বরশলাকার কম্পাংক সমান হয়। ফলে অনুনাদ সৃষ্টি হয় এবং সে কারণে খুব জোরালো শব্দ শোনা যায়।

**1.8. মন্দিত কম্পন ( Damped Oscillation ).**

আমরা পূর্বে বলেছি সরল দোলগতিতে শক্তি সংরক্ষিত থাকে। অর্থাৎ কম্পমান বস্তু অনন্তকাল ধরে কম্পিত হতে থাকা উচিত। কিন্তু বাস্তবক্ষেত্রে সেরূপ হয় না। দেখা যায় যে কম্পমান বস্তুর বিস্তার ক্রমশঃ কমে যেতে থাকে এবং অবশেষে সে স্থির হয়ে যায়। যেহেতু স. দো. গ.-র শক্তি বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী, বিস্তার কমে যাওয়ার অর্থই হ'ল স. দো. গ-র শক্তি ক্ষয় হওয়া। এরূপ হবার কারণই বা কি আর স. দো. গ.-র বিনষ্ট শক্তি কোথায় যায়?

কার্যতঃ কম্পমান সমস্ত বস্তুই কোন না কোন পদার্থের সংস্পর্শে থাকে। এর ফলে প্রথমতঃ সেই পদার্থের সঙ্গে ঘর্ষণের ফলে বস্তুর কিছু শক্তি তাপে পরিণত হয়। অথবা বস্তু যদি বায়ুর মধ্যে কম্পিত হয় তাহলে বায়ুর সান্দ্রতার ( Viscosity ) ফলে বস্তুর গতি বাধা প্রাপ্ত হয় এবং কিছু শক্তি তাপে পরিণত হয়। এইভাবে স. দো. গ-র শক্তির অপচয় ঘটে।

দ্বিতীয়তঃ, কম্পমান বস্তু বায়ু বা অন্য যে কোন পদার্থের সংস্পর্শে থাকে, তার মধ্যে পরবশ কম্পন উৎপন্ন করে। এর জন্যে বস্তুর কম্পনের কিছু শক্তি ব্যয়িত হয়ে যায়। এই ঘটনার গুরুত্ব এই যে বায়ুর মধ্যে উৎপন্ন পরবশ কম্পন চতুর্দিকে বিস্তৃত হয়ে আমাদের কানে প্রবেশ করে এবং কর্ণপটহেতে পরবশ কম্পন উৎপন্ন করে। এর ফলে আমাদের শব্দের অনুভূতি জন্মায়।

এই উভয় প্রকারে শক্তি ক্ষয় হবার ফলে কার্যতঃ সমস্ত বস্তুর কম্পনের বিস্তার ক্রমশঃ কমে যেতে থাকে, একে মন্দিত কম্পন ( Damped oscillation ) বলে।

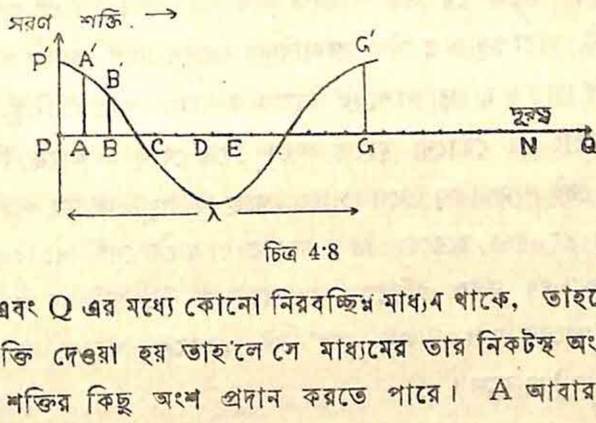
## দ্বিতীয় অধ্যায়

# তরঙ্গ গতি ( Wave Motion )

### 2.1 তরঙ্গ গতির অর্থ ও তাৎপর্য ( Significance of Wave Motion ).

আমি যদি একটি বিড়ালের দিকে ঢিল ছুঁড়ে মারি তাহলে আমার মাংসপেশীর শক্তির সাহায্যে ঢিলের মধ্যে গতিশক্তি উৎপন্ন করছি এবং সেই গতিশক্তি বিড়ালের উপর প্রয়োগ করায় সে আঘাত পাচ্ছে। শক্তিকে এক স্থান থেকে অন্য স্থানে সঞ্চালিত করবার এটি একটি উপায়।

একটি বিন্দু P থেকে অন্য এক বিন্দু Q-তে শক্তি সঞ্চালনের ( transmission ) আর একটি উপায় নিম্নরূপ ( চিত্র 4·8 )।




চিত্র 4·8

যদি P এবং Q এর মধ্যে কোনো নিরবচ্ছিন্ন মাধ্যম থাকে, তাহলে বিন্দু Pকে যদি কিছু শক্তি দেওয়া হয় তাহ'লে সে মাধ্যমের তার নিকটস্থ অংশ ( বা কণা ) A-কে সেই শক্তির কিছু অংশ প্রদান করতে পারে। A আবার তার নিকটস্থ অংশ B কে, আবার B অংশ C-কে, C আবার D-কে এইভাবে অবশেষে সেই শক্তি বিন্দু Q অবধি পৌঁছে যাবে।

কিন্তু এই উপায়ে যদি খানিকক্ষণ ধরে অবিরত P থেকে Q অবধি যান্ত্রিক শক্তি সঞ্চালিত করতে হয়, তাহলে P-র মধ্যে কম্পন উৎপন্ন করতে হবে। P যদি কম্পিত হতে থাকে তাহলে যেহেতু A অংশ তার সংস্পর্শে রয়েছে, A-র মধ্যেও পরবশ কম্পন উৎপন্ন হবে। আবার A যদি কম্পিত হতে থাকে তাহলে সে তার স.দো.গ-র শক্তি সন্নিহিত অংশ Bকে প্রদান করতে থাকবে এবং ফলতঃ B কম্পিত হতে আরম্ভ করবে। এইভাবে একটু পরে দেখা যাবে বিন্দু Q-ও কম্পিত হচ্ছে।

এখানে একটি বিশেষ জিনিস লক্ষণীয় এই যে যেহেতু বিন্দু P, মাধ্যমের অংশ

A-র মধ্যে পরবশ কম্পন উৎপন্ন করছে, A-র সরণের ( A A′ ) দশা P সরণের কম্পনের ( P P′ ) দশা থেকে সামান্য একটু পিছিয়ে থাকতে বাধ্য। তেমনি Aতে যা দশা, তার সন্নিহিত অংশ B-র কম্পনের দশা তার একটু পিছনে থাকবে। এই ভাবে পিছাতে পিছাতে অবশেষে এমন একটি অংশ অবশ্যই আসবে ( ধরা যাক G ) যেখানে কম্পনের দশা P থেকে 360° বা $2\pi$ রেডিয়ান পিছিয়ে আছে। অর্থাৎ Gতে কম্পনের দশা P-র সঙ্গে অভিন্ন অর্থাৎ G-তে সরণ GG′ = PP′। সবসময়েই দেখব যে P ও G সমদশায় কম্পিত হচ্ছে। ধরা যাক দূরত্ব PG = $\lambda$ তাহলে G থেকে এগিয়ে $\lambda$ দূরত্বে আবার একটি অংশ N এমন পাওয়া যাবে যার দশা P এবং G-র সমান।

**কোনো মাধ্যমের ABCDE ইত্যাদি সন্নিহিত অংশগুলির এই প্রকার পরস্পর সম্পর্কিত কম্পনগতি, যার সাহায্যে মাধ্যমের এক স্থান থেকে অন্য স্থানে শক্তি সঞ্চালিত হতে পারে, একে তরঙ্গ গতি (Wave Motion) বলে।**

স্পষ্টই দেখা যাচ্ছে যে এই গতিতে মাধ্যমের অংশগুলি এক স্থান থেকে অন্য স্থানে যাচ্ছে না, তারা শুধু নিজ নিজ সাম্যবিন্দুর আশেপাশে কম্পন করছে। কিন্তু প্রত্যেকটি অংশ তার সন্নিহিত অংশদের নিজের কম্পনের শক্তির কিছু অংশ প্রদান করছে। সুতরাং যে কোনো মুহূর্তে অংশ Pতে যে শক্তি আছে, কিছু সময় পরে দেখা যাবে যে সেই শক্তি বিন্দু Qতে পৌঁছে গেছে। শুধু তাই নয়, এই মুহূর্তে বিন্দু P-র কম্পনের যে দশা রয়েছে, কিছু পরে দেখা যাবে সেই দশা বিন্দু Q-তে গিয়ে পৌঁছেছে। অতএব তরঙ্গ গতিতে মাধ্যমের মধ্যে দিয়ে দুটি গুণ সঞ্চালিত হচ্ছে—শক্তি এবং কম্পনের দশা। এই জন্য এই তরঙ্গকে অনেক সময় **দশা-তরঙ্গ** ( phase wave )-ও বলে।

**দূরত্ব PG কে অর্থাৎ যে নিকটতম দূরত্বে দুটি কম্পমান অংশের দশা সমান হয় তাকে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য ($\lambda$) বলে।**

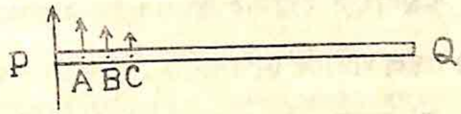
মাধ্যমের কম্পমান অংশগুলির কম্পাংক, পর্যায়কাল ও বিস্তারকে তরঙ্গের কম্পাংক, পর্যায়কাল ও বিস্তার বলে।

যদি A, B, C, D ইত্যাদি অংশগুলির কম্পনের অভিমুখ ( অর্থাৎ তাদের সরণের অভিমুখ ) তরঙ্গের গতিপথের ( চিত্রে রেখা PQ-র ) অভিলম্ব হয়, তাহলে তরঙ্গকে তির্যক ( Transverse ) তরঙ্গ বলে।

কিন্তু অংশগুলি যদি তরঙ্গের গতিপথের সমান্তরালভাবে (অর্থাৎ চিত্রে রেখা PQ) কম্পিত হয় তাহলে তরঙ্গকে অনুদৈর্ঘ্য ( Longitudinal ) তরঙ্গ বলে।

(ক) তির্যক ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের উদাহরণ

একটি স্থিতিস্থাপক দণ্ড PQ এর P প্রান্তটিকে যদি উপর নীচে কাঁপিয়ে দেওয়া হয় তাহলে কঠিন পদার্থের 'দৃঢ়তা' ( rigidity )-র ফলে P অংশটি স. দো. গ.-তে উপর নীচে কম্পিত হবে। এই দোলনের ফলে P-র সন্নিহিত অংশ A এবং




চিত্র 4·9

তারপরে B, C ইত্যাদি কম্পিত হবে ( চিত্র 4·9 )। এইভাবে কম্পনের তরঙ্গ P থেকে Q পর্যন্ত প্রসারিত হবে। এখানে স্পষ্টই কম্পনের দশা তরঙ্গের দশার অভিলম্ব। সুতরাং এই তরঙ্গ তির্যক প্রকৃতির। এইভাবে সমস্ত কঠিন পদার্থের দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপকতার ফলে তির্যক তরঙ্গ উৎপন্ন হতে পারে।

কিন্তু P প্রান্তে আঘাত ক'রে বিন্দু P-কে যদি Q এর দিকে ঠেলে দেওয়া হয় অথবা বিপরীত দিকে টেনে নেওয়া হয় তাহলে দণ্ডের অনুদৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপকতা বা ইয়ং-এর গুণাংকের প্রভাবে P অংশটি উপরের চিত্রে ডাইনে বাঁয়ে অর্থাৎ রেখা PQ-র সমান্তরাল কম্পিত হতে থাকবে। তার ফলে A, B, C ইত্যাদি সকল অংশই পর্যায়ক্রমে ডাইনে বাঁয়ে কম্পিত হবে। এভাবে এক্ষেত্রে দোলনের অভিমুখ ও তরঙ্গের অভিমুখ ( PQ ) অভিন্ন। সুতরাং অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ উৎপন্ন হবে। এভাবে কঠিন পদার্থে তির্যক ও অনুদৈর্ঘ্য উভয় তরঙ্গই সম্ভব।

(খ) তরল পৃষ্ঠের তরঙ্গ

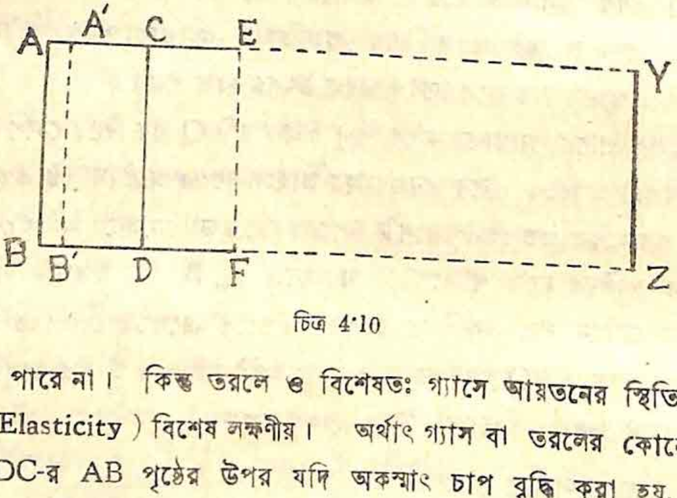
আমরা পূর্বে দেখেছি যে পৃষ্ঠটানের বলের প্রভাবে তরলের পৃষ্ঠ ত্বক একটি রবারের ঝিল্লীর মতো ব্যবহার করে। অর্থাৎ কোনো অংশকে সাম্য অবস্থান থেকে উপরে বা নীচে সরালেই তার উপর সাম্যবিন্দুর দিকে বল কাজ করে। এই বল সরণের সমানুপাতী। সুতরাং অংশটি স. দো. গতিতে উপর নীচ কম্পিত হয়। এর ফলে তার আশে পাশে চারিদিকের অংশও উপর নীচে কম্পিত হতে থাকে। এইভাবে সেই বিন্দুটিকে কেন্দ্র করে দোলনের দিশা সমস্ত তরলপৃষ্ঠের উপর চারিদিকে গোল গোল ঢেউ এর রূপে ছড়িয়ে পড়ে। স্পষ্টই এখানে কম্পনের অভিমুখ উল্লম্ব অথচ তরঙ্গের অভিমুখ অনুভূমিক। সুতরাং তরঙ্গগুলি তির্যক।

তরলপৃষ্ঠের তরঙ্গ লক্ষ্য করলে আমরা তরঙ্গ গতির বিষয় অনেক কিছু জানতে পারি। এর জন্য 'রিপ্‌ল্ ট্যাংক' ( Ripple Tank ) ব্যবহার করা হয়। এটি

একটি বড় চতুষ্কোণ বা গোলাকার কাচের পাত্র যার মধ্যে প্রায় এক সেন্টিমিটার গভীর জল ভরা থাকে। পাত্রের নীচে বিজলী বাতি জলকে আলোকিত করে। এই আলো জলের ভিতর দিয়ে আসবার পর তাকে লেন্স ও প্রিজ্‌ম দ্বারা পর্দার উপর প্রতিফলিত করা হয়। এখন জলে তরঙ্গের সৃষ্টি করলে ঐ তরঙ্গের ঢেউ-গুলিকে পর্দার উপর অগ্রসরমান বৃত্তাকার আলোছায়া রূপে প্রত্যক্ষ করা যায়।

**(গ) গ্যাস ও তরল পদার্থে চাপ তরঙ্গ** ( Pressure wave )

আমরা জানি যে তরলে বা গ্যাসে অনুদৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপকতা বা দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপকতা থাকে না। সুতরাং এর ভিতরে অণুদের সাম্য অবস্থানের আশে পাশে কম্পন হতে পারে না। অর্থাৎ এই উপায়ে তির্যক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের




চিত্র 4·10

সৃষ্টি হতে পারে না। কিন্তু তরলে ও বিশেষতঃ গ্যাসে আয়তনের স্থিতিস্থাপকতা ( Bulk Elasticity ) বিশেষ লক্ষণীয়। অর্থাৎ গ্যাস বা তরলের কোনো একটি স্তর ABDC-র AB পৃষ্ঠের উপর যদি অকস্মাৎ চাপ বৃদ্ধি করা হয়, তাহ'লে পৃষ্ঠ AB সরে A′B′ অবস্থানে চলে গিয়ে ঐ স্তরের আয়তন কমিয়ে A′B′DC করে দেবে ( চিত্র 4·10 )। এই আয়তন বিকৃতির ফলে পীড়নের প্রতিক্রিয়ায় আয়তন স্থিতিস্থাপকতার বল উৎপন্ন হবে এবং গ্যাসের উপরে চাপ বৃদ্ধি পাবে। এর ফলে AB-র উপর চাপ বৃদ্ধির কয়েক মুহূর্ত পরেই স্তরের অপরপৃষ্ঠ CD-র উপরেও চাপের বৃদ্ধি হবে। তখন সংকুচিত আয়তন A′B′DC ক্রমশ পুনরায় প্রসারিত হবে এবং পৃষ্ঠ A′B′ বাঁ দিকে এবং পৃষ্ঠ CD ডান দিকে সরে যাবে। আবার CD-র ডানদিকে সরণের ফলে তার সন্নিহিত স্তর CDFE এর মধ্যে একই অবস্থার পুনরাবৃত্তি ঘটবে। এইভাবে পৃষ্ঠ AB-র উপর প্রযুক্ত চাপ যদি স. দো গতিতে বৃদ্ধি ও হ্রাস পেতে থাকে তাহলে CD-র উপরের চাপও এইভাবে হ্রাস-বৃদ্ধি পেতে থাকে, শুধু তার দশা AB উপরের চাপের দশার থেকে কিছু পিছিয়ে থাকবে। পরিশেষে এই চাপের হ্রাস-বৃদ্ধি

পৃষ্ঠ YZ অবধি পৌঁছে যাবে। এইভাবে যে তরঙ্গের উৎপত্তি হয় তাকে **চাপ-তরঙ্গ** ( Pressure Wave ) বলে।

লক্ষণীয় এই যে পূর্বে আলোচিত তরঙ্গের মতো এখানে মাধ্যমের কোনো অংশই সাম্য অবস্থানের আশেপাশে কম্পিত হচ্ছে না। তার পরিবর্তে এখানে প্রত্যেক স্তরের চাপ ও আয়তনের হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটছে। চাপ যখন বৃদ্ধি পেয়ে কোনো স্তরের আয়তন কমে যাচ্ছে, তাকে বলে **ঘনীভবন** ( compression )। তারপর যখন স্তরের আয়তন আবার বেড়ে গিয়ে চাপ কমে যাচ্ছে তাকে **তনূভবন** ( rarefaction ) বলে। এইভাবে যে কোনো একটি স্তর পর্যাবৃত্তভাবে সমানে ঘনীভূত ও তনূভূত হচ্ছে।

এই তরঙ্গের প্রকৃতি স্পষ্টই অনুদৈর্ঘ্য।

এইভাবে উৎপন্ন তরঙ্গকেই আমরা শব্দতরঙ্গ বলে থাকি। কোনো বায়ু (বা জলের) মধ্যে যখনই কোনো কঠিন পদার্থ কম্পিত হয়, সে তার আশেপাশের মাধ্যমে পর্যায়ক্রমে ঘনীভবন ও তনুভবন সৃষ্টি করতে থাকে এবং অবশেষে চাপের এই ক্রমাগত হ্রাস-বৃদ্ধি আমাদের কর্ণপটহের নিকটস্থ বায়ুতে সঞ্চালিত হয়। তখন কর্ণপটহ পরবশ কম্পনে কম্পিত হতে থাকে ও আমাদের মস্তিষ্কে শব্দ শোনার অনুভূতি জাগে।

**2·2. তরঙ্গের দৈর্ঘ্য, কম্পাঙ্ক ও বেগের সম্পর্ক** ( Relation between wave-length, frequency and velocity )

মনে করি P এবং Q কোনো তরঙ্গের গতিপথে মাধ্যমের দুটি বিন্দু এবং দূরত্ব PQ, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ-র সমান। অর্থাৎ P ও Q-র দশার পার্থক্য 360° বা এরা সমদশায় আছে। স্পষ্টই দেখা যাচ্ছে যে P-র দশা যতক্ষণে 360° পরিবর্তিত হচ্ছে, ততক্ষণে Q সেই দশা প্রাপ্ত হচ্ছে। অর্থাৎ P-র পর্যায়কাল যদি T হয়, তাহলে T সেকেণ্ডে P-র দশা Q অবধি গিয়ে পৌঁছায়। সুতরাং দশার বিস্তারের বেগ

$$c=\frac{PQ}{T}=\frac{\lambda}{T}$$

কিন্তু দশার সঞ্চালনের বেগ তরঙ্গের বেগ।

অতএব তরঙ্গের বেগ $c=\frac{\lambda}{T}=\lambda n$. [ n = কম্পাংক ] … … (1)

**2·3. তরঙ্গের কোনো স্থানে সরণ গণনা** ( Calculation for displacement ):

ধরা যাক যে একটি সচল ( Progressive ) তরঙ্গে কোনো বিন্দু O-তে কোন এক মুহূর্তে t সময়ে কম্পনের দশা $\theta$ $(=\omega t)$. তাহলে λ দূরত্বে কম্পনের

দশায় $2\pi$ পরিবর্তন হবে। এখন O থেকে x দূরত্বে যদি একটি বিন্দু P নেওয়া হয় তাহলে তার দশার পরিবর্তন হবে $\frac{2\pi x}{\lambda}$. সুতরাং সেই একই মুহূর্তে বিন্দু P-দশা $\theta' = \theta - \frac{2\pi x}{\lambda}$,

সুতরাং বিন্দু P-র সরণ $y = r \sin \theta' = r \sin\left(\theta - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

$$= r \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$= r \sin\left(2\pi nt - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$$= r \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$$

উপরোক্ত সূত্রটিকে সচল তরঙ্গের সমীকরণ বলে। এর দ্বারা কোনো মূল বিন্দু থেকে $x$ দূরত্বে অবস্থিত কোনো বিন্দুর t সেকেণ্ড সময়ে সরণ গণনা করা যায়।

গাণিতিক উদাহরণ

1. একটি সুর শলাকার কম্পাঙ্ক 200 প্রতি সেকেণ্ডে, শব্দের বেগ 1100 ফুট/সেকেণ্ড। পর্যায়কাল ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [The frequency of a fork is 200 cycles per sec. The speed of sound is 1100 ft/sec. Find the time period and the wave length.]

এখানে, $n = 200/\text{sec}$, $c = 1100$ ft/sec, $\lambda = ?$, $T = ?$

আমরা জানি, $c = n\lambda$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{c}{n} = \frac{1100}{200} = 5{\cdot}5 \text{ ft}$$

এবং $T = \frac{1}{n} = \frac{1}{200} = {\cdot}005$ sec.

2. একটি সুরশলাকা হতে 3 সেমি. দীর্ঘ তরঙ্গ নির্গত হয় এবং এই তরঙ্গের বেগ কোন এক মাধ্যমে 330 মিটার প্রতি সেকেণ্ডে। দ্বিতীয় এক মাধ্যমে যেখানে তরঙ্গের বেগ 300 মিটার প্রতি সেকেণ্ডে, সেখানে সুরশলাকাটির কম্পন 55 বার হলে তরঙ্গ কতটা অগ্রসর হবে? [A tuning fork sets up waves of length 3 cms. which travel with a speed of 330 metres per sec. in a medium. If the fork completes 55 vibrations in another medium

where the wave velocity is 300 metres per sec., how far the wave would have travelled in that medium ? ]

আমরা জানি, $c = n\lambda$

প্রথম মাধ্যমে, $c_1 = 330 \times 100$ cm./sec, $\lambda_1 = 3$ cm., $n = ?$

$\therefore\ 330 \times 100 = n \times 3$

বা, $n = 11000.$

দ্বিতীয় মাধ্যমে, $c_2 = 300 \times 100$ cm./sec, $n = 11000$, $\lambda_2 = ?$

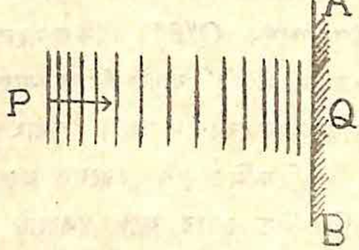
$\therefore\ 300 \times 100 = 11000 \times \lambda_2$

বা, $\lambda_2 = \frac{300 \times 100}{11000} = \frac{30}{11}$ cm.

সুতরাং, 55 বার কম্পন হলে তরঙ্গ $55 \times \lambda_2 = 55 \times \frac{30}{11} = 150$ cms. দূরত্বে অগ্রসর হবে।

## 2·4. তরঙ্গের প্রতিফলন ( Reflection of Waves ) :

ধরা যাক উৎস বা স্বনক ( source ) P থেকে বায়ুতে অনুদৈর্ঘ্য চাপ তরঙ্গ অর্থাৎ শব্দতরঙ্গ একটি দেওয়াল AB-তে পৌছাচ্ছে ( চিত্র 4·11 )। দেওয়ালের সন্নিহিত বায়ুস্তরটি (Q) যখন ঘনীভূত হয়, তখন তার পুনরায় অনুভবন প্রক্রিয়া চিন্তা করো। স্পষ্টই এই স্তরের ডানদিকের পৃষ্ঠের সরণ হতে পারে না, কেননা সেখানে কঠিন দেওয়াল AB রয়েছে। অতএব এই স্তর Q কেবলমাত্র বাঁ দিকের স্তরে চাপ বৃদ্ধি ক'রে সে একটি নূতন তরঙ্গ উৎপন্ন করছে। এই তরঙ্গের অভিমুখ Q থেকে P-এর দিকে এবং দশা আপতিত তরঙ্গের থেকে 180° পৃথক। এই নূতন তরঙ্গকে তরঙ্গ PQ-র প্রতিফলিত তরঙ্গ বলে।



চিত্র 4·11

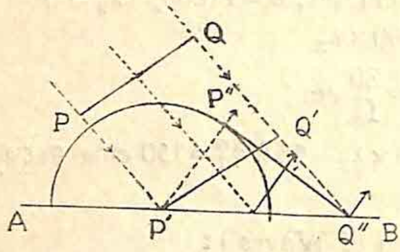
যখনই কোনো এক মাধ্যমে এমন কোনো পৃষ্ঠ বা স্থান থাকে যেখানে অন্তদিকে মাধ্যমের অংশ আর কাম্পিত হতে পারে না, সেখানেই মাধ্যমে প্রসরমাণ তরঙ্গ প্রতিফলিত হয়।

তরঙ্গাগ্র ( **Wave Front** ) ও প্রতিফলনের নিয়ম—

যখন আমরা জলের তরঙ্গ দেখি, তখন মনে হয় একটির পর একটি বৃত্তাকার ( যা চাপের আকারের ) ঢেউ এগিয়ে চলেছে। এগুলিকে তরঙ্গাগ্র ( **Wave Front** ) বলে। একটি তরঙ্গাগ্র বস্তুতঃ এমন একটি রেখা বা পৃষ্ঠ যা পাশাপাশি স্থিত সমান দশার বিন্দুগুলিকে সংযুক্ত করে। বৃত্তাকার তরঙ্গাগ্রের বক্রতার ব্যাসার্ধ

( Radius of curvature ) অগ্র থেকে উৎস বিন্দুর দূরত্বের সমান। উৎসের দূরত্ব অসীম হ'লে অগ্র একটি সরলরেখা। যে কোনো বিন্দুতে তরঙ্গাগ্রের অগ্রগতির অভিমুখ হচ্ছে সেই বিন্দুতে অগ্রের উপর অভিলম্ব।

মনে করো যে একটি তরঙ্গাগ্র PQ প্রতিবন্ধক পৃষ্ঠ AB-র দিকে অগ্রসর হচ্ছে ( চিত্র 4·12 )। PQ একটি সরলরেখা। কিছু সময় পরে অগ্রের অবস্থান P′Q′, তখন বিন্দু P′ পৃষ্ঠ AB-কে স্পর্শ করছে। এখন প্রতিফলনের ফলে P-কে কেন্দ্র করে প্রতিফলিত তরঙ্গ বৃত্তাকারে চারিদিকে ছড়াতে আরম্ভ করবে। যতটা সময়ে Q′ বিন্দু Q″ এ পৃষ্ঠ AB-কে স্পর্শ করবে ততক্ষণে P′ থেকে প্রতিফলিত তরঙ্গ Q′ Q″ এর সমান ব্যাসার্ধে বৃত্তাকারে ছড়িয়ে পড়বে। এইভাবে এই মুহূর্তে তরঙ্গাগ্র হবে Q″ থেকে এই বৃত্তের উপর স্পর্শক Q″P″। কিন্তু সরল জ্যামিতির থেকে বোঝা যাচ্ছে যে আপতিত তরঙ্গাগ্র P′Q′ বাধা AB-র সঙ্গে যে কোণ করছে, প্রতিফলিত তরঙ্গাগ্র P″Q″ তার সমান কোণ করছে। অর্থাৎ আপতন কোণ = প্রতিফলন কোণ।

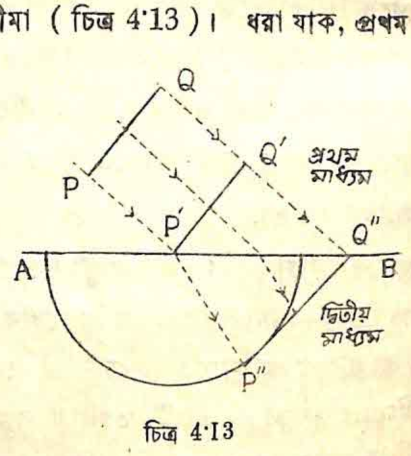


চিত্র 4·12

প্রতিফলিত শব্দ তরঙ্গের জন্য প্রতিধ্বনির ( echo ) সৃষ্টি হয়। কোন শব্দ প্রতিফলিত হবার ফলে মূলধ্বনি হতে পৃথকভাবে শ্রোতার কানে প্রবেশ করলে তাকে প্রতিধ্বনি বলে।

## 2·5. তরঙ্গের প্রতিসরণ ( Refraction of waves )

মনে করো পৃষ্ঠ AB দুটি মাধ্যমের সীমা ( চিত্র 4·13 )। ধরা যাক, প্রথম মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ অধিকতর। একটি তরঙ্গাগ্র PQ, P′Q′ অবস্থানে পৃষ্ঠ AB-র উপর আপতিত হ'ল। এখন যতটা সময়ে তরঙ্গাগ্রের Q′ প্রান্ত AB অবধি Q″ বিন্দুতে পৌঁছাবে ততক্ষণে P′ অংশ হতে তরঙ্গ P′P″ ব্যাসার্ধে বৃত্তাকার পথে ছড়িয়ে পড়বে, Q′Q″ ও P′P″-এর অনুপাত দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগের অনুপাতের সমান। কিন্তু দ্বিতীয় মাধ্যমে বেগ কম হওয়ায় P′P″ দূরত্ব



চিত্র 4·13

Q'Q" এর চেয়ে কম হবে। সুতরাং দেখা যাবে যে দ্বিতীয় মাধ্যমে নূতন তরঙ্গাগ্র P"Q" খানিকটা ঘুরে গেছে। একেই তরঙ্গের প্রতিসরণ বলে।

যে মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ অধিক সেই মাধ্যমে তরঙ্গাগ্রের গতিপথ ( অর্থাৎ তরঙ্গাগ্রের অভিলম্ব ) দুটি মাধ্যমের সীমারেখার উপর লম্বের সঙ্গে বৃহত্তর কোণ করে। অর্থাৎ প্রতিসরিত তরঙ্গ যে মাধ্যমের বেগ কম তার মধ্যে লম্বের দিকে ঘুরে যায়।

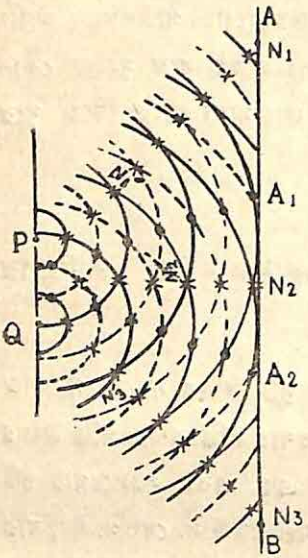
## 2·6. তরঙ্গের উপরিপাতন ( Superposition ) ও ব্যতিচার (Interference).

পূর্বে আমরা দেখেছি যে একই বস্তুকণার উপর দুটি বিভিন্ন স. দো. গ. কাজ করতে থাকলে কী উপায়ে তাদের সংযোজনের দ্বারা কণার লব্ধি কম্পন গতি উৎপন্ন হয়। আমরা এও দেখেছি যে সমান কম্পাংকের এবং একই সরলরেখায় দুটি স. দো. গতির দশা যদি সমান হয় তাহলে লব্ধি কম্পনও একটি স. দো. গ. হয়, যার বিস্তার দুটি স. দো. গতির বিস্তারের যোগফল। তাদের দশা যদি বিপরীত হয় তাহলে লব্ধি কম্পনের বিস্তার দুটি বিস্তারের বিয়োগফল।

কোনো মাধ্যমে যদি দুটি তরঙ্গ প্রসারিত হতে থাকে তাহলে মাধ্যমের যে কোনো বিন্দুর উপর দুটি কম্পন কাজ করবে। সেই বিন্দুর লব্ধি কম্পন এই দুটি কম্পনের সংযোজন (Composition) দ্বারা নির্ধারিত হবে। যে যে বিন্দুতে দুটি তরঙ্গের দ্বারা উৎপন্ন কম্পন সমদশায় থাকবে, সেই বিন্দুগুলির কম্পনের বিস্তার দুটি তরঙ্গের কম্পনের বিস্তারের যোগফলের সমান হবে। অপর পক্ষে যে যে বিন্দুতে তরঙ্গ দুটির কম্পন বিপরীত দশায় থাকবে, সেই বিন্দুগুলির কম্পনের বিস্তার দুটি তরঙ্গের বিস্তারের বিয়োগফল হবে এবং তরঙ্গ দুটির বিস্তার যদি সমান হয় তাহলে এই বিন্দুগুলি সম্পূর্ণই স্থির থাকবে। এই ধরনের স্থিরবিন্দুগুলিকে **নিস্পন্দ** (nodes) এবং অধিকতম কম্পনযুক্ত বিন্দুগুলিকে **সুস্পন্দ** (antinodes) বলে।

এইরূপ ঘটনাকে তরঙ্গের **ব্যতিচার** ( Interference ) বলে। মাধ্যমটি যদি বিস্তৃত (extended) হয় তাহলে ব্যতিচারের ফলে দেখা যায় যে মাধ্যমের স্থানে স্থানে স্থির নিস্পন্দ বিন্দু বা রেখা বা পৃষ্ঠ রয়েছে। আবার অন্যত্র কম্পন খুব বেশী বেশী হচ্ছে।

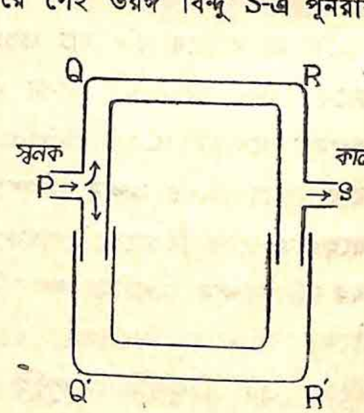
পরীক্ষা ঃ (ক) একটি 'রিপ্‌ল্ ট্যাঙ্কে' P ও Q দুটি স্থানে দুটি সমান কম্পাকের সুরশলাক। জলে ডুবিয়ে সমান কম্পাঙ্কের তরঙ্গ উৎপন্ন করা হচ্ছে (চিত্র 4·14) একটু পরেই দেখা যাবে জলের পৃষ্ঠের বৃত্তাকার তরঙ্গাগ্রের বদলে একপ্রকার বিচিত্র নক্‌শা ( pattern ) সৃষ্টি হয়। কয়েকটি রেখা বরাবর ( চিত্রে $N_1N'_1$, $N_2N'_2$, $N_3N'_3$, ইত্যাদি ) সর্বত্র জল সম্পূর্ণ স্থির রয়েছে। এগুলির মাঝে মাঝে $A_1$, $A_2$, ইত্যাদি অভিমুখ বরাবর ঢেউ-এর বিস্তার সর্বাধিক। $N_1$, $N_2$, $N_3$ ইত্যাদি হল নিস্পন্দ বিন্দু এবং $A_1$, $A_2$, ইত্যাদি হল সুস্পন্দ বিন্দু। এইপ্রকার নক্‌শাকে ব্যতিচারের নক্‌শা (Interference Pattern) বলে।



চিত্র 4.14

(খ) চিত্রে (চিত্র 4·15) দুটি U-আকৃতির কাচের নল এমনভাবে বসান রয়েছে যে একদিকে বিন্দু Pতে বায়ুতে তরঙ্গ বা শব্দ তরঙ্গ উৎপন্ন করলে PQRS এবং PQ′R′S এই দুটি বিভিন্ন পথ অতিক্রম ক'রে সেই তরঙ্গ বিন্দু S-এ পুনরায় মিলিত হয় এবং শ্রোতার কানে প্রবেশ করে।

এখন দ্বিতীয় পথ PQ′R′S টি এমনভাবে নির্মিত যে U আকৃতির একটি নলিকা Q′R′ অন্য নলিকাটির সঙ্গে সংযুক্ত থাকায় সেটিকে ইচ্ছামতো বাইরের দিকে টেনে PQ′R′S পথটিকে দীর্ঘতর করা যায়। প্রথমে QR নলিকাটিকে ঠেলে PQRS এবং PQ′R′S পথ দুটিকে সমান রাখা হয়। এঅবস্থায় তরঙ্গের দুটি অংশ PQRS এবং PQ′R′S



চিত্র 4.15

একই দশায় কানে প্রবেশ করে, অর্থাৎ শব্দ বেশ তীব্রভাবে শোনা যায়। আমরা জানি যে $\lambda$ ( তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ) দূরত্ব অতিক্রম ক'রে তরঙ্গের কম্পনের দশায় 360° পার্থক্য জন্মায়। অতএব $\frac{\lambda}{2}$ দূরত্ব অতিক্রম করলে দশায় 180° পার্থক্য জন্মাবে। সুতরাং U নলিকা Q′R′-টিকে ধীরে ধীরে বাইরে টেনে যদি এমন অবস্থায় রাখি যে PQ′R′S পথের দূরত্ব PQRS-এর চেয়ে $\frac{\lambda}{2}$ বেশী তাহলে PQRS পথে আগত

তরঙ্গের S বিন্দুতে দশার চাইতে PQ′R′S পথে আগত তরঙ্গের S বিন্দুতে দশা 180° পেছিয়ে থাকবে। অর্থাৎ S বিন্দুতে দুটি সমান কম্পাংক ও বিস্তারের তরঙ্গ বিপরীত দশায় পৌছাবে। এক্ষেত্রে ব্যতিচারের ফলে S বিন্দু একটি নিস্পন্দ বিন্দু হয়ে যাবে, অর্থাৎ কানে আর কোনো শব্দ পাওয়া যাবে না।

ইচ্ছা হলে এই অবস্থায় PQ′R′S ও PQRS পথের পার্থক্য $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ মেপে নিলে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য জানা যায়।

## 5.7. স্বর কম্প ( Beats ).

দুটি খুব কাছাকাছি কম্পাঙ্কের ও প্রায় সমান জোরালো শব্দতরঙ্গ একসঙ্গে কানের মধ্যে প্রবেশ করলে বিচিত্র ঘটনা লক্ষ্য করা যায়। মনে হয় শব্দের তীব্রতার দ্রুত হ্রাসবৃদ্ধি ঘটেছে। একটি নির্দিষ্ট সময় পর পর শব্দের প্রাবল্য বৃদ্ধি পাচ্ছে ও হ্রাস পাচ্ছে অর্থাৎ একটি কম্পমান শব্দ উৎপন্ন হচ্ছে। এরূপ শব্দের প্রাবল্যের হ্রাসবৃদ্ধিকে স্বরকম্প ( Beats ) বলে। দুটি শব্দ তরঙ্গের কম্পাঙ্কের মধ্যে যে পার্থক্য প্রতি সেকেণ্ডে ঠিক ততবারেই শব্দের এরূপ হ্রাসবৃদ্ধি শোনা যাবে অর্থাৎ স্বরকম্পের সংখ্যা উপরিপাতিত স্বর দুটির কম্পাঙ্কের বিয়োগফল।

উদাহরণস্বরূপ, যদি 256 ও 260 কম্পাঙ্কের দুটি সুরশালাকার দ্বারা উৎপন্ন শব্দ একযোগে শোনা যায়, তাহলে প্রতি সেকেণ্ডে 4 বার এরূপ প্রাবল্যের হ্রাসবৃদ্ধি অর্থাৎ স্বরকম্প শোনা যাবে। স্বরকম্পের একটি সহজ ব্যাখ্যা দেওয়া যেতে পারে। প্রথমটির তরঙ্গের আঘাতে কানের পর্দা প্রতি সেকেণ্ডে 256 বার কাঁপে এবং এই কম্পন সংখ্যা $\frac{1}{8}$ সেকেণ্ডে হয় 32 বার এবং $\frac{1}{4}$ সেকেণ্ডে হয় 64 বার। দ্বিতীয়টির তরঙ্গের আঘাতে কানের পর্দা প্রতি সেকেণ্ডে 260 বার কাঁপে। সুতরাং দ্বিতীয় স্বর $\frac{1}{8}$ সেকেণ্ডে ও $\frac{1}{4}$ সেকেণ্ডে যথাক্রমে $32\frac{1}{2}$ বার এবং 65 বার কম্পন সৃষ্টি করে। স্বর দুটি প্রথমে সমদশায় কানে পৌছালে $\frac{1}{8}$ সেকেণ্ড পরে তাদের জন্য কানের পর্দায় কম্পন সংখ্যা যথাক্রমে 32 ও $32\frac{1}{2}$ হবে। একটির কম্পনের সহিত অন্যটির অর্ধকম্প প্রভেদ হওয়ায় বুঝতে হবে যে তারা বিপরীত দশায় উপরিপাতিত হয়েছে। এই অবস্থায় তরঙ্গ দুটি কানের পর্দাকে বিপরীত দিকে সরাতে চায়। সুতরাং কানের পর্দার সরণ ন্যূনতম হবে অর্থাৎ ন্যূনতম শব্দ অনুভূত হবে। আরও $\frac{1}{8}$ সেকেণ্ড পরে অর্থাৎ প্রথম হতে $\frac{1}{4}$ সেকেণ্ড পরে কম্পন সংখ্যা হবে যথাক্রমে 64 ও 65, দুই কম্পনের প্রভেদ একটি পূর্ণ কম্পন হওয়ায় তরঙ্গ দুটি আবার সমদশায় উপরিপাতিত হবে। সুতরাং এবার কানের পর্দায় লব্ধি সরণ বৃহত্তম হবে। অর্থাৎ বৃহত্তম শব্দ অনুভূত হবে। এভাবে দেখা যায় যে $\frac{1}{4}$ সেকেণ্ড পর পর শব্দ তরঙ্গ একবার

বিপরীত দশায় ও একবার সমদশায় উপরিপাতিত হয় অর্থাৎ শব্দের প্রাবল্য একবার হ্রাস পায় ও আর একবার বৃদ্ধি পায়। সুতরাং আলোচ্য ক্ষেত্রে প্রতি সেকেণ্ডে 4 বার এরূপ শব্দের হ্রাসবৃদ্ধি হয় অর্থাৎ স্বরকম্পের সংখ্যা প্রতি সেকেণ্ডে 4. স্পষ্টতঃই দেখা যাচ্ছে যে এই সংখ্যা স্বর দুটির কম্পাঙ্কের বিয়োগফলের $(260-256=4)$ সমান।

স্বর দুটির কপাঙ্কের পার্থক্য বেশী হ'লে প্রতি সেকেণ্ডে উৎপন্ন স্বরকম্পের সংখ্যা বেশী হবে এবং তখন কানে শুনে এত দ্রুত প্রাবল্যের হ্রাসবৃদ্ধি উপলব্ধি করা যাবে না। দুটি স্বরের প্রাবল্য সমান না হ'লে স্বরের হ্রাসবৃদ্ধির তারতম্য তেমন স্পষ্ট বোঝা যাবে না।

**স্বরকম্পের সাহায্যে স্বরের কম্পাঙ্ক নির্ণয়ঃ**

দুটি স্বরের উপরিপাতনে যে স্বরকম্প উৎপন্ন হয় তার সংখ্যা গণনা ক'রে একটির কম্পাঙ্ক জানা থাকলে অন্যটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়। মনে করি দুটি কাছাকাছি কম্পাঙ্কের সুরশলাকার কম্পাঙ্ক $n_1$ ও $n_2$ এবং এদের একত্রে ধ্বনিত করলে প্রতি সেকেণ্ডে $n$ সংখ্যক স্বরকম্প উৎপন্ন হয়। একটির কম্পাঙ্ক $n_1$ জানা থাকলে অপরটির কম্পাঙ্ক $n_2$ হবে $n_1+n$ বা $n_1-n$।

এবার অজানা সুরশলাকার গায়ে সামান্য একটু মোম লাগিয়ে আবার দুটিকে একসঙ্গে ধ্বনিত করা হ'ল। মোম লাগানোর ফলে ভর বাড়বে এবং সে কারণে কম্পাঙ্ক কমবে। সুতরাং এবার যদি দেখা যায় যে স্বরকম্পের সংখ্যা বেড়ে গেছে তাহলে বুঝতে হবে যে অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক অন্যটির চেয়ে কম অর্থাৎ $n_2=n_1-n$. কিন্তু মোম লাগাবার পর যদি দেখা যায় যে স্বরকম্পের সংখ্যা কমে গেছে তাহলে বুঝতে হবে যে অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক অন্যটির চেয়ে বেশী অর্থাৎ $n_2=n_1+n$.

গাণিতিক উদাহরণ—

দুটি সুরশলাকা একযোগে সেকেণ্ডে পাঁচটি স্বরকম্প সৃষ্টি করে। প্রথমটির কম্পাঙ্ক 300 প্রতি সেকেণ্ডে। দ্বিতীয়টির ওপর সামান্য মোম লাগিয়ে দেখা গেল স্বরকম্পের সংখ্যা হ'ল দুই। দ্বিতীয়টির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [Two tuning forks when sounded together produces 5 beats per sec. The frequency of the first fork is 300 per sec. When the second fork

is loaded with a bit of wax, the number of beats per sec. reduces to two. Calculate the frequency of the second fork. ]

এখানে, $n_1 = 300$, $n_2 = ?$

স্বরকম্প সংখ্যা = 5

$\therefore$ $n_2 = 300 + 5$ বা, $300 - 5$ অর্থাৎ 305 বা 295

মোম লাগালে ভারী হওয়ায় দ্বিতীয়টির কম্পাঙ্ক কমে যাবে।

দ্বিতীয়টির প্রকৃত কম্পাঙ্ক 295 হ'লে, এই মোম লাগানোর পর তার কম্পাঙ্ক আরও কমবে এবং তখন স্বরকম্পের সংখ্যা 5 এর বেশী হবে।

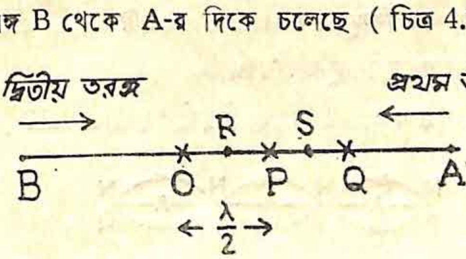
কিন্তু দ্বিতীয়টির প্রকৃত কম্পাঙ্ক 305 হ'লে, এই মোম লাগানোর পর তার কম্পাঙ্ক কমবে এবং তখন স্বরকম্পের সংখ্যা 5-এর কম হবে।

সুতরাং এক্ষেত্রে যেহেতু স্বরকম্প সংখ্যা 5 থেকে কমে 2 হচ্ছে, $n_2 = 305$ per sec.

## 2·8. স্থাণু তরঙ্গ ( Stationary Waves ).

আমরা এ যাবৎ যে সব তরঙ্গের কথা আলোচনা করেছি সেগুলিতে মাধ্যমের একটি বিন্দুর কম্পনের দশা ক্রমশঃ তরঙ্গের গতিপথের দিকে অগ্রসর হতে থাকে। এগুলিকে **সচল তরঙ্গ** ( Progressive wave ) বলে। এইভাবে একটি সচল তরঙ্গ সরলরেখা ধরে চলতে চলতে কোনো এক বিন্দু থেকে যদি প্রতিফলিত হয়ে পূর্ব-পথে ফিরে আসে তাহলে সেই প্রতিফলিত তরঙ্গের সাথে 'ব্যতিচার' (interference) এর ফলে একটি বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ অবস্থার সৃষ্টি হয়। অথবা যদি দুটি সমান বেগ, কম্পাংক ও বিস্তারযুক্ত তরঙ্গ একই রেখায় বিপরীত দিকে চলে, তাহলেও তাদের ব্যতিচারে অনুরূপ অবস্থার সৃষ্টি হয়।

ধরা যাক একটি সচল তরঙ্গ, রেখা AB ধরে A থেকে B-এর দিকে চলেছে এবং দ্বিতীয় একটি তরঙ্গ B থেকে A-র দিকে চলেছে ( চিত্র 4.16 )। দুটি তরঙ্গেরই




চিত্র 4.16

বেগ, বিস্তার ও কম্পাঙ্ক সমান, তবে বিভিন্ন বিন্দুতে তাদের দশা স্পষ্টতঃই বিভিন্ন। আরো ধরা যাক যে O এমন একটি বিন্দু যেখানে কোন সময়ে প্রথম তরঙ্গের দশা

$\theta(=\omega t)$ এবং দ্বিতীয় তরঙ্গের দশা $(\theta+\pi)$, অর্থাৎ উভয়ের দশা বিপরীত। তাহলে স্পষ্টই O বিন্দুতে লব্ধি সরণ সব সময়েই শূন্য। অর্থাৎ O একটি নিস্পন্দ বিন্দু (node)।

এখন যদি O থেকে $\frac{\lambda}{2}$ ($\lambda$ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য) দূরে আমরা একটি বিন্দু P নিই, তাহলে এই বিন্দুতে দুটি তরঙ্গের কম্পের দশা সহজেই গণনা করা যায়। যেহেতু প্রথম তরঙ্গ A থেকে B-র দিকে চলেছে O বিন্দুতে দশা P-র থেকে পিছিয়ে আছে। তাছাড়া যেহেতু $\lambda$ দূরত্বে দশা $\lambda\pi$ পিছিয়ে পড়ে, $\frac{\lambda}{2}$ দূরত্বে দশা P থেকে $\pi$ রেডিয়ান পিছিয়ে থাকবে। অর্থাৎ P-র দশা $=(\theta+\pi)$

সুতরাং Pতে প্রথম স. দো. গতির সরণ $y_1 = r\sin(\theta+\pi) = -r\sin\theta$.

কিন্তু দ্বিতীয় তরঙ্গ B থেকে A-র দিকে চলেছে। সুতরাং এখানে P-র দশা O থেকে $\pi$ রেডিয়ান পিছিয়ে আছে। কিন্তু O বিন্দুতে দ্বিতীয় তরঙ্গের দশা $\theta+\pi$।

সুতরাং P-র দশা $0+\pi-\pi=0$

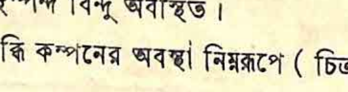
অতএব দ্বিতীয় তরঙ্গের ফলে P-র সরণ $= y_2 = r\sin\theta$

তাহলে বিন্দু P তে লব্ধি সরণ $= y_1 + y_2 = -r\sin\theta + r\sin\theta = 0$

অতএব বিন্দু P তে লব্ধি সরণ সর্বদাই শূন্য। অর্থাৎ বিন্দু P-টিও একটি নিস্পন্দ বিন্দু। এইভাবে সহজেই দেখা যায় যে P থেকে আরো $\frac{\lambda}{2}$ দূরত্বে স্থিত বিন্দু Q-ও নিস্পন্দ বিন্দু। অতএব দেখা যাচ্ছে যে দুটি তরঙ্গের লব্ধি তরঙ্গের $\frac{\lambda}{2}$ দূরে দূরে বিন্দুগুলি নিস্পন্দ বিন্দু।

আবার এইভাবেই সহজেই দেখা যায় যে O এবং P-র মধ্যস্থলে অবস্থিত বিন্দু R-এ দুটি তরঙ্গের লব্ধি সরণের বিস্তার 2r হয়। অর্থাৎ এই বিন্দুটি জোরে জোরে কম্পিত হয় বা একটি সুস্পন্দ বিন্দুর (antinode) সৃষ্টি হয়। প্রত্যেক দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যস্থলেই একটি সুস্পন্দ বিন্দু অবস্থিত।

রেখা PQ-র উপর লব্ধি কম্পনের অবস্থা নিম্নরূপে (চিত্র 4.17) দেখানো যায়,




চিত্র 4.17

এখানে কম্পনের দশা সচল নয়। N বিন্দুগুলি নিস্পন্দ বিন্দু এবং A বিন্দুগুলি সুস্পন্দ বিন্দু। P থেকে N পর্যন্ত সব কটি বিন্দুই একযোগে হয় উপরে উঠছে নয় নীচে

নামছে। অর্থাৎ প্রত্যেকটিই দশা সমান। আবার N থেকে দ্বিতীয় N-র মধ্যে সব বিন্দুরই দশা এর ঠিক বিপরীত। সেইজন্য এ ধরনের তরঙ্গকে স্থাণু তরঙ্গ ( Stationary waves ) বলে।

সচল তরঙ্গের সঙ্গে স্থাণু তরঙ্গকে নিম্নরূপে তুলনা করে চলে—

(ক) উভয় তরঙ্গেরই নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, কম্পাঙ্ক ও বিস্তার আছে ;

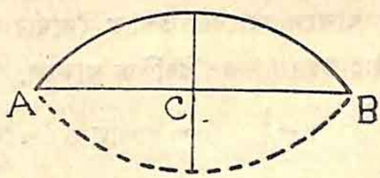
(খ) সচল তরঙ্গে প্রত্যেক বিন্দুর বিস্তার সমান। কিন্তু স্থাণু তরঙ্গে নিস্পন্দ বিন্দুগুলিতে বিস্তার শূন্য এবং সুস্পন্দ বিন্দুগুলিতে বিস্তার সর্বাধিক। অন্যদের বিস্তার এর মাঝামাঝি।

(গ) যে কোনো মুহূর্তে সচল তরঙ্গের একটি বিন্দুর দশা তার পরবর্তী বিন্দুর চেয়ে এগিয়ে আছে। কিন্তু যে কোনো মুহূর্তে স্থাণু তরঙ্গের দুটি নিস্পন্দের মধ্যে সব বিন্দুরই দশা সমান।

এবার আমরা ব্যবহারিক জীবনে স্থাণু তরঙ্গের কয়েকটি উদাহরণ নিয়ে আলোচনা করব।

## 2·9. তারে স্থাণু তরঙ্গ ( Stationary waves in a String ).

একটি তার AB কে দুই প্রান্তে আবদ্ধ রেখে যদি ঠিক মাঝখান থেকে কাঁপিয়ে দেওয়া হয় তাহলে দেখা যাবে যে তার কম্পন অবিকল স্থাণু তরঙ্গেরই অনুরূপ। বিন্দু A ও B দুটি নিস্পন্দ। তারের মধ্যবিন্দু C-র কম্পনের বিস্তার সর্বাধিক অর্থাৎ সুস্পন্দ। সবকটি বিন্দুই একই দশায়, অর্থাৎ হয় উপরের দিকে যাচ্ছে, নয়তো নীচের দিকে যাচ্ছে।



চিত্র 4.18

সুতরাং আমরা ধরে নিতে পারি যে c বেগ, r বিস্তার ও n কম্পাঙ্ক যুক্ত দুটি তির্যক তরঙ্গ তার AB-র উপর দিয়ে বিপরীত অভিমুখে চলেছে এবং তারের কম্পনটি এদের ব্যতিচারে উৎপন্ন স্থাণু তরঙ্গের ফল।

তাহলে তারের দৈর্ঘ্য AB যদি $l$ হয় তবে,

$l$ = দুটি নিস্পন্দ বিন্দু A ও B-র মধ্যকার দূরত্ব $= \frac{\lambda}{2}$

$$\therefore \quad \lambda = 2l$$

কিন্তু $c = n\lambda = n.2l$

এখন তারের টান যদি T হয় এবং প্রতি এক সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যের তারের অংশের ভর m হয়, তাহলে প্রমাণ করা যায় যে তারে তির্যক তরঙ্গের গতিবেগ, $c=\sqrt{\frac{T}{m}}$

বা, $n.2l=\sqrt{\frac{T}{m}}$.

$$\therefore\ n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots(3)$$

তারের প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসার্ধ $r$ এবং তারের পদার্থের ঘনত্ব D হ'লে, $m=\pi r^2 D$

$$\therefore\ n=\frac{1}{2\,lr}\sqrt{\frac{T}{\pi D}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots(4)$$

এই সমীকরণ হ'তে তারের তির্যক কম্পনের নিয়মগুলি পাওয়া যায়।

## 2·10. তারের তির্যক কম্পনের সূত্র (Laws of Transverse Vibration of Strings ).

ছুদিকে টান ক'রে আবদ্ধ তারের তির্যক কম্পনের সূত্রগুলি হ'ল—

(ক) **দৈর্ঘ্যের সূত্র**—কোন টানযুক্ত তারের টান ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর স্থির থাকলে তারের কম্পাঙ্ক দৈর্ঘ্যের ব্যস্তানুপাতী। অর্থাৎ টান ( T ) ও একক দৈর্ঘ্যের ভর (m) অপরিবর্তিত থাকলে,

$$n\propto\frac{1}{l},\quad n=\text{কম্পাঙ্ক ও } l=\text{দৈর্ঘ্য}$$

(খ) **টানের সূত্র**—কোন টানযুক্ত তারের দৈর্ঘ্য ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর স্থির থাকলে তারের কম্পাঙ্ক টানের বর্গমূলের সমানুপাতী। অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ( $l$ ) ও একক দৈর্ঘ্যের ভর ( m ) অপরিবর্তিত থাকলে,

$$n\propto\sqrt{T}$$

(গ) **ভরের সূত্র**—কোন টানযুক্ত তারের দৈর্ঘ্য ও টান স্থির থাকলে তারের কম্পাঙ্ক তারের একক দৈর্ঘ্যের ভরের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতী। অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ( $l$ ) ও টান (T) অপরিবর্তিত থাকলে,

$$n\propto\frac{l}{\sqrt{m}}$$

যেহেতু, $m=\pi r^2 D$, এই ভরের সূত্রকে দুভাগ ক'রে লেখা যায়—

(১) ব্যাসার্ধের সূত্র—কোন টানযুক্ত তারের দৈর্ঘ্য ও টান অপরিবর্তিত থাকলে তারের কম্পাঙ্ক এর ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতী। অর্থাৎ,

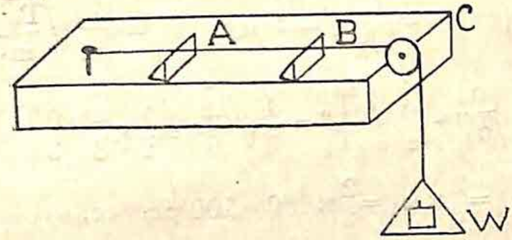
$$n \propto \frac{1}{r},$$ যদি T, $l$ ও D অপরিবর্তিত থাকে।

(২) ঘনত্বের সূত্র—কোন টানযুক্ত তারের দৈর্ঘ্য ও টান অপরিবর্তিত থাকলে তারের কম্পাঙ্ক ঘনত্বের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতী। অর্থাৎ,

$$n \propto \frac{1}{D},$$ যদি T, $l$ ও $r$ অপরিবর্তিত থাকে।

## 2·11. স্বনমিটার ( Sonometer ).

তারের কম্পনের সূত্রের সত্যতা নিরূপণ করার জন্য 'স্বনমিটার' ( Sonometer ) যন্ত্রটি ব্যবহার করা হয়। এতে একটি ফাঁপা কাঠের বাক্সের ওপর একটি তার রয়েছে যার এক প্রান্ত একটি হুকে আবদ্ধ এবং অপর প্রান্ত একটি কপিকলের (C) ওপর দিয়ে




চিত্র 4.19

যাবার পর একটি 'হ্যাঙ্গারে'র সঙ্গে যুক্ত রয়েছে ( চিত্র 4.19 )। হ্যাঙ্গারের ওপর ভর W চাপিয়ে তারের টান ইচ্ছামত কম বেশী করা যায়। কম্পমান তারের নীচে দুটি কাঠের সেতু A ও B এর অবস্থান পরিবর্তন ক'রে তারের দৈর্ঘ্য কমবেশী করা হয়। এই তারকে কম্পিত করলে তারের দৈর্ঘ্য, টান ও একক দৈর্ঘ্যের ভর অনুযায়ী উহা নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কে স্পন্দিত হবে। স্বনমিটারে সাধারণতঃ পাশাপাশি দুটি তার 'টান' ক'রে বসান থাকে।

স্বনমিটারের সাহায্যে অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়। সুরশলাকাটি কম্পিত ক'রে কাঠের বাক্সের ওপর দাঁড় করান হ'ল। যদি সেতু দুটির মাঝের তারের কম্পাঙ্ক সুরশলাকার কম্পাঙ্কের সমান হয় তাহলে অনুনাদের সৃষ্টি হবে এবং তারটি জোরে স্পন্দিত হতে থাকবে। সেতু দুটির মধ্যে দূরত্ব পরিবর্তিত ক'রে ও হ্যাঙ্গারের ওপরে ভরের পরিবর্তন করে অনুনাদ সৃষ্টি করা হয়। তারের ওপর এক টুকরা কাগজ ভাঁজ করে রেখে দিয়ে সুরশলাকাটি কম্পিত ক'রে কাঠের বাক্সের

ওপর বসালে এই অবস্থায় কাগজের টুকরাটি লাফিয়ে প'ড়ে গেলে বুঝতে হবে যে অনুনাদ সৃষ্টি হয়েছে এবং এই অবস্থায় তারের কম্পাঙ্ক ও সুরশলাকার কম্পাঙ্ক সমান। এখন ( 3 ) নং সমীকরণ হতে এই কম্পাঙ্ক গণনা ক'রে নেওয়া যায়।

গাণিতিক উদাহরণ—

1. একটি স্বনমিটার তার হতে নিঃসৃত সুরের কম্পাঙ্ক 150। যদি তারটির টান 9 : 16 অনুপাতে ও দৈর্ঘ্য 1 : 2 অনুপাতে পরিবর্তিত করা হয়, তাহ'লে ঐ সুরের কম্পাঙ্ক কত হবে? [ A sonometer emits a note of frequency 150. What would be the frequency of the note emitted by the same string if the tension be increased in the ratio 9 : 16 and its length in the ratio 1 : 2 ? ]

এখানে; $T_1 : T_2 = 9 : 16,\ l_1 : l_2 = 1 : 2,\quad n_1 = 150,\ n_2 = ?$

আমরা জানি, $n_1 = \frac{l}{2l_1}\sqrt{\frac{T_1}{m}}$ এবং $n_2 = \frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{T_2}{m}}$

ভাগ করলে, $\frac{n_2}{n_1} = \frac{l_1}{l_2}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{1}{2}\times\frac{4}{3} = \frac{2}{3}$

$\therefore\ n_2 = \frac{2}{3}\times n_1 = \frac{2}{3}\times 150 = 100$ per sec.

2. এক মিটার দীর্ঘ একটি স্বনমিটার তার একটি সেতুর সাহায্যে দু'ভাগ করা হয়েছে এবং এদের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 1 সেমি.। এই অংশ দুটিকে একসঙ্গে কম্পিত করলে সেকেণ্ডে দু'টি স্বরকম্প উৎপন্ন হয়। এদের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [ Two parts of a sonometer wire divided by a movable knife-edge differ in length by 1 cm. and produces two beats per sec. when sounded together. Find their frequencies if the length of the whole wire is 1 metre. ]

এখানে, $l_1 + l_2 = 100$ cms এবং $l_1 - l_2 = 1$ cm.

$\therefore\ 2l_1 = 101$ cm. বা, $l_1 = 50{\cdot}5$ cms ও $l_2 = 49{\cdot}5$ cms.

আমরা জানি, $n_1 = \frac{1}{2l_1}\sqrt{\frac{T}{m}}$ ও $n_2 = \frac{1}{2l_2}\sqrt{\frac{T}{m}}$

$\therefore\ \frac{n_1}{n_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{49{\cdot}5}{50{\cdot}5} = \frac{99}{101}$ বা $n_2 = \frac{101}{99}n_1$

সেকেণ্ডে দুটি স্বরকম্প উৎপন্ন হয় সুতরাং $n_2 - n_1 = 2$

বা, $\frac{101}{99} n_1 - n_1 = 2$ বা, $\frac{2}{99} n_1 = 2 \therefore n_1 = 99$

এবং $n_2 = \frac{101}{99} \times 99 = 101.$

## 2·12. মূলসুর ও উপসুর ( Fundamental and Overtones ).

বিশুদ্ধ সুর ( Tone ) বলতে একটিমাত্র কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দ বোঝায় কিন্তু স্বর ( Note ) বলতে সুরসমৃদ্ধ শব্দ বোঝায়। খুব কমক্ষেত্রেই স্বর বিশুদ্ধ একটিমাত্র কম্পাঙ্কের সুর নিয়ে গঠিত হয়। স্বর সাধারণতঃ কতকগুলি সুরের সমষ্টি। এদের যে সুরের কম্পাঙ্ক সর্বাপেক্ষা কম তাকে **মূলসুর** ( Fundamental ) এবং অপরগুলিকে **উপসুর** ( Overtones ) বলে। যে উপসুরগুলির কম্পাঙ্ক মূলসুরের সরল গুণিতক তাদের **সমমেল** ( Harmonics ) বলে।

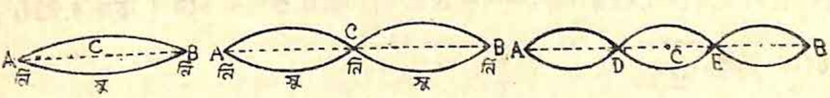
উপরে তারের কম্পনের যে পন্থা আলোচিত হয়েছে তাতে তারের দুইপ্রান্তে দুটি নিস্পন্দ এবং মধ্যস্থল সুস্পন্দ রয়েছে। এই পন্থাকে কম্পনের মূল পন্থা ( Fundamental Mode of Vibration) বলা হয় এবং এখানে তারের কম্পাংক n কে মূল কম্পাংক ( Fundamental frequency ) বা মূলসুর ( Fundamental Tone ) বলে।

কিন্তু তারের কম্পনের একমাত্র সর্ত এই যে দুদিককার প্রান্ত A ও B দুটি নিস্পন্দ বিন্দু হতে বাধ্য। এখন নিম্নে যেমন দেখানো হয়েছে, মধ্যবিন্দু C একটি সুস্পন্দ বিন্দু না হয়ে যদি আর একটি নিস্পন্দ বিন্দু হয় তাহলেও A ও B দুটি নিস্পন্দ বিন্দু হতে পারে ( চিত্র 4.20 )। এক্ষেত্রে AC ও BC-র মধ্যবিন্দু দুটি সুস্পন্দ বিন্দু।

কিন্তু এই পন্থায় তারটি কম্পিত হলে দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব $AC = \frac{l}{2}$

সুতরাং এক্ষেত্রে, $\frac{\lambda_1}{2} = \frac{l}{2}$ বা $\lambda_1 = l$

অর্থাৎ এখানে $c = n_1\lambda_1 = n_1 l$ বা $n_1 = \frac{c}{l}$




চিত্র 4·20

কিন্তু মূল সুরের কম্পাঙ্ক, $n = \frac{c}{2l}$

$\therefore \; \mathbf{n_1 = 2n}.$

অর্থাৎ এখানে কম্পাঙ্ক মূল কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ। এই কম্পাঙ্ককে তারের উপস্বর ( overtone ) বা প্রথম সমমেল ( First Harmonic ) বলে। তৃতীয় চিত্রে দেখানো হয়েছে যে তারের এক-তৃতীয়াংশ দৈর্ঘ্যে D এবং E যদি দুটি নিস্পন্দ বিন্দু হয় তাহলেও A ও B নিস্পন্দ হতে পারে। সুতরাং এটিও কম্পনের একটি সম্ভাব্য পন্থা। এখানে দুটি নিস্পন্দের মধ্যে দূরত্ব তারের দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ।

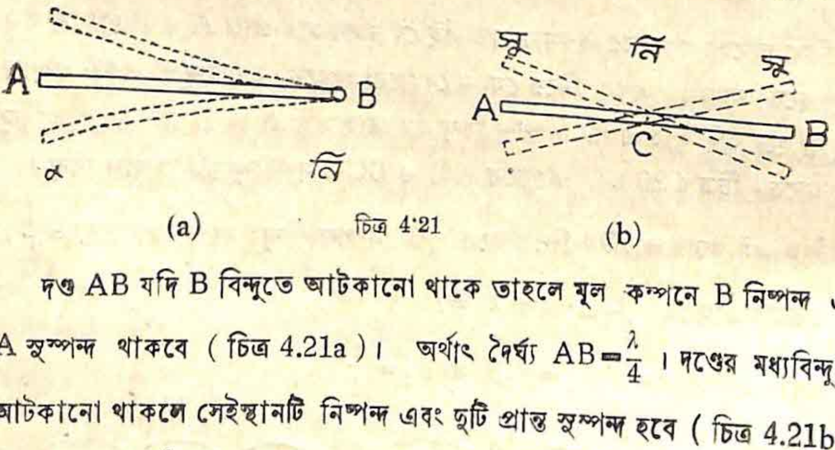
অর্থাৎ, $\frac{\lambda_2}{2}=\frac{l}{3}$

সুতরাং $c=n_2\lambda_2=n_2\frac{2l}{3}$ বা, $n_2=\frac{3c}{2l}=3n$

অর্থাৎ এখানে কম্পাঙ্ক মূল কম্পাকের তিনগুণ। অর্থাৎ তারের দ্বিতীয় উপস্বরের কম্পাংক মূলস্বরের তিনগুণ। এইভাবে দেখা যায় যে তৃতীয় উপস্বরের কম্পাংক মূলস্বরের চতুর্গুণ ইত্যাদি।

## 2·13. কঠিন দণ্ডের কম্পন ( Vibration of Rods ).

আমরা পূর্বে বলেছি যে কঠিন দণ্ডে তির্যক তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। দণ্ডটি যদি কোনো স্থানে আটকানো থাকে তাহলে তার কম্পনকে স্থাণু তরঙ্গের দ্বারা বোঝা যায়।




চিত্র 4·21

দণ্ড AB যদি B বিন্দুতে আটকানো থাকে তাহলে মূল কম্পনে B নিস্পন্দ এবং A সুস্পন্দ থাকবে ( চিত্র 4.21a )। অর্থাৎ দৈর্ঘ্য $AB=\frac{\lambda}{4}$। দণ্ডের মধ্যবিন্দু C আটকানো থাকলে সেইস্থানটি নিস্পন্দ এবং দুটি প্রান্ত সুস্পন্দ হবে ( চিত্র 4.21b )। তাহলে $AB=\frac{\lambda}{2}$.

## 2·14. বায়ুস্তম্ভের কম্পন ( Vibration of Air Column ).

তার বা দণ্ডের মতোই একটি বায়ুস্তম্ভের কম্পনকেও দুটি বিপরীতমুখী বায়ু তরঙ্গের ব্যতিচারে উৎপন্ন স্থাণু তরঙ্গের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়।

(ক) এক মুখ খোলা নল—

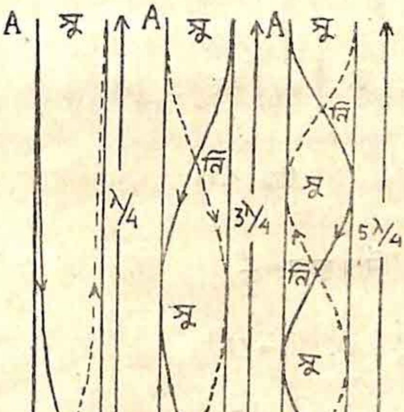
একটি এক মুখ খোলা ও একমুখ বন্ধ নলের মধ্যে যদি বায়ুতে স্থাণু তরঙ্গ উৎপন্ন হয়, তাহলে সর্ত শুধু এই যে বন্ধ প্রান্ত B নিস্পন্দ ও খোলা প্রান্ত A সুস্পন্দ হবে। এইভাবে কম্পন হলে বায়ু-স্তম্ভ থেকে মূলস্থর উৎপন্ন হবে ( চিত্র 4.22 ) হবে। যেহেতু সুস্পন্দ "সু" থেকে নিস্পন্দ "নি"র দূরত্ব $\frac{\lambda}{4}$, নলের দৈর্ঘ্য $l = AB = \frac{\lambda}{4}$

$$\text{সুতরাং } c = n\lambda = n.4l \text{ বা } n = \frac{c}{4l}$$

দ্বিতীয় পন্থায় প্রান্ত A এবং প্রান্ত B এর মধ্যে নলের এক-তৃতীয়াংশ দৈর্ঘ্যে একটি "সু" ও একটি "নি" থাকতে পারে। এক্ষেত্রে "সু" থেকে "নি"র দূরত্ব নলের দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ। অর্থাৎ এক্ষেত্রে $\frac{\lambda_1}{4} = \frac{l}{3}$ অর্থাৎ $\lambda_1 = \frac{4l}{3}$

$$\text{সুতরাং } c = n_1\lambda_1 = n_1\frac{4l}{3}$$

$$\therefore n_1 = 3\frac{c}{4l} = 3n$$




চিত্র 4.22

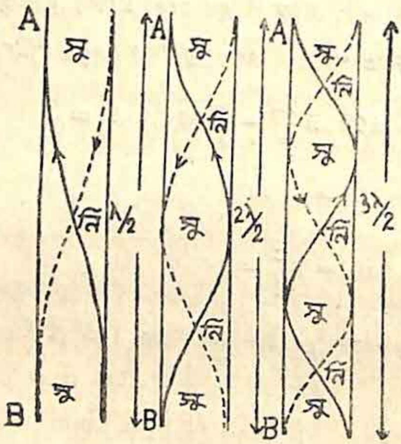
তৃতীয় পন্থায় প্রান্ত A এবং প্রান্ত B-র মধ্যে এইরূপ আরও চারটি "সু" ও "নি" থাকতে পারে সু-নি-সু-নি-সু-নি। অর্থাৎ এখানে সু থেকে নি-র দূরত্ব নলের দৈর্ঘ্যের এক-পঞ্চমাংশ। অর্থাৎ, $\frac{\lambda_2}{4} = \frac{l}{5}$ অর্থাৎ $\lambda_2 = \frac{4l}{5}$

$$\therefore c = n_2\lambda_2 = n_2\frac{4l}{5} \qquad \therefore n_2 = 5\frac{c}{4l} = 5n$$

এইভাবে আমরা দেখছি যে এখানে সমমেলগুলি মূল সুরের তৃতীয়, পঞ্চম, সপ্তম, নবম ইত্যাদি গুণিতক। এগুলিকে বেজোড় বা অযুগ্ম সমমেল ( Odd harmonics ) বলা হয়। **অর্থাৎ এক দিক বন্ধ নলে কেবলমাত্র অযুগ্ম সমমেল উৎপন্ন হয়।**

**(খ) দুমুখ খোলা নল—**

এখানে স্থাণু তরঙ্গের সর্ত এই যে দুটি খোলা মুখ A ও B তে দুটি সুস্পন্দ থাকবে অতএব মূলসুরে মধ্যবিন্দুতে একটি নিস্পন্দ থাকবে (সু-নি-সু) (চিত্র 4.23)।




চিত্র 4.23

এক্ষেত্রে 'সু' থেকে 'নি-র দূরত্ব $= \frac{l}{2}$

অর্থাৎ, $\frac{\lambda}{4} = \frac{l}{2}$ বা, $\lambda = 2l$

$c = n\lambda = n.\ 2l$ বা, $n = \frac{c}{2l}$

দ্বিতীয় পন্থায় প্রান্তদুটিতে দুটি 'সু' এর মাঝে আর একটি "সু" বিন্দুর সৃষ্টি হবে। অর্থাৎ দৈর্ঘ্য বরাবর সু-নি-সু-নি-সু এই প্রকার হতে পারে। অর্থাৎ সু থেকে নি-র দূরত্ব দৈর্ঘ্যের $\frac{l}{4}$। অর্থাৎ এক্ষেত্রে $\frac{\lambda_1}{4} = \frac{l}{4}$ বা, $\lambda_1 = l$

এখন, $c = n_1\lambda_1 = n_1 l$

$\therefore\ n_1 = \frac{c}{l} = 2n$

তৃতীয় পন্থায় প্রান্তদুটির মাঝে আর ও দুটি সু বিন্দুর সৃষ্টি হবে। অর্থাৎ দৈর্ঘ্য বরাবর সু-নি-সু-নি-সু-নি-সু এইরূপ হবে। অর্থাৎ এখানে সু থেকে নি-র দূরত্ব $\frac{l}{6}$. অর্থাৎ $\frac{\lambda_2}{4}=\frac{l}{6}$ বা, $\lambda_2=\frac{2}{3}l$

এখন $c=n_2\,\lambda_2=n_2\,\frac{2}{3}l$

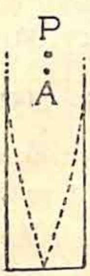
$$\therefore\ n_2=3\frac{c}{2l}=3n$$

এইভাবে দেখানো যায় $n_3=4n$, $n_4=5n$, $n_5=6n$ ইত্যাদি।

**অর্থাৎ দুমুখ খোলা নলে যুগ্ম এবং অযুগ্ম সব সমমেলই পাওয়া যায়।**

প্রান্তিক সংশোধন ( End Correction )—

উপরের গণনাগুলিতে আমরা ধরে নিয়েছি যে একটি নলের খোলা মুখ যেখানে সেইখানেই একটি সুস্পন্দ বিন্দু অবস্থিত। কার্যতঃ কিন্তু দেখা যায় যে সুস্পন্দ বিন্দুটি ঠিক খোলা মুখে না থেকে তার থেকে সামান্য একটু বাইরে হাওয়ার মধ্যে অবস্থিত হয়।



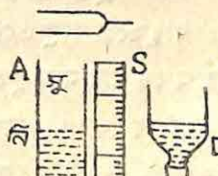
চিত্র 4.24

অর্থাৎ A যদি নলের খোলা মুখ হয় তাহলে সুস্পন্দ বিন্দু একটু দূরে P-তে অবস্থিত থাকে (চিত্র 4.24)। পরীক্ষার দ্বারা দেখা যায় দূরত্ব PA = 0·6 r, যেখানে r নলের ব্যাসার্ধ। সুতরাং নলের দৈর্ঘ্য $l$-এর পরিবর্তে সংশোধন ক'রে $l+0{\cdot}6\,r$ লেখা ঠিক হবে। একে প্রান্তিক সংশোধন (end correction ) বলে।

**পরীক্ষা ঃ**

(ক) অনুনাদী বায়ুস্তম্ভ (Resonant Air column)—

এই যন্ত্রে AB একটি স্থির নল রবারের টিউব C-র সাহায্যে একটি সঞ্চরণশীল জল-পাত্র D-র সঙ্গে সংযুক্ত ( চিত্র 4.25)। D-কে ইচ্ছামতো উপরে বা নীচে ক'রে AB নলের নীচে জলের স্তরকে ওঠানো বা নামানো যায়। স্থির নলটি একটি এক মুখ খোলা বায়ুস্তম্ভের কাজ করে। এর মধ্যকার বায়ুস্তম্ভ কম্পিত হলে খোলামুখ A-তে সুস্পন্দ ও নীচে জলের স্তরের উপর নিস্পন্দ সৃষ্ট হয়। বাস্তব ক্ষেত্রে সুস্পন্দটি খোলামুখ A-র কিছু উপরে অবস্থিত থাকে এবং প্রান্তিক সংশোধন হবে 0·6r, r হ'ল নলের ব্যাসার্ধ।



চিত্র 4.25

এখন একটি জ্ঞাত কম্পাঙ্কের (n) স্বরশলাকা নলের উপর ধরলে নলের ভিতরের বায়ুর কম্পাঙ্ক যদি n হয় তাহলে অনুনাদের ফলে নলের ভিতরকার বায়ু জোরে কম্পিত হতে আরম্ভ করে এবং জোরালো শব্দ উৎপন্ন হয়। এখন নলের জলের তল (P) যদি প্রথম নিস্পন্দে অবস্থিত থাকে তাহলে সুস্পন্দ থেকে নিস্পন্দের দূরত্ব $=\frac{\lambda}{4}=AP+0{\cdot}6r$। অতএব স্কেল S দিয়ে দূরত্ব AP এবং নলের ব্যাসার্ধ মেপে নিলেই $\lambda$ জানা যায়। স্বরশলাকার কম্পাংক n জ্ঞাত হলে $C=n\lambda$ এই সূত্র থেকে বায়ুতে তরঙ্গের বেগ গণনা করা যায়।

$C=n\lambda=4n(l+0{\cdot}6r)$, $l=$ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য।

জলের স্তর P থেকে নামিয়ে দিলেই অনুনাদের শব্দ থেমে যায়। কিন্তু স্তর নামাতে নামাতে চিত্রে প্রদর্শিত "নি" বিন্দুতে আনলেই আবার অনুনাদ শোনা যায়। কারণ বায়ুস্তম্ভের কম্পনের আর একটি নিস্পন্দ এখন জলের তলে এই বিন্দু (Q) তে অবস্থিত। এখন, $AQ=\frac{3}{4}\lambda$ বা, দূরত্ব $PQ=\frac{\lambda}{2}$। এখানে প্রান্তিক সংশোধনের কোনো প্রশ্নই ওঠে না কেননা P এবং Q বিন্দু দুটি সুনির্দিষ্ট। অতএব PQ অর্থাৎ প্রথম "নি" হতে দ্বিতীয় "নি"-র দূরত্ব মেপে নিয়েই $\lambda$ জানা যায়।

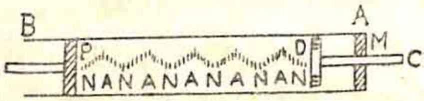
$C=n\frac{4}{3}(l'+{\cdot}6r)$

বিয়োগ করলে, $C=2n(l'-l)$ ... ... ... (5)

### (খ) কুণ্ড-এর নলিকা ( Kundt's Tube )

বায়ুস্তম্ভে স্থাণু তরঙ্গের নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুগুলি চাক্ষুষ দেখবার একটি সুন্দর যন্ত্র আছে যার নাম কুণ্ড-এর নলিকা।

দু'মুখ খোলা কাচের নলের (AB) একদিক একটি ছিপির (P) দ্বারা বন্ধ এবং অন্যদিকে একটি সঙ্কুরণশীল ধাতু নির্মিত দণ্ড (C) নলের মধ্যে ঢোকানো রয়েছে এবং তার প্রান্তে আর একটি ছিপি (D) আটকানো রয়েছে। দণ্ডটি তার মধ্য-




চিত্র 4.26

বিন্দুতে দৃঢ়ভাবে আটকানো রয়েছে। কাচের নলের মধ্যে দৈর্ঘ্য বরাবর সমানভাবে লাইকোপোডিয়াম পাউডার ছড়ানো হয়েছে। নলের ভিতর কোন একটি গ্যাস ভরা আছে। এখন এক টুকরা চামড়ার সাহায্যে সাবধানে দণ্ড AB-র বাইরের

অংশটি ঘষলে দণ্ডের মধ্যে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। তাহলে এর দ্বারা উৎপন্ন স্থাণু তরঙ্গের দুটি সুস্পন্দ দণ্ডের দুটি প্রান্তে এবং নিস্পন্দ তার স্থির মধ্যবিন্দুতে অবস্থিত হবে। সুতরাং দণ্ডের দৈর্ঘ্য $AB = l = \frac{\lambda_1}{2}$। অতএব দণ্ডের ভিতর অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বেগ $C_1$ হলে।

$$C_1 = n\lambda_1 = n.2l, \text{ ( n = কম্পাঙ্ক )।}$$

এখন কাচের নলভরা গ্যাসের স্থাণু তরঙ্গ উৎপন্ন হতে হ'লে সর্ত হ'ল এই যে নলের বন্ধ মুখ এবং সঞ্চরণশীল ছিপি, এই দুটি বিন্দুতে নিস্পন্দ হওয়া আবশ্যক। এ ছাড়া নলের মধ্যে একাধিক নিস্পন্দ বিন্দু থাকতে পারে। সুতরাং সঞ্চরণশীল ছিপিটি দণ্ডশুদ্ধ বাইরে ভিতরে নাড়াচাড়া করে গ্যাস স্তম্ভের দৈর্ঘ্য কমবেশী করা হয় যাতে গ্যাসের মধ্যে স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয় এবং তখন দণ্ডের কম্পাংকের তরঙ্গের সঙ্গে গ্যাসের স্তম্ভের কম্পনের অনুনাদ ঘটে এবং গ্যাসের মধ্যে জোরালো কম্পন শুরু হয়। এই কম্পনের ফলে সুস্পন্দ বিন্দুগুলি থেকে হাল্কা লাইকোপোডিয়াম পাউডার উড়ে উড়ে স্থির নিস্পন্দ বিন্দু N গুলিতে জমা হয়। সুতরাং একটু পরেই দেখা যায় নলের ভিতর পাউডার কয়েকটি বিন্দুতে স্তূপীকৃত হয়ে জমে রয়েছে। যেহেতু দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যেকার দূরত্ব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অর্ধেক সুতরাং আমরা সহজেই বাইরে থেকে এই ধরনের দুটি পাউডারের স্তূপের মধ্যকার দূরত্ব d মেপে নিয়ে $\lambda_2$ গণনা করতে পারি।

$$\frac{\lambda_2}{2} = d \quad \text{বা,} \quad \lambda_2 = 2d$$

যদি গ্যাসের মধ্যে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ( অর্থাৎ শব্দতরঙ্গ ) বেগ $C_2$ হয়,

$C_2 = n_2 d$ যেহেতু গ্যাসের ভিতর তরঙ্গের কম্পাংক এবং দণ্ডের ভিতর তরঙ্গ দুইয়েরই সমান কম্পাংক n।

$$\text{সুতরাং} \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{n.2l}{n.2d} = \frac{l}{d}$$

এইভাবে গ্যাসের ভিতর বা দণ্ডের ভিতর শব্দের বেগ $C_2$ এবং $C_1$ এর মধ্যে একটি জ্ঞাত হলে অপরটি গণনা করা যায়।

ব্যবহারিক উদাহরণ ঃ (ক) বাঁশি, হুইসিল, সানাই ইত্যাদি বাদ্যযন্ত্রে বায়ুস্তম্ভের অনুনাদী কম্পনের ফলেই স্বর উৎপন্ন হয়। বাঁশির ছিদ্রগুলির মধ্যে যেটিকে খোলা হয় বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য ততদূর পর্যন্ত হয়। এইভাবে বিভিন্ন তীক্ষ্ণতার স্বর বাজানো যায়।

(খ) একটি কুজো কলের নীচে রেখে ভরবার সময় জলের স্তর যতো উপরে ওঠে তার উপরের বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য কমে গিয়ে ক্রমশঃ চড়া শব্দ বের হয়।

গাণিতিক উদাহরণ –

1. 250 কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি স্বরশলাকা 35 সেমি. দীর্ঘ একমুখ খোলা নলে একটি বায়ুস্তম্ভের সহিত অনুনাদ সৃষ্টি করে। এই বায়ুস্তম্ভের কত দৈর্ঘ্য 350 কম্পাঙ্কে একটি স্বরশালাকার সঙ্গে অনুনাদ সৃষ্টি করবে ? [ A tuning fork of frequency 250 produces a resonance in a closed glass tube with an air column of 35 cms. For what length of the column will resonance be produced with a tuning fork of frequency 350 ? ]

আমরা জানি একমুখ খোলা নলের ক্ষেত্রে,

$$C=4nl$$

এখানে, $n_1=250$, $l_1=35$ cm. এবং $n_2=350$, $l_2=$ ?

$$\therefore\ C=4\times250\times35 \text{ cm/sec.}$$

দ্বিতীয় বারে, $4\times250\times35=4\times350\times l_2$

$$\therefore\ l_2=25 \text{ cms.}$$

2. 256 কম্পাঙ্কের একটি স্বরশলাকা একমুখবন্ধ একটি নলের ওপর কম্পমান অবস্থায় রাখলে দেখা যায় যে 31 সেমি. ও 97 সেমি. নলের দৈর্ঘ্যে সর্বোচ্চ শব্দ উৎপন্ন হয়। প্রান্তিক সংশোধন ও শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [A fork of frequency 256 is held over a closed tube and maximum sound is obtained when the columns of air are 31 cm. and 97 cm. Find the end correction and calculate the velocity of sound in air. ]

আমরা জানি,

$$C=2n\,(l'-l)$$

$$=2\times{}_{-}56\times(97-31)=2\times256\times66=33792 \text{ cms./sec.}$$

মনে করি, প্রান্তিক সংশোধন $=x$ cm.

সুতরাং প্রথমবারে, $31+x=\frac{\lambda}{4}$, $\lambda=$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

এবং দ্বিতীয়বারে, $97+x=3\frac{\lambda}{4}$

$$\therefore\ 97+x=3(31+x)$$

$93+3x=97+x$ বা $2x=4$ $\therefore\ x=2$ cm.

3. দুটি স্বরশলাকা একত্রে বাজালে সেকেণ্ডে 8টি স্বরকম্প সৃষ্টি করে। প্রথমটি একমুখে খোলা নলে 32 সেমি. দীর্ঘ বায়ুস্তম্ভের সঙ্গে অনুনাদ সৃষ্টি করে এবং দ্বিতীয়টি ঐ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য 1 সেমি. বৃদ্ধি করলে তার সঙ্গে অনুনাদ সৃষ্টি করে। স্বরশলাকা দুটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [ Two tuning forks when sounded together produces 8 beats per sec. The first fork produces resonance with an air column of length 32 cm. in a close pipe and the second fork produces resonance when the length of the column is increased by 1 cm. Calculate the frequencies of the fork. ]

এখানে, $l_1 = 32$ cm., $l_2 = 32 + 1 = 33$ cm.

এখন, $C = 4n_1 l_1 = 4n_1 \times 32$ বা, $n_1 = \frac{C}{4 \times 32} = \frac{C}{128}$

আবার, $C = 4n_2 l_2 = 4n_2 \times 33$ বা, $n_2 = \frac{C}{4 \times 33} = \frac{C}{132}$

সেকেণ্ডে 8টি স্বরকম্প সৃষ্টি হয় সুতরাং $n_1 - n_2 = 8$

বা, $\frac{C}{128} - \frac{C}{132} = 8$

বা, $132C - 128C = 8 \times 128 \times 132$

বা, $4C = 8 \times 128 \times 132$ $\therefore C = 2 \times 128 \times 132$ cm./sec.

$\therefore n_1 = \frac{2 \times 128 \times 132}{128} = 264$ per sec.

এবং, $n_2 = \frac{2 \times 128 \times 132}{132} = 256$ per sec.

## তৃতীয় অধ্যায়

# ডপ্‌লার-তত্ত্ব ( Doppler's Principle )

## 3·1. ডপ্‌লার-তত্ত্ব ( Doppler's Principle ).

যখন কোন রেলগাড়ী হুইস্‌ল বা বাঁশি বাজাতে বাজাতে আমাদের দিকে এগিয়ে আসে তখন আমরা তার স্বরকে অধিক চড়া বা তীক্ষ্ণ শুনি। অর্থাৎ আমাদের কানে তার কম্পাঙ্ক প্রকৃত কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশী মনে হয়। আবার গাড়ীটা যখন দূরে চলে যেতে থাকে তখন সেই বাঁশির শব্দই মোটা হয়ে যায় অর্থাৎ তার কম্পাঙ্ক কম মনে হয়। একই রূপে কোন দূরস্থিত নক্ষত্র যখন পৃথিবী থেকে দূরে সরে যেতে থাকে তখন 'স্পেক্ট্রোমিটারে' দেখা যায় যে তার আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বেড়ে যাচ্ছে অর্থাৎ কম্পাঙ্ক কমে যাচ্ছে। যেহেতু লাল রঙের আলোক তরঙ্গের দৈর্ঘ্য সর্বাধিক, বর্ণালির রঙগুলি লালের দিকে সরে যেতে দেখা যায়। যখন কোন তরঙ্গের উৎস এবং শ্রোতা বা দর্শকের মধ্যে একটি আপেক্ষিক গতি থাকে তখন তরঙ্গের কম্পাঙ্কের যে আপাত পরিবর্তন হয় তাকে ডপলার-তত্ত্ব বা ডপলার-প্রভাব ( Doppler's Principle or Doppler's Effect ) বলে। এই আপেক্ষিক বেগের ফলে যদি পরস্পরের মধ্যে দূরত্ব কমতে থাকে তাহলে কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পাবে কিন্তু পরস্পরের মধ্যে দূরত্ব বাড়তে থাকলে কম্পাঙ্ক হ্রাস পাবে। ১৮৪২ খৃষ্টাব্দে গতিশীল তারার আলোর বর্ণালী ব্যাখ্যা করতে গিয়ে ডপ্‌লার ( Doppler ) এই তত্ত্বটি আবিষ্কার করেন এবং এই তত্ত্বটি যে কোন তরঙ্গ গতির ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।

একটা এরোপ্লেন যখন খুব নীচু দিয়ে মাথার ওপর দিয়ে উড়ে যায় তখন শব্দের কম্পাঙ্কের এই পরিবর্তন অতি স্পষ্ট বোঝা যায়।

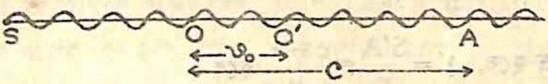
## 3·2. কম্পাঙ্কের পরিবর্তনের গণনা ( Calculation of change in frequency ).

উৎস এবং গ্রাহকের ( শ্রোতা বা দর্শকের ) মধ্যে আপেক্ষিক গতির জন্য যে কম্পাঙ্কের আপাত পরিবর্তন হয় বিভিন্ন ক্ষেত্রে তা নিম্নরূপে গণনা করা যায়।

(ক) উৎস স্থির এবং গ্রাহক গতিসম্পন্ন—

মনে করি, স্থির উৎস S হতে নির্গত $n$ কম্পাঙ্কের ও $\lambda$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ $c$ বেগে গ্রাহক O-এর দিকে OA পথে অগ্রসর হচ্ছে (চিত্র 4·27)। গ্রাহক O, $v_o$ বেগে একই OA পথে চলেছে। উৎস হতে প্রতি সেকেণ্ডে $n$টি তরঙ্গ নির্গত হচ্ছে এবং

গ্রাহক O-তে স্থির থাকলে প্রতি সেকেণ্ডে n তরঙ্গের সবগুলিই তার কাছে পৌঁছাবে। কিন্তু গ্রাহক যদি দূরে চলে যায় তাহ'লে এক সেকেণ্ডে n তরঙ্গের সবগুলি তার কাছে পৌঁছাবে না। এক সেকেণ্ডে যে তরঙ্গগুলি O বিন্দু অতিক্রম




চিত্র 4·27

করবে সেগুলি OA দৈর্ঘ্যের মধ্যে অবস্থান করবে, ( OA = c = তরঙ্গের বেগ )। এক সেকেণ্ডে গ্রাহক যেহেতু O′ বিন্দুতে সরে গেছে, ($OO' = v_o$ = গ্রাহকের বেগ ), এক সেকেণ্ডে O′A দূরত্বের মধ্যে যতগুলি তরঙ্গ আছে মাত্র সেগুলি তার কাছে পৌঁছাবে এবং এই তরঙ্গগুলির সংখ্যা হবে, $\frac{c-v_o}{c}.n.$

সুতরাং গ্রাহক কর্তৃক প্রাপ্ত তরঙ্গে আপাত কম্পাঙ্ক হবে,

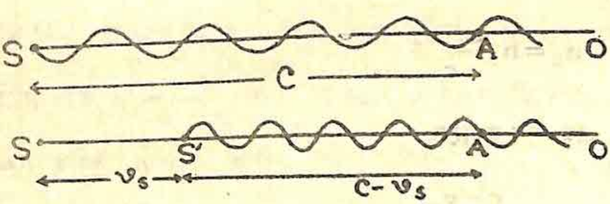
$$n' = n\frac{c-v_o}{c} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

যদি গ্রাহক তরঙ্গের উৎসের দিকে চলতে থাকে তাহলে $v_o$ ঋণাত্মক হবে এবং আপাত কম্পাঙ্ক n′ হবে, $n' = n\frac{c+v_o}{c} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$

অর্থাৎ উৎস হতে দূরে সরে গেলে আপাত কম্পাঙ্ক n′ কমে যাবে কিন্তু উৎসের দিকে সরে গেলে n′ বেশী মনে হবে।

(খ) উৎস গতি সম্পন্ন এবং গ্রাহক স্থির—

মনে করি উৎস S, $v_s$ বেগে গ্রাহক O-এর দিকে চলেছে এবং গ্রাহক O স্থির রয়েছে। উৎস হতে নির্গত n কম্পাঙ্কের ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ c বেগে SO পথে




চিত্র 4·28

অগ্রসর হচ্ছে। এক সেকেণ্ডে নির্গত n তরঙ্গের সবগুলি SA দৈর্ঘ্যের মধ্যে অবস্থান করবে, (SA = c = তরঙ্গের বেগ )। কিন্তু যদি এই এক সেকেণ্ডে উৎস S হতে S′ বিন্দুতে সরে যায়, ($SS = v_s$ = উৎসের বেগ ), তাহলে এই n তরঙ্গগুলি

ক্ষুদ্রতর দূরত্ব S′A দৈর্ঘ্যের মধ্যে সঙ্কুচিত হয়ে অবস্থান করবে। সুতরাং প্রকৃত তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

$$\lambda = \frac{SA}{n} = \frac{c}{n}$$

পরিবর্তিত হয়ে, $\lambda' = \frac{S'A}{n} = \frac{c - v_s}{n}$ হবে।

অতএব উৎসের এই গতির ফলস্বরূপ দেখা যায় যে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য সঙ্কুচিত হয়। অতএব আপাত কম্পাঙ্ক হবে,

$$n' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{c - v_s} . n \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

উৎস যদি গ্রাহক থেকে দূরে সরে যায় তাহলে $v_s$ ঋণাত্মক হবে এবং আপাত কম্পাঙ্ক $n'$ হবে,

$$n' = \frac{c}{c + v_s} n \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

(গ) উৎস এবং গ্রাহক উভয়ই যদি গতি সম্পন্ন হয়—

প্রথমে গ্রাহক স্থির ধ'রে উৎস $v_s$ বেগে গ্রাহকের দিকে চলেছে কল্পনা করলে আপাত কম্পাঙ্ক, ( 3 নং সমীকরণ হতে )

$$n_1 = \frac{c}{c - v_s} n$$

এখন যদি মনে করা যায় যে গ্রাহক $v_o$ বেগে উৎস থেকে দূরে সরে যাচ্ছে এবং স্থির উৎস হতে $n_1$ কম্পাঙ্কে তরঙ্গ নির্গত হচ্ছে, তাহলে আপাত কম্পাঙ্ক, ( 1 নং সমীকরণ হতে )

$$n_2 = n_1 \frac{c - v_o}{c}$$

এখন $n_1$ এর মান বসালে,

$$n_2 = n \frac{c - v_o}{c - v_s} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5)$$

যদি গ্রাহক উৎসের দিকে চলতে থাকে, তাহলে আপাত কম্পাঙ্ক হবে,

$$n_2 = n \frac{c + v_o}{c - v_s} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6)$$

(ঘ) বায়ুপ্রবাহের প্রভাব—

বায়ুপ্রবাহের ফলে শব্দের বেগের পরিবর্তন হয়। শব্দ যেদিকে যাচ্ছে বায়ুপ্রবাহ যদি একই দিকে হয় তাহলে শব্দের বেগ বৃদ্ধি পায় এবং বায়ুপ্রবাহ যদি তার বিপরীত দিকে হয় তাহলে শব্দের বেগ হ্রাস পায়। বায়ুপ্রবাহের বেগ $w$ মনে করলে উপরের সমীকরণে শব্দের বেগ $c$ এর স্থলে $c+w$ বা $c-w$ লিখতে হবে।

## 3·3. ডপ্‌লার তত্ত্বের সীমাবদ্ধতা (Limitation of Doppler's Principle).

শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে ডপলার তত্ত্ব ততক্ষণই প্রযোজ্য যতক্ষণ উৎস ও গ্রাহকের বা শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক বেগ শব্দের বেগের চেয়ে কম। যদি শ্রোতা উৎসের দিকে শব্দের চেয়ে বেশী বেগে ধাবিত হয় তাহলে এই তত্ত্ব প্রয়োগ করা যাবে না।

শ্রোতা যদি স্থির উৎস হতে দূরে চলে যায় তাহলে (1) নং সমীকরণ হতে আপাত কম্পাঙ্ক হবে $n'=n\frac{c-v_o}{c}$। সুতরাং $v_o$ যত বৃদ্ধি পাবে $n'$ তত কম হবে। $v_o=c$ হ'লে $n'=0$ হবে। কিন্তু $v_o>c$ হ'লে $n'$ ঋণাত্মক হয়ে যাবে।

শ্রোতা যদি স্থির উৎসের দিকে যেতে থাকে তাহ'লে (2) নং সমীকরণ হ'তে আপাত কম্পাঙ্ক হবে $n'=n\frac{c+v_o}{c}$। সুতরাং এক্ষেত্রে $v_o$ যদি বৃদ্ধি পাবে তত বেশী হবে। $v_o=c$ হ'লে $n'=2n$ হবে। $v_o$ আরও বৃদ্ধি পেলে $n'$ আরও বেশী হবে।

উৎস যদি স্থির শ্রোতার দিকে এগিয়ে চলে তাহ'লে (3) নং সমীকরণ হ'তে আপাত কম্পাঙ্ক হবে, $n'=\frac{c}{c-v_s}n$। সুতরাং $v_s$ যত বৃদ্ধি পাবে $n'$ তত বেশী হবে। $v_s=c$ হ'লে, $n'=\infty$ অর্থাৎ অসীম হবে। $v_s>c$ হ'লে $n'$ ঋণাত্মক হয়ে যাবে।

উৎস যদি স্থির শ্রোতা থেকে দূরে চলে যায় তাহ'লে (4) নং সমীকরণ হতে আপাত কম্পাঙ্ক হবে, $n'=\frac{c}{c+v_s}n$। সুতরাং $v_s$ যত বৃদ্ধি পাবে $n'$ তত কম হবে। $v_s=c$ হ'লে, $n'=\frac{1}{2}n$। $v_s$ আরও বৃদ্ধি পেলে $n'$ আরও কম হবে।

**3·4. ডপলার তত্ত্ব ও আলোক তরঙ্গ (Doppler's Principle and light waves).**

পূর্বেই বলা হয়েছে যে কোন দূরস্থিত তারা যদি পৃথিবীর দিকে বা পৃথিবী থেকে দূরে সরে যেতে থাকে তাহলে সেই তারা থেকে নির্গত আলোক রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হয়। স্পেক্ট্রোমিটার যন্ত্রের সাহায্যে ঐ রশ্মির বর্ণালী নিরীক্ষণ ক'রে তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের এই পরিবর্তন মাপা যায়। তারাটি যখন পৃথিবী থেকে দূরে সরে যায় তখন তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় অর্থাৎ কম্পাঙ্ক হ্রাস পায়। এক্ষেত্রে দেখা যায় যে বর্ণালী লাল রঙের দিকে সরে যাচ্ছে। কিন্তু তারাটি যদি পৃথিবীর দিকে এগিয়ে আসতে থাকে তাহ'লে দেখা যাবে যে বর্ণালী বেগুনী রঙের দিকে সরে যাচ্ছে। সুতরাং এক্ষেত্রে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য হ্রাস পাচ্ছে অর্থাৎ কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পাচ্ছে। এই তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন মেপে তারাটি কত বেগে পৃথিবী হতে দূরে চলে যাচ্ছে বা এগিয়ে আসছে গণনা করা যায়।

যদি স্থির অবস্থায় একটি তারা হতে নির্গত কোন রশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda$ হয় এবং তারাটি v বেগে পৃথিবীর দিকে এগিয়ে এলে ঐ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হয়ে $\lambda'$ হয়, তাহ'লে (3) নং সমীকরণ হতে

$$\frac{c}{\lambda'}=\frac{c}{c-v}\cdot\frac{c}{\lambda},\quad c = \text{আলোর বেগ এবং } c=n\lambda=n'\lambda'$$

$$\text{বা}\quad \lambda'=\frac{c-v}{c}\lambda=\left(1-\frac{v}{c}\right)\lambda$$

$$\text{বা}\quad \lambda-\lambda'=\frac{v}{c}\lambda\quad\therefore\quad v=\frac{\lambda-\lambda'}{\lambda}c\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\ (7)$$

কিন্তু তারাটি যদি v বেগে পৃথিবী হতে দূরে চলে যায় তাহ'লে (4) নং সমীকরণ হতে,

$$v=\frac{\lambda'-\lambda}{\lambda}c\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\ (8)$$

গাণিতিক উদাহরণ—

1. একটি ট্রেন বাঁশী বাজাতে বাজাতে ঘণ্টায় 40 মাইল বেগে একটি স্টেশন অতিক্রম ক'রে চলে গেল। বাঁশীর শব্দের প্রকৃত কম্পাঙ্ক 256 প্রতি সেকেণ্ডে হ'লে 'প্ল্যাটফর্মে' অপেক্ষমান কোন যাত্রীর নিকট ট্রেনটি (a) আগমনের ও (b) প্রস্থানের সময়ে ঐ বাঁশীর কম্পাঙ্ক কত মনে হবে? শব্দের বেগ 1120 ফুট/সেকেণ্ড।

[ A train is passing a railway station with a speed of 40 m. p. h. and is blowing continuously a whistle of frequency 256 per. sec. What will be the frequencies apparent to a person waiting on the platform when the train is (a) approaching (b) receding ? Velocity of sound = 1120 ft/sec. ]

ট্রেনের বেগ, v = 40 m. p. h.

$$= \frac{40 \times 1760 \times 3}{60 \times 60} = \frac{176}{3} \text{ ft/sec.}$$

শব্দের বেগ, c = 1120 ft/sec. প্রকৃত কম্পাঙ্ক, n = 256 per sec.

(a) উৎস শ্রোতার দিকে চলেছে, সুতরাং আপাত কম্পাঙ্ক,

$$n_1 = \frac{c}{c-v} n = \frac{1120}{1120 - \frac{176}{3}} \times 256 = \frac{1120 \times 3}{3184} \times 256$$

$= 270{\cdot}15$ per sec.

(b) উৎস শ্রোতা থেকে দূরে চলে যাচ্ছে, সুতরাং আপাত কম্পাঙ্ক

$$n_2 = \frac{c}{c+v} n = \frac{1120}{1120 + \frac{176}{3}} \times 256 = \frac{1120 \times 3}{3536} \times 256$$

$= 243{\cdot}26$ per sec.

2. একটি ট্রেন ঘণ্টায় 30 মাইল বেগে একটি পাহাড়ের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। চালক 150 প্রতি সেকেণ্ডে কম্পাঙ্কে বাঁশী বাজালে প্রতিধ্বনির কম্পাঙ্ক তার কাছে কত মনে হবে ? শব্দের বেগ = 1144 ফুট/সেকেণ্ড। [ A train is going towards a hill at 30 m. p. h. Find the pitch of the echo from the hill heard by the driver when blowing whistle of frequency 150 per sec. Velocity of sound = 1144 ft./sec. ]

এখানে, শব্দের উৎস ও শ্রোতা উভয়ে একই সঙ্গে পাহাড়ের দিকে এগিয়ে চলেছে। সুতরাং মনে করা যেতে পারে যে, প্রতিধ্বনি অর্থাৎ প্রতিফলিত শব্দের উৎস শ্রোতার দিকে এগিয়ে আসছে এবং একই বেগে শ্রোতা-ও ঐ উৎসের দিকে এগিয়ে চলেছে।

উৎসের বেগ, $v_s = 30$ m.p.h. $= \frac{30 \times 1760 \times 3}{60 \times 60} = 44$ ft./sec.

শ্রোতার বেগ, $v_o = 30$ m. p. h. $= 44$ ft/sec.

শব্দের বেগ, $c = 1144$ ft/sec.

$n = 150$ per sec.

$$\therefore \text{ আপাত কম্পাঙ্ক, } n' = \frac{c + v_o}{c - v_s} \times n = \frac{1144 + 44}{1144 - 44} \times 150 = \frac{1188}{1100} \times 150$$

$$= 164 \text{ per sec.}$$

3. স্পেক্ট্রোমিটারে বর্ণালী বিশ্লেষণ হতে দেখা যায় যে দূরস্থিত কোন তারা হতে আগত আলোকরশ্মির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ঐ তারার গতির জন্য $6{\cdot}0 \times 10^{-8}$ cm. হতে পরিবর্তিত হয়ে $6{\cdot}001 \times 10^{-8}$ cm. হয়। পৃথিবীর সাপেক্ষে ঐ তারার বেগ নির্ণয় কর। আলোর গতিবেগ $= 3 \times 10^{10}$ cm./sec. [The wavelength of a spectrum line coming from a star is changed by the motion of the star from $6{\cdot}0 \times 10^{-8}$ cm. to $6{\cdot}001 \times 10^{-8}$ cm. Find the velocity of the star with respect to the earth. Velocity of light $= 3 \times 10^{10}$ cm./sec. ]

এক্ষেত্রে, $\lambda = 6{\cdot}0 \times 10^{-8}$ cm.

$\lambda^1 = 6{\cdot}001 \times 10^{-8}$ cm.

আলোর বেগ, $C = 3 \times 10^{10}$ cm./sec.

তারার বেগ, $V = ?$

তারার গতির জন্য তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাচ্ছে সুতরাং তারাটি দূরে চলে যাচ্ছে বুঝতে হবে।

$$v = \frac{\lambda^1 - \lambda}{\lambda} \times c$$

$$= \frac{6{\cdot}001 \times 10^{-8} - 6{\cdot}0 \times 10^{-8}}{6{\cdot}0 \times 10^{-8}} \times 3 \times 10^{10}$$

$$= \frac{{\cdot}001 \times 10^{-8}}{6{\cdot}0 \times 10^{-8}} \times 3 \times 10^{10}$$

$$= 5 \times 10^{6} \text{ cm./sec.}$$

## চতুর্থ অধ্যায়

## শব্দ তরঙ্গ ( Sound Waves )

### 4·1. শব্দ তরঙ্গের বেগ ( Velocity of Sound ).

আমরা পূর্বেই বলেছি যে বায়ু ( বা জলের ) মধ্যে কোনো কঠিন পদার্থ কম্পিত হতে থাকলে বায়ুতে ( বা জলে ) অনুদৈর্ঘ্য চাপ তরঙ্গের সৃষ্টি হয় এবং সেই তরঙ্গ আমাদের কর্ণপটহে পরবশ কম্পনের সৃষ্টি করায় আমাদের শব্দের অনুভূতি হয়। আমরা এও বলেছি যে গ্যাসে এই প্রকার চাপ তরঙ্গের জন্য দায়ী হচ্ছে গ্যাসের আয়তনের স্থিতিস্থাপকতা। নিউটন প্রমাণ করেন যে কোনো গ্যাসের আয়তন স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক যদি E হয় এবং গ্যাসের ঘনত্ব d হয় তাহলে গ্যাসের মধ্যে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সঞ্চারণের বেগ

$$C=\sqrt{\frac{E}{d}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

নিউটন ধরে নেন যে গ্যাসের মধ্যে ঘনীভবন ও তনূভবনের সময় তাপমাত্রা স্থির থাকে, সুতরাং তিনি সমোষ্ণ প্রক্রিয়ার জন্য বয়েলের নিয়ম প্রয়োগ করে গ্যাসের স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক E নিম্নরূপে গণনা করেন।

ধরা যাক, P চাপে V আয়তনের গ্যাসের চাপ সামান্য বাড়িয়ে P+p করে দেওয়া হল এবং তার ফলে আয়তন ক'মে V − v হয়ে গেল। তাহলে বয়েলের নিয়ম অনুসারে,

$$PV=(P+p)(V-v)=PV+pV-vP-pv$$

p ও v দুটিই ক্ষুদ্র রাশি হওয়াতে pv এতই ক্ষুদ্র যে তাকে অন্যগুলির তুলনায় নগণ্য বলা চলে।

সুতরাং, $pV-vP=O$ অর্থাৎ, $pV=vP$

কিন্তু এখানে পীড়ন = p এবং আয়তনের বিকৃতি $=\frac{v}{V}$

সুতরাং আয়তন স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক, $E=\frac{\text{পীড়ন}}{\text{আয়তনের বিকৃতি}}$

$$=\frac{p}{\frac{v}{V}}=\frac{pV}{v}=\frac{vP}{v}=P$$

অতএব নিউটনের সূত্র হ'তে শব্দের বেগ,

$$C=\sqrt{\frac{P}{d}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

প্রমাণ তাপমাত্রায় এবং চাপে ( N.T.P. ),

$P=76\times13{\cdot}6\times981$ ডাইন/বর্গ সেমি.

এবং বায়ুর ঘনত্ব, $d=\cdot001293$ gm/c.c.

স্নুতরাং, $C=\sqrt{\frac{P}{d}}=\sqrt{\frac{76\times13{\cdot}6\times981}{\cdot001293}}=280$ metre/sec ( প্রায় )

কিন্তু পরীক্ষা দ্বারা বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় করলে প্রায় 332 মি./সে. পাওয়া যায়। স্নুতরাং নিউটনের সূত্রে কোনো ত্রুটি আছে বুঝতে হবে।

## 4·2. লাপ্লাসের সংশোধন ( Laplace's Correction ).

লা প্লাস ( Laplace ) নিউটনের সূত্রটিকে সংশোধিত করেন। তিনি বলেন যে বাতাসে তরঙ্গ বিস্তারের সময় ঘনীভবন ও তনূভবন এত দ্রুত হয় যে এগুলি সমোষ্ণ না হ'য়ে সমতাপীয় প্রক্রিয়া বলে মনে করা উচিত। স্নুতরাং বয়েলের নিয়মের বদলে সমতাপীয় পরিবর্তনের নিয়ম ( অর্থাৎ $PV^{\gamma}=$ ধ্রুবক ) ব্যবহার করা উচিৎ। এরূপ করলে নিউটনের গণনার স্থলে আমরা পাই,

$$PV^{\gamma}=(P+p)(V-v)^{\gamma}$$

$$=(P+p)V^{\gamma}\left(1-\frac{v}{V}\right)^{\gamma}$$

দ্বিপদ উপপাদ্য ( Binomial Theorem ) প্রয়োগ ক'রে আমরা পাই,

$$PV^{\gamma}=\left(P+p\right)V^{\gamma}\left(1-\frac{\gamma v}{V}+\cdots\cdots\right)$$

$\left(\frac{v}{V}\right)$ ক্ষুদ্র রাশিটির উচ্চতর ঘাতগুলিকে তুলনায় নগণ্য মনে করলে,

$$P=\left(P+p\right)\left(1-\frac{\gamma v}{V}\right)$$

$$=P-P\frac{\gamma v}{V}+p-p\frac{\gamma v}{V}$$

পুনরায় (pv)-কে নগণ্য মনে ক'রে আমরা পাই,

$$O=-\gamma v\frac{P}{V}+p \quad \text{বা,} \quad \gamma vP=pV$$

সুতরাং $E=p\frac{V}{v}=\frac{\gamma vP}{v}=\gamma P$

সুতরাং শব্দের সংশোধিত বেগ, $C=\sqrt{\frac{E}{d}}=\sqrt{\frac{\gamma P}{d}}$ ... ... (3)

একে লাপ্লাসের সূত্র বলা হয়। এখানে, $\gamma=\frac{Cp}{Cv}=1\cdot4$ ; $Cp$ = স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ এবং $Cv$ = স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ।

এই সংশোধিত সূত্র প্রয়োগ করলে বায়ুতে শব্দের বেগ $280\times\sqrt{1\cdot4}=332$ মি./মি. সে/সে. পাওয়া যায়, যা পরীক্ষার দ্বারা প্রাপ্ত ফলের সমান।

### 4.3. শব্দের বেগের ওপর ঘনত্ব, চাপ, উষ্ণতা ও আর্দ্রতার প্রভাব (Effect of Density, Pressure, Temperature and Humidity on Velocity of Sound)

(ক) ঘনত্বের প্রভাব—

যদি দুটি গ্যাসের ঘনত্ব যথাক্রমে $d_1$ ও $d_2$ হয় এবং P চাপে তাদের মধ্যে শব্দের বেগ যথাক্রমে $C_1$ ও $C_2$ হয়, তাহলে

$$C_1=\sqrt{\frac{\gamma P}{d_1}}$$

$$C_2=\sqrt{\frac{\gamma P}{d_2}}$$

$$\therefore \frac{C_1}{C_2}=\sqrt{\frac{d_2}{d_1}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (4)$$

অর্থাৎ শব্দের বেগ ঘনত্বের বর্গমূলের ব্যাস্তানুপাতী।

(খ) চাপের প্রভাব—

স্থির তাপমাত্রায় একটি গ্যাসের মধ্যে $P_1$ ও $P_2$ চাপে শব্দের বেগ যথাক্রমে $C_1$ ও $C_2$ হ'লে,

$$C_1=\sqrt{\frac{\gamma P_1}{d_1}} \text{ ও } C_2=\sqrt{\frac{\gamma P_2}{d_2}}$$

কিন্তু বয়েলের সূত্র হতে আমরা জানি যে স্থির উষ্ণতায়,

চাপ × আয়তন = ধ্রুবক

বা, $\text{চাপ} \times \frac{1}{\text{ঘনত্ব}} = \text{ধ্রুবক}$ অর্থাৎ, $\frac{P_1}{d_1} = \frac{P_2}{d_2}$

$\therefore \quad C_1 = C_2$

অতএব স্থির তাপমাত্রায় শব্দের বেগ চাপের ওপর নির্ভর করে না।

(গ) তাপমাত্রার প্রভাব—

আমরা জানি,

$$C = \sqrt{\frac{\gamma P}{d}}$$

এক গ্রাম অণু পরিমাণ অর্থাৎ M ভরের গ্যাসের আয়তন যদি V ধরা হয়, তাহলে,

$$C = \sqrt{\frac{\gamma PV}{M}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad \because \quad PV = RT$$

যদি $T_1$ ও $T_2$ চরম স্কেলে তাপমাত্রায় শব্দের বেগ যথাক্রমে $C_1$ ও $C_2$ হয়, তাহলে,

$$C_1 = \sqrt{\frac{\gamma RT_1}{M}} \text{ ও } C_2 = \sqrt{\frac{\gamma RT_2}{M}}$$

$$\text{বা, } \frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad \dots \quad \dots \quad (5)$$

অর্থাৎ শব্দের বেগ চরম স্কেলে তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতী।

$C_t = t^\circ C$ তাপমাত্রায় শব্দের বেগ ও $C_o = 0^\circ C$ তাপমাত্রায় শব্দের বেগ = 332 মিটার/সেকেণ্ড হ'লে, উপরের সমীকরণ হতে আমরা পাই,

$$C_t = C_o \sqrt{\frac{273+t}{273+0}} = C_o \left(1+\frac{t}{273}\right)^{\frac{1}{2}} = C \left(1+\frac{1}{2}\frac{t}{273}+\cdots\right)$$

$$= 332\,(1+{\cdot}00183t) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6)$$

অতএব প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য শব্দের বেগ 332 × ·00183 বা 0·61 মিটার/সেকেণ্ড ( প্রায় ) বা 61 সেমি./সেকেণ্ড অর্থাৎ প্রায় 2 ফুট প্রতি সেকেণ্ড বৃদ্ধি পায়।

(ঘ) আর্দ্রতার প্রভাব—

সমান তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব বায়ুর ঘনত্বের প্রায় $\frac{5}{8}$ অংশ মাত্র। সুতরাং বায়ুতে আর্দ্রতা অধিক হ'লে ঘনত্ব কমে যায় সুতরাং শব্দের বেগ বৃদ্ধি পায়। অতএব শুষ্ক বায়ু অপেক্ষা আর্দ্র বায়ুতে শব্দের বেগ বেশী।

বায়ুতে আর্দ্রতার জন্য শব্দের বেগের সংশোধন নিম্নরূপে গণনা করা যায়।

$$C_m=\sqrt{\frac{\gamma P}{d_m}} \text{ ও } C=\sqrt{\frac{\gamma\times 760}{d}}$$

$C_m = P$ mm. চাপে আর্দ্র বায়ুতে শব্দের বেগ

$C = 760$ mm. „ শুষ্ক „ „ „

$d_m = P$ mm. „ ও $t^\circ C$ তাপমাত্রায় আর্দ্র বায়ুর ঘনত্ব

$d = 760$ mm. চাপে ও $t^\circ C$ তাপমাত্রায় আর্দ্র বায়ুর ঘনত্ব

যদি $t^\circ C$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ f mm. হয়, তাহলে

$d_m = t^\circ C$ তাপমাত্রায় ও P mm. চাপে 1 c.c. আর্দ্র বায়ুর ভর

$=(P-f)$ mm. চাপে ও $t^\circ C$ তাপমাত্রায় 1 c.c. শুষ্ক বায়ুর ভর

$+f$ চাপে ও $t^\circ C$ তাপমাত্রায় 1 c.c. জলীয় বাষ্পের ভর

$$=\frac{P-f}{760}\times d+\frac{f}{760}\times d_m, \quad \text{যেহেতু ঘনত্ব} \propto \text{চাপ}$$

$$=\frac{P-f}{760}\times d+\frac{f}{760}\times \cdot 622\, d, \quad \text{জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব} = \cdot 622\times d.$$

$$=\frac{d}{760}\left(P-0\cdot 378\, f\right)$$

এখন, $$\frac{C}{C_m}=\sqrt{\frac{760}{d}\times\frac{d_m}{P}}=\sqrt{\frac{P-0\cdot 378\, f}{P}}=\sqrt{1-0\cdot 378\,\frac{f}{P}}$$

$$\therefore \quad C=C_m\sqrt{1-0\cdot 378\,\frac{f}{P}} \quad \ldots \quad (7)$$

## 4·4. সুরযুক্ত ও সুরবর্জিত শব্দ ( Musical Sound and Noise ).

বায়ুতে বিভিন্ন কম্পাংকের অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ উৎপন্ন ও প্রসারিত হয়। এদের মধ্যে কেবলমাত্র সেই সকল তরঙ্গ যাদের কম্পাংক প্রায় 20 হাজার প্রতি সেকেণ্ড থেকে 20 প্রতি সেকেণ্ডের মধ্যে তারাই আমাদের কানে শব্দের অনুভূতি জাগায়। কম্পাংক 20,000 উর্ধ্বে হলে আমরা শুনতে না পেলেও কোনো প্রাণী ( যেমন বাদুড় ) ঐ শব্দ

শুনতে পায়। এই তরঙ্গকে শব্দোত্তর তরঙ্গ ( ultrasonic ) বলে। শল্য চিকিৎসা, ভূ-বিজ্ঞান, ইঞ্জিনিয়ারিং ইত্যাদি বহুক্ষেত্রে আজকাল শব্দোত্তর তরঙ্গের ব্যবহার করা হয়।

যে শব্দ আমরা শুনতে পাই তার মধ্যেও আবার স্বরযুক্ত ( Musical ) ও স্বর-বর্জিত ( Noise ) দুই প্রকার ভেদ আছে।

কোনো বস্তুর কম্পন যদি নিয়মিত পর্যাবৃত্ত হয় তা হ'লে সে স্বরযুক্ত শব্দ উৎপন্ন করে। যথা, মানুষের স্বর, কোকিল ইত্যাদি পাখির স্বর, ঘণ্টা, সুরশলাকা ও বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রের শব্দ ইত্যাদি।

অপর পক্ষে কোনো বস্তুর কম্পন যদি অস্থির, এলোমেলো এবং অনিয়মিত ও অপর্যাবৃত্ত হয় তাহলে তার শব্দকে স্বরবর্জিত বলে মনে হয়। যথা, বাঘ, সিংহ ইত্যাদির গর্জন, কাকের ও কর্কশ স্বরবিশিষ্ট পশু-পাখির ডাক, কারখানার যন্ত্রের শব্দ, বোমা ফাটার শব্দ ইত্যাদি।

স্বরযুক্ত শব্দের মধ্যে আবার সেই সকল তরঙ্গ যার কম্পন একটি মাত্র সরল দোলগতিতে হয়, তাদের সুর ( tone ) বলে। সুরশলাকার শব্দ এইরূপ। সাধারণ বাদ্যযন্ত্রগুলিতে একটি মূলসুর ( Fundamental tone ) ছাড়াও অনেকগুলি উপসুর ( overtones ) উৎপন্ন হয়। এই বিভিন্ন সুরের মিশ্রিত প্রভাবে একটি স্বর (note) সৃষ্ট হয়। বিভিন্ন যন্ত্র থেকে উৎপন্ন বা বিভিন্ন মানুষের গলায় একই কম্পাংকের মূল সুর উৎপন্ন হ'লেও তার সঙ্গে সঙ্গে সৃষ্ট উপসুরগুলি বিভিন্ন হয়। এই জন্যই বিভিন্ন মানুষের বা যন্ত্রের স্বরকে আমরা পৃথক পৃথকরূপে বুঝতে পারি। স্বরের এই বৈশিষ্ট্যকে গুণ বা জাতি ( Quality or Timbre ) বলা হয়।

যেহেতু সরল দোলগতির কম্পনের শক্তি বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী, সেজন্য তরঙ্গের দ্বারা বাহিত শক্তিও তার বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী। তরঙ্গের শক্তির তীব্রতা ( intensity ) কেই আমরা শব্দের প্রাবল্য ( loudness ) বা তীব্রতা ( intensity ) রূপে অনুভব করি। স্বনকের আকার ও মাধ্যমের ঘনত্ব অধিক হ'লে প্রাবল্য অধিক হয়। স্বনক হতে দূরত্ব অধিক হ'লে ও বায়ুর গতি বিপরীতমুখী হ'লে প্রাবল্য ক'মে যায়। শব্দের প্রাবল্য স্বনক হ'তে দূরত্বের বর্গের ব্যাস্তানুপাতী।

স্বরের মূল সুরের কম্পাঙ্ককে তার তীক্ষ্ণতা ( Pitch ) বলে। আমরা অধিক তীক্ষ্ণ স্বরকে চড়া স্বর ও কম তীক্ষ্ণ স্বরকে খাদের বা মোটা স্বর বলে থাকি।

স্বরের তিনটি বৈশিষ্ট্য, যার সাহায্যে একটি স্বর থেকে অপর একটি স্বরের প্রভেদ বোঝা যায় সেগুলি হ'ল তীব্রতা, তীক্ষ্ণতা ও গুণ বা জাতি। শব্দের যে বৈশিষ্ট্যের জন্য

একটি মৃদু শব্দ হ'তে একটি জোরালো শব্দের প্রভেদ বোঝা যায় তাহ'ল **প্রাবল্য** ( loudness ) বা তীব্রতা ( intensity )। শব্দের প্রাবল্য শব্দতরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতী। শব্দের যে বৈশিষ্ট্যের জন্য একটি চড়া বা তীক্ষ্ণ শব্দ হ'তে একটি খাদের বা মোটা শব্দের প্রভেদ বোঝা যায় তাহ'ল **তীক্ষ্ণতা** ( Pitch )। শব্দের তীক্ষ্ণতা শব্দ তরঙ্গের কম্পাঙ্কের বা তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভর করে। কম্পাঙ্ক বেশী হলে বা তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কম হ'লে শব্দের তীক্ষ্ণতা বৃদ্ধি পায়। শব্দের যে বৈশিষ্ট্যের জন্য দুটি বাদ্যযন্ত্র বা দুটি ভিন্ন উৎস হ'তে আগত একই প্রাবল্য ও একই তীক্ষ্ণতা যুক্ত দুটি স্বরের প্রভেদ বোঝা যায় তাহ'ল জাতি বা গুণ ( Quality )। স্বরের জাতি শব্দ তরঙ্গের আকৃতির ওপর নির্ভর করে। কোন স্বরে মূল সুরের সঙ্গে কি কি উপসুর মিশ্রিত রয়েছে, তার ওপর নির্ভর করে সেই শব্দতরঙ্গের আকৃতি ও স্বরের জাতি।

## 4·5. অষ্টক সুর ( Octave ).

একটি বিশেষ কম্পাঙ্কের সুরের দ্বিগুণ কম্পাঙ্কের সুরকে সঙ্গীত শাস্ত্রে প্রথম সুরের অষ্টক সুর ( Octave ) বলে। একটি বিশেষ কম্পাঙ্কের সুর থেকে তার অষ্টক পর্যন্ত সুরকে সঙ্গীত শাস্ত্রে সা, রে, গা, মা, পা, ধা, নি এই সাতটি সুরে বা পর্দায় ভাগ করা হয়েছে এবং সাতটি সুরের এই সমন্বয়কে সুর-সপ্তক বলে। আমাদের কানে বিভিন্ন সুর সম্বন্ধে পারস্পরিক অনুভূতি তাদের কম্পাঙ্কের অনুপাতের ওপর নির্ভর করে, কম্পাঙ্কের বিয়োগফলের ওপর নির্ভর করে না। দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাতকে সুরানুপাত ( musical interval ) বলে। সুর-সপ্তকে সুরগুলির সুরানুপাত অনুসন্ধান করলে দেখা যায় যে, প্রথম নির্ধারিত সা সুরের কম্পাঙ্ক 1 ধরলে, রে সুরের কম্পাঙ্ক $1\frac{1}{8}$, গা সুরের কম্পাঙ্ক $1\frac{1}{4}$, মা সুরের কম্পাঙ্ক $1\frac{1}{3}$, পা সুরের কম্পাঙ্ক $1\frac{1}{2}$, ধা সুরের কম্পাঙ্ক $1\frac{2}{3}$ ও নি সুরের কম্পাঙ্ক $1\frac{7}{8}$ হবে।

| সুর— | সা | রে | গা | মা | পা | ধা | নি | সা |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| কম্পাঙ্ক – | 256 | 288 | 320 | 340 | 384 | 426 | 480 | 512 |
| আনুপাতিক কম্পাঙ্ক— | 1 | $1\frac{1}{8}$ | $1\frac{1}{4}$ | $1\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{2}{3}$ | $1\frac{7}{8}$ | 2 |
| সুরান্তর— | | $\frac{8}{9}$ | $\frac{9}{10}$ | $\frac{15}{16}$ | $\frac{8}{9}$ | $\frac{9}{10}$ | $\frac{8}{9}$ | $\frac{15}{16}$ |

## 4·6. শব্দগ্রহণ ( Recording ) এবং পুনঃপ্রচার ( Reproduction )

কথা বলা বা সঙ্গীত ইত্যাদিতে সময়ের সঙ্গে সঙ্গে শব্দ তরঙ্গের নিম্নলিখিত গুণগুলি পরিবর্তিত হতে থাকে –

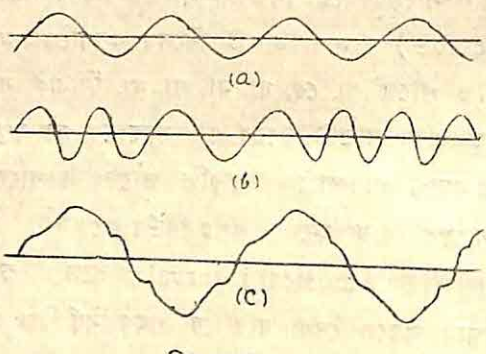
(ক) প্রাবল্য বা তীব্রতা—প্রাবল্যের পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে তরঙ্গের বিস্তার বদলাতে থাকে।

(খ) তীক্ষ্ণতা—মূল স্বরের কম্পাঙ্ক পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে তরঙ্গের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য বদলাতে থাকে।

(গ) জাতি—মূল স্বরের সঙ্গে উপস্বরগুলির সমাবেশ ( যার ওপর স্বরের জাতি নির্ভর করে ) বিভিন্ন প্রকারের হয় এবং তার ফলে তরঙ্গের আকৃতি পরিবর্তিত হতে থাকে।

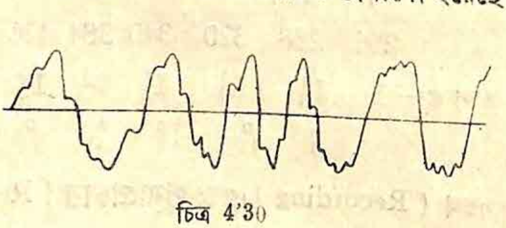
প্রথম চিত্রে (চিত্র 4·29 a) একটি সরল দোলগতির কম্পন অর্থাৎ স্থির কম্পাঙ্কের ও বিস্তারের মূল স্বরের সময়-সরণ লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। বলা বাহুল্য এটা একটি সরল সাইন বক্রের লেখচিত্র।

দ্বিতীয় চিত্রে ( চিত্র 4·29 b ) লেখচিত্রের ওপর কম্পাঙ্কের পরিবর্তনের প্রভাব দেখানো হয়েছে।




চিত্র 4·29

তৃতীয় চিত্রে ( চিত্র 4·29 c ) স্থির কম্পাঙ্ক ও বিস্তারের একটি মূল স্বর ও উপস্বরের সংযোজিত লব্ধি স্বরের কম্পনের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।



চিত্র 4·30

উপরের চিত্রে ( চিত্র 4·30 ) এরূপ মিশ্র স্বরের পরিবর্তনশীল কম্পাঙ্ক, বিস্তার ও জাতির প্রকৃত স্বরের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

একটি গ্রামাফোন রেকর্ডের ওপরে ঠিক এই প্রকারেরই দাগ কাটা থাকে। এটি একটি প্রকৃত স্বরযুক্ত শব্দের সময় ও সরণের মধ্যকার লেখচিত্র। এখন রেকর্ডের এই দাগের মধ্যে যদি 'সাউণ্ডবক্সে'র ( Sound box ) পিন বসান থাকে তাহলে রেকর্ড ঘোরাবার সঙ্গে সঙ্গে পিনটির সরণও ঠিক একই ভাবে পরিবর্তিত হতে থাকবে। এখন যদি কোন পর্দা ( diaphragm )-কেও ঠিক পিনের সঙ্গে সঙ্গে একই ভাবে কম্পিত করার ব্যবস্থা থাকে, তাহলে ঐ পর্দার কম্পনের ফলে বায়ুতে ঠিক রেকর্ডে গৃহীত শব্দের অনুরূপ কম্পন উৎপন্ন হবে এবং শ্রোতা ঐ শব্দটি পুনর্বার শুনতে পাবে।

## পঞ্চম অধ্যায়

# আলোক তরঙ্গ ( Light Waves )

### 5·1. আলোকের স্বরূপ সম্বন্ধে কণাবাদ ( Corpuscular Theory ) ও তরঙ্গবাদ ( Wave Theory ).

নিউটনের মত ছিল যে একটি আলোকরশ্মি স্থির বেগে ধাবমান বহুসংখ্যক অতি সূক্ষ্ম আলোককণা ছাড়া আর কিছুই নয়। এই তত্ত্ব থেকে আলোকের ঋজুগতির ব্যাখ্যা সহজেই পাওয়া যায়। কণাগুলিকে যদি স্থিতিস্থাপক গোলারূপে ধরা হয় তাহলে প্রতিফলনের ফলে তাদের আপতিত কোণ ও প্রতিফলিত কোণ সমান হবে। কাজেই প্রতিফলনের নিয়মের ব্যাখ্যাও এই ধারণা থেকে পাওয়া যাচ্ছে। কিন্তু প্রতিসরণের সন্তোষজনক ব্যাখ্যা দেবার জন্য নিউটনকে ধরে নিতে হ'ল যে জল, কাচ ইত্যাদি ঘন মাধ্যমে এই কণাগুলির বেগ বায়ুর মধ্যে তাদের বেগের চেয়ে বেশী।

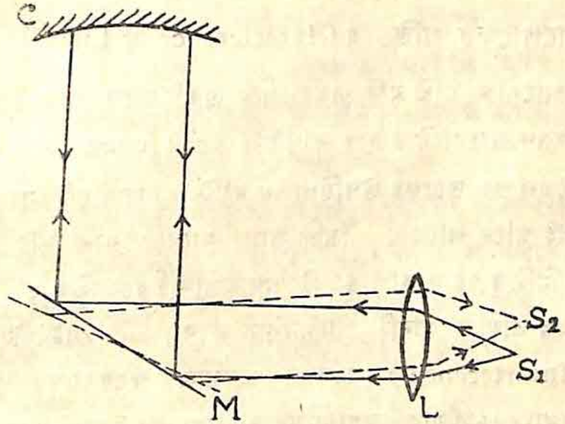
অন্য দিকে ইয়ং ( Young ), হাইগেন্‌স্‌ ( Huyghens ) প্রভৃতি বিজ্ঞানীগণ মনে করতেন যে আলোকের স্বরূপ শব্দের মতোই আলোকের উৎসের কম্পনজনিত উৎপন্ন তরঙ্গ। পূর্বেই আমরা দেখেছি যে প্রতিফলন ও প্রতিসরণের ব্যাখ্যা তরঙ্গবাদ দ্বারাও দেওয়া সম্ভব। কিন্তু প্রতিসরণের ব্যাখ্যার জন্য ঘন মাধ্যমে আলোকের বেগ বায়ুতে আলোকের বেগের চেয়ে কম হওয়া উচিত।

ফুকো ( Focoult ) প্রথম ঘন মাধ্যমের মধ্যে আলোকের বেগ মেপে দেখলেন যে তা বায়ুতে বেগের চেয়ে কম। এই পরীক্ষা দ্বারা তরঙ্গবাদের সমর্থন পাওয়া গেল।

### 5·2. আলোকের বেগ নির্ণয়—ফুকো-র পরীক্ষা ( Determination of velocity of light—Focoult's experiment ).

আলোকের বেগ এতই অধিক (সেকেণ্ডে $3 \times 10^{10}$ সেমি ) যে পরীক্ষাগারে তার পরিমাপ করা খুবই দুরূহ ব্যাপার। ফিজো ( Fizeau ) ও ফুকো ( Focoult ) এই পরীক্ষা করতে সমর্থ হন। এখানে ফুকোর পদ্ধতির সংক্ষেপে আলোচনা করা হল।

$S_1$ উৎস হতে আলোক রশ্মিগুচ্ছ লেন্স L এর মধ্যে দিয়ে একটি সমতল দর্পণ M এর ওপর আপতিত হয়েছে ( চিত্র 4·31 )। M দর্পণে প্রতিফলিত হয়ে ঐ রশ্মিগুচ্ছ d দূরত্বে স্থাপিত একটি অবতল দর্পণ C তে আপতিত ও প্রতিফলিত হয়ে




চিত্র 4·31

পুনরায় পূর্বপথে $S_1$ বিন্দুতে ফিরে আসছে। $S_1$ বিন্দুটি লেন্স L হ'তে তার ফোকাস্ দূরত্বে অবস্থিত।

এখন দর্পণ M টিকে যদি খুব দ্রুত ঘোরান হয় তাহ'লে M হ'তে প্রতিফলিত আলোক যতক্ষণ d দূরত্ব অতিক্রম ক'রে দর্পণ C তে পৌছে আবার দূরত্ব d অতিক্রম ক'রে সমতল দর্পণে ফিরে আসবে ততক্ষণে সমতল দর্পণটি $\theta$ কোণে ঘুরে যাবে। সুতরাং এখন তার দ্বারা প্রতিফলিত আলোক রশ্মি পূর্ব-পথে না ফিরে $2\theta$ কোণে বিচ্যুত হয়ে যাবে। এর ফলে প্রতিফলিত আলোকের প্রতিবিম্ব এখন $S_1$ বিন্দুতে না হয়ে $S_2$ বিন্দুতে তৈরী হবে। $S_1S_2$ দূরত্ব মেপে তার থেকে কোণ $2\theta$ গণনা করা সম্ভব।

সমতল দর্পণের কৌণিক বেগ $\omega$ জানা থাকলে দর্পণটি $\theta$ কোণ ঘুরতে কতটা সময় (t) নিয়েছে তা জানা যেতে পারে। কিন্তু এই t সময়েই আলোক রশ্মি MC পথ দুবার অতিক্রম করেছে। সুতরাং আলোকের বেগ,

$$c=\frac{2d}{t}=\frac{2d\omega}{\theta} \quad , \quad \because \ t=\frac{\theta}{\omega}$$

$$=\frac{4\pi dn}{\theta} \quad , \quad \because \ \omega=2\pi n \ ; \ n=\text{প্রতি সেকেণ্ডে দর্পণের ঘূর্ণন সংখ্যা।}$$

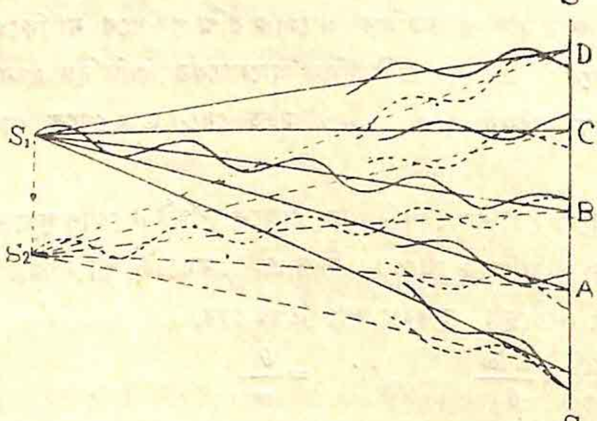
উপরের সমীকরণের ডানদিকের রাশিগুলির পরিমাপ ক'রে ফুকো আলোকের বেগ c গণনা করেন।

সমতল দর্পণ M ও অবতল দর্পণ C এর মধ্যে একটি লম্বা নল রেখে তার মধ্যে কোন তরল পদার্থ ভ'রে রাখলে একই ভাবে ঐ তরল পদার্থের মধ্যে আলোকের বেগ নির্ণয় করা যায়।

## 5·3. আলোকের ব্যতিচার ( Interference of Light ).

দুটি পৃথক আলোক রশ্মি যদি একই সঙ্গে একই স্থানে আপতিত হয় তাহলে সেই স্থানটি কিরূপ আলোকিত হবে তা নির্ভর করবে মিলনকালে রশ্মি দুটির দশার ওপর। এক্ষেত্রেও শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতন নীতি অনুযায়ী দুটি সরণের লব্ধি সরণ নির্ণয় ক'রে সেই স্থানে আলোর তীব্রতা জানা যাবে। রশ্মি দুটি যদি ঐ স্থানে বিপরীত দশায় মিলিত হয় তাহলে স্থানটি অন্ধকারাচ্ছন্ন হবে কিন্তু যদি রশ্মি দুটি সম-দশায় মিলিত হয় তাহলে স্থানটি আলোকিত হবে। এই ঘটনাটিকে আলোকের ব্যতিচার (Interference) বলে। একমাত্র তরঙ্গবাদের সাহায্যেই এই ব্যতিচারের ব্যাখ্যা দেওয়া যায়, কণাবাদের সাহায্যে এর কোন ব্যাখ্যা পাওয়া যায় না। সুতরাং আলোকের এই ব্যতিচারে তরঙ্গবাদেরই সমর্থন পাওয়া যায়।

ইয়ং ( Young ) একটি সহজ পরীক্ষার সাহায্যে আলোকের ব্যতিচার প্রদর্শিত করেন। তিনি একটি অন্ধকার ঘরের একদিকের দেওয়ালে দুটি পাশাপাশি সমান্তরাল সরু রেখার মত ছিদ্র ক'রে তার মধ্যে দিয়ে সূর্যালোক ঘরের মধ্যে প্রবেশ করতে দেন যাতে উভয় ছিদ্র দিয়েই সূর্যালোক ঠিক সামনের দেওয়ালে এসে পড়ে। দেখা যায়

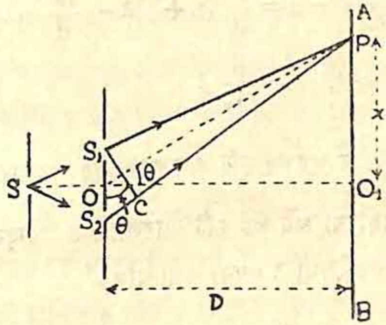



চিত্র 4·32

যে সামনের দেওয়ালে আলো দুটি ছিদ্রের মধ্যে দিয়ে এসে দুটি আলোর দাঁড়ি সৃষ্টি করছে না। সেখানে পাশাপাশি সমান্তরাল বহুসংখ্যক সরু সরু আলোকিত ও

অন্ধকার রেখা সৃষ্টি হচ্ছে। একমাত্র ব্যতিচার দ্বারাই এর ব্যাখ্যা দেওয়া সম্ভব। বোঝা যায় যে আলোকিত রেখাগুলিতে দুটি ছিদ্র দিয়ে আলো সমদশায় এসে পৌছাচ্ছে, সুতরাং তাদের সরণ যোগ হয়ে যাচ্ছে, ফলে সেখানে আলোর তীব্রতা বৃদ্ধি পাচ্ছে, যেমন B, D প্রভৃতি স্থানে ( চিত্র 4·32 )। মাঝের অন্ধকার রেখাগুলির স্থানে ছিদ্র দুটি $S_1$ ও $S_2$ হতে বিপরীত দশায় আলোক তরঙ্গ মিলিত হচ্ছে, সুতরাং সেখানে লব্ধি সরণ শূন্য হওয়ায় আমরা অন্ধকার দেখছি, যেমন A, C প্রভৃতি স্থানে।

এই ধরনের পরীক্ষার সাহায্যে সহজেই আলোক তরঙ্গের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য মাপা যেতে পারে। একটি একক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট আলোর উৎস S এর সম্মুখে $S_1$ ও $S_2$ দুটি উলম্ব সরু রেখার মত ছিদ্রযুক্ত একটি পর্দা এবং তার থেকে D দূরত্ব দূরে একটি পর্দা AB রয়েছে ( চিত্র 4·33 )। উপরের পরীক্ষার মতই এক্ষেত্রে AB পর্দায় পরপর




চিত্র 4·33

আলোকিত ও অন্ধকারাচ্ছন্ন রেখা সৃষ্টি হবে। $O_1$ বিন্দুটি $S_1$ ও $S_2$ হ'তে সমদূরবর্তী সুতরাং $O_1$ বিন্দুতে উভয় ছিদ্র হ'তে আগত আলোক তরঙ্গ সমদশায় মিলিত হবে ফলে বিন্দুটি আলোকিত হবে। অনুরূপে AB পর্দার ওপর যে সকল বিন্দুতে $S_1$ ও $S_2$ দুটি ছিদ্র হতে আগত আলোকতরঙ্গের দশার পার্থক্য $2\pi$, $4\pi$, $6\pi$ ইত্যাদি অর্থাৎ $\pi$ এর যুগ্ম গুণিতক অথবা পথ-দূরত্বের পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ এর যুগ্ম গুণিতক সে সকল বিন্দু আলোকিত হবে। আবার যে সকল বিন্দুতে ছিদ্র দুটি হতে আগত আলোক তরঙ্গের দশার পার্থক্য $\pi$, $3\pi$, $5\pi$ ইত্যাদি অর্থাৎ $\pi$ এর অযুগ্ম গুণিতক অথবা পথ দূরত্বের পার্থক্য $\frac{\lambda}{2}$ এর অযুগ্ম গুণিতক সে সকল বিন্দু অন্ধকারাচ্ছন্ন হবে।

$O_1$ হতে x দূরত্বে P বিন্দুতে ছিদ্রদুটি হতে আগত আলোক তরঙ্গের পথ-দূরত্বের পার্থক্য, $S_2P - S_1P = S_2P - CP = S_2C = S_1S_2 \,.\, \text{Sin}\ \theta = d\frac{x}{D}$

$P$, $O_1$ বিন্দুর নিকটস্থ বিন্দু হ'লে, $\theta$ এর মান খুব ছোট হবে এবং তাহ'লে $\sin\theta = \tan\theta$ লেখা যায়। $AOO_1$ ত্রিভুজে, $\tan\theta = \frac{O_1P}{OO_1} = \frac{x}{D}$
$d = S_1S_2$ = ছিদ্র দুটির মধ্যে দূরত্ব।

শর্তানুসারে, P বিন্দু আলোকিত হতে হলে,

$$d\frac{x}{D} = 2n\frac{\lambda}{2}$$

$$\text{বা,}\quad x = \frac{D}{d} n\lambda$$

অনুরূপে $O_1$ হতে ঠিক এর পরবর্তী আলোকিত বিন্দুর দূরত্ব হবে,

$$x' = \frac{D}{d}(n+1)\lambda$$

$\therefore$ পরপর দুটি আলোকিত রেখার দূরত্ব ( fringe width ),

$$\beta = x' - x = \frac{D}{d}(n+1)\lambda - \frac{D}{d} n\lambda = \frac{D}{d}\lambda$$

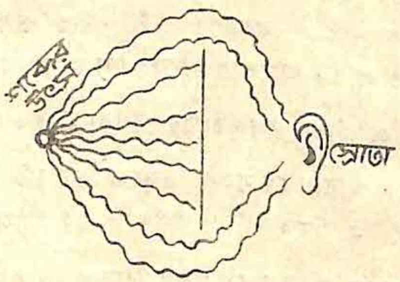
$$\text{বা,}\quad \lambda = \frac{d}{D}\beta$$

অনুরূপে দেখান যায় যে পরপর দুটি অন্ধকারাচ্ছন্ন রেখার মধ্যেও দূরত্ব $= \frac{d}{D}\beta$

অণুবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে পর পর দুটি আলোকিত বিন্দুর দূরত্ব $\beta$ মেপে উপরের সমীকরণের সাহায্যে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য $\lambda$ গণনা করা যায়।

## 5·4. আলোকের ব্যবর্তন ( Diffraction of light ).

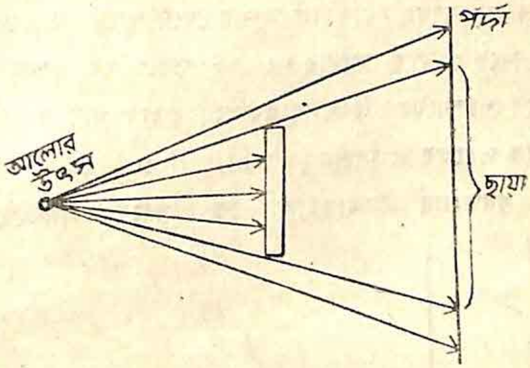
তরঙ্গবাদের সাহায্যে আলোকের ঋজুগতির ব্যাখ্যা করায় কিছুটা অসুবিধা দেখা দেয়। কোন শব্দের উৎস এবং শ্রোতার মাঝখানে যদি একটি দেওয়াল বা আর




চিত্র 4·34

কোন বাধা থাকে, তাহ'লেও শব্দ তরঙ্গ অনায়াসেই ঘুরে গিয়ে শ্রোতার কানে পৌছায় ( চিত্র 4·34 )। অর্থাৎ তরঙ্গ কোন বাধায় ছায়া সৃষ্টি করে না। কিন্তু আমরা

জানি যে আলো সরলরেখায় যায় এবং সে কারণে আলোর গতিপথে কোন অস্বচ্ছ বস্তু রাখলে তার পিছন দিকে সুস্পষ্ট ছায়া পড়ে ( চিত্র 4·35 )। সূক্ষ্মভাবে পরীক্ষা করলে কিন্তু দেখা যাবে যে ছায়ার প্রান্তে আলোকিত অংশে কিছুটা স্থানে সূক্ষ্ম আলো-




চিত্র 4.35

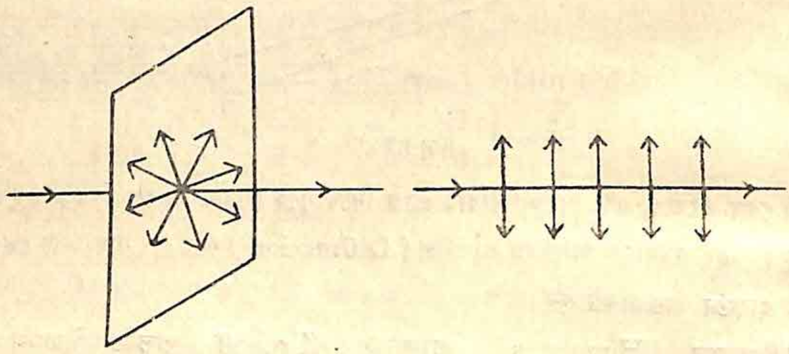
আঁধারি রেখা রয়েছে এবং আলো বাধার প্রান্ত দিয়ে ঘুরে ছায়ার অংশে কিছুটা প্রবেশ করেছে। এই ঘটনাকে আলোর ব্যবর্তন ( Diffraction ) বলে। বাধা যত ছোট হয় এই ব্যবর্তন তত প্রকট হয়।

হাইগেন্‌স্ ( Huyghens ), কারচফ্ ( Kirchoff ) প্রভৃতি বিজ্ঞানীগণ গণনার সাহায্যে প্রমাণ করেন যে কোন তরঙ্গের উৎসের সম্মুখে কোন বাধা স্থাপিত করলে বাধার প্রান্তের নিকটস্থ বিভিন্ন বিন্দু থেকে আগত তরঙ্গের ব্যতিচারের ফলে বাধার পিছন দিকে কিছু অংশে আলো-আঁধারি রেখার সৃষ্টি হয় এবং ছায়ার প্রান্তে কিছুটা অংশ আলোকিত হয়। এভাবে তাঁরা ব্যবর্তনের ব্যাখ্যা দেন। তাঁরা আরও প্রমাণ করেন যে বাধার আকার যদি তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের চেয়ে বহুগুণ বেশী হয় তাহ'লে বাধার উল্টোদিকে মাঝখানে কিছুটা স্থান তরঙ্গের প্রভাব শূন্য হওয়া উচিত। অর্থাৎ তরঙ্গের দ্বারাও বাধার ছায়া পড়তে পারে। শব্দ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য আলোর তরঙ্গের চেয়ে বহুগুণ বড় সেকারণে যে আকারের বাধায় আলোর ছায়া পড়ে, শব্দের তাতে ছায়া পড়ে না। সুতরাং বলা যায় যে আলোর ঋজু রেখীয় গতি সর্বাংশে যথার্থ নয়, ইহা কেবলমাত্র মোটামুটিভাবে ঠিক।

## 5·5. আলোকের সমবর্তন ( Polarisation of Light ).

পূর্বেই বলা হয়েছে যে তির্যক তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য এই যে সেখানে মাধ্যমের কম্পন তরঙ্গের গতিপথের অভিলম্ব অভিমুখে হয়। তরঙ্গের গতিপথ একটি সরলরেখায়

হওয়ায় তার ওপর অভিলম্বের অভিমুখ 360° ডিগ্রীর যে কোন দিকে হতে পারে অর্থাৎ গতিপথের সহিত লম্বভাবে একটি সমতলে যে কোন দিকে কম্পন হতে পারে ( চিত্র 4·36 a )। এখন যদি এমন একটা যন্ত্র তৈরী করা সম্ভব হয় যে তার মধ্যে কেবল একটি মাত্র অভিমুখের সমান্তরাল কম্পন যেতে পারে, তাহলে তির্যক তরঙ্গ সেই যন্ত্রের মধ্যে দিয়ে বেরিয়ে আসার পর সেই তরঙ্গে সব কম্পনগুলি কেবলমাত্র একটি বিশেষ দিকে পরস্পরের সহিত সমান্তরালভাবে হতে থাকবে ( চিত্র 4·36 b )। এই ঘটনাকে তির্যক তরঙ্গের **সমবর্তন** ( Polarisation ) বলে। সমবর্তিত তরঙ্গের কম্পনগুলি যে সমতলের সমান্তরাল হয় তাকে **সমবর্তনের সমতল**

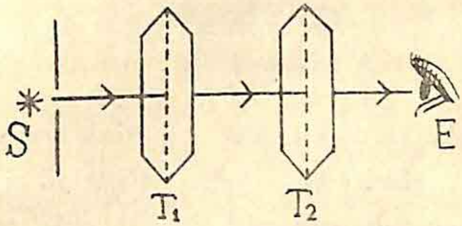


(a) চিত্র 4·36 (b)

( plane of polarisation ) বলে। সাধারণভাবে দেখতে গেলে সাধারণ তরঙ্গ ও সমবর্তিত তরঙ্গের মধ্যে কোন প্রভেদ নজরে পড়ে না। কিন্তু উপরোক্ত যন্ত্রটির মত, যার নাম **সমবর্তক** ( Polariser ), আর একটি যন্ত্র যদি সমবর্তিত তরঙ্গের গতিপথে রাখা হয় তাহলে এই প্রভেদ বোঝা যাবে। দ্বিতীয়টিকে আলোর গতিপথকে অক্ষ করে ঘোরালে দেখা যাবে একটি বিশেষ অবস্থানে সমবর্তিত তরঙ্গ তার মধ্যে দিয়ে অপরিবর্তিত অবস্থায় বেরিয়ে আসে কিন্তু তার লম্ব অবস্থানে কোন তরঙ্গই তার মধ্যে দিয়ে বেরিয়ে আসতে পারে না। দ্বিতীয়টির সমবর্তনের অক্ষ যদি তরঙ্গের সমবর্তনের সমতলের সমান্তরাল হয় তাহ'লে সমবর্তিত তরঙ্গ তার মধ্যে দিয়ে অপরিবর্তিত অবস্থায় বেরিয়ে আসে। কিন্তু দ্বিতীয়টির সমবর্তনের অক্ষ যদি তরঙ্গের সমবর্তনের সমতলের অভিলম্বে হয় তাহলে সমবর্তিত তরঙ্গ তার মধ্যে দিয়ে বেরিয়ে আসতে পারে না।

**পরীক্ষা ঃ** একটি আলোর উৎস S এর সম্মুখে দুটি "টুরম্যালিন্" কেলাস $T_1$ ও $T_2$ খাড়া ভাবে রাখা হয়েছে এবং তার পিছন দিকে চোখ E রেখে টুরম্যালিনের

ভিতর দিয়ে প্রবাহিত আলোক তরঙ্গ লক্ষ্য করা হচ্ছে ( চিত্র 4·37 )। টুরম্যালিন একটি ছ-কোণা স্বচ্ছ খনিজ কেলাস। $T_1$ কেলাসটি স্থির ভাবে রেখে $T_2$ কেলাসটিকে যদি আলোর গতিপথকে অক্ষ ক'রে ধীরে ধীরে ঘোরান হয় তাহ'লে দেখা যাবে যে আলোর তীব্রতা ক্রমশঃ হ্রাস পেয়ে একটি বিশেষ অবস্থানে আলো সম্পূর্ণরূপে বন্ধ হয়ে যাচ্ছে এবং তারপর আবার আলোর তীব্রতা বৃদ্ধি পাচ্ছে।




চিত্র 4·37

$T_1$ ও $T_2$ কেলাস দুটি যখন সমান্তরালভাবে থাকে তখন আলোর তীব্রতা সর্বাধিক হয় কিন্তু যখন দ্বিতীয় কেলাসটিকে প্রথমটির সামনে আড়াআড়িভাবে ধরা হয় অর্থাৎ লম্বভাবে রাখা হয় তখন তার মধ্যে দিয়ে কোন আলো যায় না। প্রথম কেলাসটি তার অক্ষের সমান্তরালভাবে আলোক তরঙ্গগুলিকে সমবর্তিত করছে সুতরাং দ্বিতীয় কেলাসটির অক্ষ যখন প্রথমটির সমান্তরাল থাকে তখন এই সমবর্তিত তরঙ্গ তার মধ্যে দিয়ে যেতে পারে কিন্তু দ্বিতীয় কেলাসটিকে 90° ঘুরিয়ে দিলে সমবর্তিত তরঙ্গ তার ভিতর দিয়ে মোটেই যেতে পারে না। বলা বাহুল্য যে এই ধরনের বিচিত্র ঘটনা কেবলমাত্র তির্যক তরঙ্গের ক্ষেত্রেই ঘটতে পারে। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের কম্পন গতি-পথের সমান্তরাল হয় সেকারণে সেখানে সমবর্তন সম্ভব নয়।

## 5·6. উপসংহার ( Conclusion ).

আমরা জানি যে তরঙ্গের জন্য কোন মাধ্যমের প্রয়োজন হয় কিন্তু আলো শূন্য স্থানের মধ্যে দিয়ে যেতে পারে। এই অসংগতি দূর করার জন্য বৈজ্ঞানিকগণ "ইথার" ( ether ) নামে একটি কাল্পনিক মাধ্যমের কথা চিন্তা করেছিলেন যার সাহায্যে আলোক তরঙ্গ সঞ্চারিত হতে পারে। কিন্তু বহু পরীক্ষা-নিরীক্ষা চালিয়েও ইথারের অস্তিত্বের কোন প্রমাণ পাওয়া গেল না। তথাপি প্ল্যাঙ্ক ( Planck ) ও আইনস্টাইন ( Einstein ) কোয়ান্টাম তত্ত্বের দ্বারা আলোর কণাবাদকে নূতন রূপে পুনরুজ্জীবিত করার পূর্বে আলোর সব বৈশিষ্ট্যই তরঙ্গবাদ দ্বারা ব্যাখ্যা করা গিয়েছিল সেকারণে বৈজ্ঞানিকগণ তরঙ্গবাদকেই যথার্থ বলে স্বীকার করে নিয়েছিলেন।

# প্রথম ভাগ

## বলবিজ্ঞা

### প্রথম অধ্যায়

### কণা-গতিবিজ্ঞা

**Exercises**

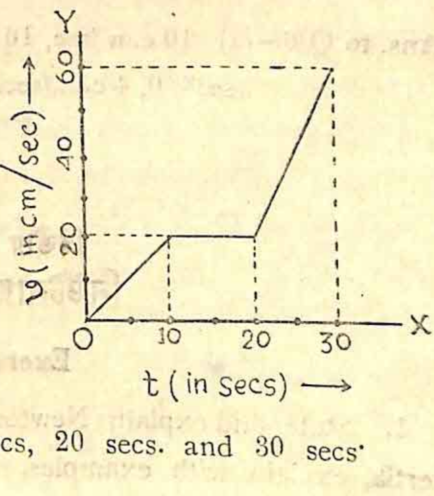
1. What is meant by the term frame of reference ? Discuss its importance in the study of motion of a body.

2. What is acceleration ? Calculate the distance travelled by a body in the t-th second, if its initial velocity be u and acceleration be f.

3. What is a vector ? Name some vector quantities you know. How two vectors are added ? How one vector can be subtracted from another ?

4. What are scalar and vector quantities ? Distinguish between the principles of addition of scalar and vector quantities.

5. State and explain the triangle and parallelogram laws for the addition of vectors. Find the resultant of two vectors P and Q inclined at an angle $\theta$.




6. From the adjacent v-t graph what information due to get about the (a) velocity at 5th, 15th and 25th sec. (b) acceleration at 5th, 15th and 25th sec. (c) total distance travelled in 10 secs, 20 secs. and 30 secs.

**Numerical Problems.**

1. A body starting from rest acquires a velocity 45 ft./sec. in

18 secs. Calculate the acceleration and the distance travelled in that time. [ $2 \cdot 5$ ft./sec$^2$, 405 ft.]

2. An aeroplane touches the ground at a speed 60 m.p.h. and comes to rest after travelling a distance of 704 ft. Find the retardation and the time required to come to a stop.

[ $5 \cdot 5$ ft./sec$^2$, 16 sec. ]

3. A particle travels a distance of 86 cms. in tenth sec. and 134 cms. in sixteenth second. Calculate the total distance travelled in 12 secs. [ 696 cms. ]

4. A car starting from rest moves with an uuiform acceleration of 4cm./sec$^2$ for 10 secs. It then maintains a constant speed for half a minute and then applies the brakes when the car uniformly retarded to rest in 8 secs. Find the maximum speed attained and the total distance travelled. [ 40 cms./sec., $1 \cdot 56$ Km.]

5. A stream flows at the rate of 6 m. p. h. and a boat is rowed straight across the river with a velocity of 8 m. p. h. If the river is 880 ft. wide, find the time taken to cross the river and the actual distance travelled by the boat in crossing the river.

[ 1 min. 15 sec , 1100 ft.]

Ans. to Q 6—(a) 10 c.m./sec, 10 c.m./sec,,40 c.m./sec. (b) 2 c.m./sec$^2$, 0, 4 c.m./sec.$^2$ (c) 10 c.m., 300 c.m., 700 c.m..

---

## দ্বিতীয় অধ্যায়
## নিউটনীয় বলবিদ্যা

### Exercises

1. State and explain Newton's first law of motion. What is inertia, explain with examples. Explain how the first law gives the definition of force.

2. Discuss how we get the measure of force from Newton's

second law of motion. Define the units of force in C. G. S., F. P. S. and M. K. S. systems. Find the relation between Newton and Poundal.

3. State and explain with examples Newton's third law of motion. Why it is difficult to walk on a slippery ground ?

4. Discuss the action of forces acting when a horse pulls a cart.

5. Explain the terms Momentum and Impulse. Show that the Impulse of a force is equal to the change of momentum that it produces.

6. Establish and explain the Principle of conservation of energy.

7. Explain the terms frictional force, limiting friction, coefficient of friction and angle of friction. Find the relation between coefficient of friction and angle of friction.

**Numerical Paoblems—**

1. 20 seconds after the start a locomotive gets a speed of 18 Km/hr. What is the force producing the acceleration if the locomotive weighs 200 metric tons ? (1 metric ton=1000 Kg.)
[50000 Newton]

2. A train of mass 100 tons moving at the rate of 60 m. p. h. is brought to rest in 20secs. by the application of uniform retarding force. Find how far the train moves before coming to rest and calculate the magnitude of the force. [880 ft., 985600 poundals]

3. A bullet weighing 80 gms. moving with a speed of 200 cms./sec. penetrates 5 cms. in a target. Calculate the retarding force and the time for penetration. [$32 \times 10^4$dynes, 0·05 sec.]

4. A cannon of mass 2 tons throws a shell of 56 lbs. with a velocity of 800 ft./sec. The cannon recoils, but a force is applied which stops it within 5 ft. What is the magnitude of the force ?
[44800 poundals]

5. A sphere of mass 10 lbs. moving with a velocity of 6 ft/sec. strikes another sphere of mass 4 lbs. moving in opposite direction with a velocity of 22 ft./sec. If on collission the spheres are joined together, find the resultant velocity and its direction.

[ 2 ft./ sec, original direction of the smaller sphere]

6. A bullet fired into a target loses half its velocity after penetrating 3 cms. How much further will it penetrate ? [1 cm.]

7. An inclined plane rises by 3 cm. in a distance of 5 cms. A force of 16 Kg. acting parallel to the plane just prevents a load of 40 Kg. from sliding down. Calculate the coefficient of friction. [$\frac{1}{4}$]

8. A body starting from rest, moving for one minute with a uniform acceleration travels the same distance as that travelled in the same time by another body moving with a uniform velocity of 36 m. p. h. Find the acceleration of the former. [1·76 ft./sec.$^2$]

9. A cricket ball weighing $\frac{1}{4}$lb. and moving at 60 ft./sec. is stopped by a force in $\frac{1}{3}$ sec. What is the force applied ?

[45 poundals]

10. A truck of total mass 12 tons moving with a speed 10 ft./sec. collides with a stationary truck of mass 8 tons. If the two trucks are automatically connected together so that they move off together, find their velocity. [6 ft./sec.]

11. A body of weight 4 lbs. rests in limiting equilibrium on an inclined plane whose slope is 30°. Find the coefficient of friction and normal reaction. $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}, 2\sqrt{3} \text{ lbs wt.}\right]$

12. How high can a particle rest inside a rough hollow sphere of radius 10 cms., if the coefficient of friction is $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ?

[1·35 cm. approx. from the lowest point.]

## তৃতীয় অধ্যায়
## স্থিতিবিদ্যা



### Exercises

1. State the condition of equilibrium of a body under the action of three concurrent non-collinear forces.

2. Explain (a) Triangle of forces (b) Lami's theorem and (c) Polygon of forces.

3. Find the resultant of two parallel forces. When do two parallel forces fail to provide a resultant ? What is the effect of such forces ?

4. Explain the term centre of gravity.

5. Discuss the conditions of equilibrium of a body under the action of several forces.

6. Three forces 5, 12 and 20 are acting on a body. Can the body be in equilibrium ?

### Numerical Problems.

1. A balance which is otherwise correct has one scale pan heavier than the other. A body weighs 5 lbs. in one pan and 6 lbs. in the other. Find the true weight of the body and the difference between the weights of the pan. [$5\frac{1}{2}$ lb., $\frac{1}{2}$ lb.]

2. A shopkeeper uses a false balance with unequal arms of lengths a and b. He weighs out to two customers w Kg. of rice to each. But in serving one customer he puts the weights on one scale pan but while serving the other customer he puts the weights on the other pan. Does he gain or lose and by how much ?

$$\left[\text{loss} = \frac{w(a-b)^2}{ab}\right]$$

3. A body whose true weight is 600 gms. when placed in one pan of a balance having unequal arms, appears to weigh 720 gms. Find the apparent weight when it is placed on other pan. [500 gm.]

4. A uniform beam AB is 16 ft. long and weighs 50 lbs. Masses 20 and 50 lbs. are suspended from A and B respectively. At what point must the beam be supported so that it may rest horizontally. [6 ft. from B]

5. The horizontal roadway of a bridge 36 ft. long, weighs 5 tons and rests on two supports at its ends. What is the force on each support when a lorry of weight 3 tons starting from A is two-thirds of the way across the bridge ?

[$3\frac{1}{2}$ tons wt. at A, $4\frac{1}{2}$ tons wt. at B]

6. A uniform ladder rests with one end on the rough horizontal ground and the other against rough vertical wall. The coefficients of friction at the lower and upper ends are $\frac{3}{7}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. Determine the angle which the ladder makes with ground when it is about to slip. [45°]

7. A man weighing 140 lbs. climbs up an uniform ladder 20 ft. long and 70 lbs. in weight which rests against a smooth vertical wall at an angle of 45° and the other end on the ground which is rough ($\mu = \cdot 5$). How far will the man be able to climb up before the ladder begins to slip ? [10 ft.]

[Ans. to Q·6—No]

---

## চতুর্থ অধ্যায়

## ঘূর্ণন গতি

### Exercises

1. What is rotational motion ? Give examples. How angular velocity is calculated ? Find the relation between angular velocity and speed.

2. What is torque ? Find how it is related to angular momentum ?

3. What is moment of inertia ? What is the part played by it in rotational motion ?

4. What is a couple ? What factors determine its strength ?

5. What is centripetal force ? Obtain an expression for it.

6. Discuss the difference between the centripetal and centrifugal forces. Why the centrifugal force is called fugitive force ?

7. Explain why a force is required to keep a body moving in a circle at constant speed. What is the name of this force ? What happens to the moving body when this force is withdrawn ?

8. Explain clearly why a car overturns when going too fast around a curve on a level ground ?

9. Explain why a cyclist has to lean towards the centre while moving around a curved path ?

**Numerical Problems.**

1. A car is moving with a speed of 60 m.p.h. round a circular path of radius 40 yds. What is the acceleration ? [64·5 ft./$sec^2$]

2. A cord is tied to a bucket of water which is swang in a vertical circle of radius 4 ft. What must be the minimum velocity of the bucket at the highest point of the circle so that no water falls down ? ($g=32$ ft/$sec^2$) [8 ft/sec]

3. A cyclist takes a bend of 20 metres radius at a speed of 25·2 km./hr. At what angle must he lean to keep his motion without fall ? g= 80 cm/$sec^2$ [14° 1′.]

4. A cyclist moving at 8 m. p. h. wants to turn about. What is the radius of the smallest circle he can take if the coefficient of friction between the road and tyres be 0·4 ? [10·8 ft]

## পঞ্চম অধ্যায়

## কার্য্য, শক্তি ও ক্ষমতা

### Exercises

1. Define work. Distinguish between work done by a force and work done against a force. Give examples.

2. What is kinetic energy ? Deduce the expression for the kinetic energy of a body of mass m and moving with a velocity v.

3. What is potential energy ? How the potential energy of a body changes when it is lifted against gravity ? Calculate the potential energy of a body of mass m raised to a height h.

4. Distinguish between kinetic energy and potential energy.

5. State and explain the principle of conservation of energy. Give illustrations of transformation of energy from one form to another.

6. What are kinetic energy and potential energy ? Show that for a freely falling body the sum of K. E. and P. E. remains constant.

7. What is Power ? What are the units of power ? Find the relation between Horse Power and Watt.

**Numerical Problems.**

1. At what height would the K. E. of a body falling freely from a height h will be equal to half its P. E. ? [$\frac{2}{3}$ h]

2. A man weighing 180 lbs. can climb a tower 200 ft. high in 5 minutes. Find the power of the man in H.P. [0·218 H.P]

3. Find the work done by a man weighing 144 lbs. in carrying 56 lbs. of brick up a ladder 20 ft. long making an angle of 30° with the harizontal. [2000 ft/lbs.]

4. A crane can lift 1000 Kg of goods to a height of 300 metres in 1 min. Find the power of the crane in Kilo-Watt and H. P. [49 KW. 65·7 H. P. (approx )]

5. Find the H. P. of an engine which can project 10,000 lbs. of water per min with a velocity of 80ft./sec. ($g=32$ ft./sec$^2$)

[30·3 H. P.]

6. What should be the H. P. of an engine which is intended to pump 250 gallons of water per min. to a height of 40 yards ? (1 gallon of water = 10 lbs.)

[9·09 H. P.]

7. A body has 1 Joule of K. E. It is opposed by a force of $10^6$ dynes. How far will the body move before coming to rest ?

[10 cms.]

8. Find the H. P. of an engine whose efficiency is 70% and which can raise 120 lbs of water per min. from a well 880 ft. deep.

[4·57 H. P.]

9. There are 308 steps in the Tata building in Calcutta from the pavement to the top floor, with 14 steps for each 10 ft. rise. A man climbs up the steps to the top floor in 6 mins. Find the average H. P.

[$\frac{2}{15}$ H. P.]

10. Find in miles per hour, the speed which will be maintained by an engine working at 3 H. P. against a resistance of 1000 poundals.

[30 m.p.h ]

# দ্বিতীয় ভাগ
# পদার্থের সাধারণ ধর্ম

## প্রথম অধ্যায়
## মহাকর্ষ

**Exercises**

1. What is Gravitation ? State Newton's laws of Gravitation. Is this law universally correct ?

2. What are Gravitational Constant and Acceleration due to gravity ? Find their relation.

3. What is acceleration due to gravity ? How its value changes with (a) altitude and (b) depth within a mine ?

4. Distinguish between mass and weight. What is gravitational unit of force ? Find the relation between dyne and gm. wt.

5. What is an ideal simple pendulum ? State and explain the laws of simple pendulum.

6. What are amplitude, time period and frequency of a simple pendulum ? How the frequency is related to the effective length of the pendulum ?

7. How the motion of planets round the sun can be explained from Newton's laws of gravitation ? Find the relation between the time of revolution and radius of the orbit of the planet.

8. State Kepler's Laws regarding the motion of the planets.

9. What is weightlessness ? Explain why an astronaut feels weightless while moving in a satellite.

10. What is escape velocity ? When a body will be able to escape earth's attraction ?

11. State the laws of freely falling bodies. If two bodies of equal masses but of different volumes are allowed to fall through air, will they take equal time to reach the ground ?

12. A pendulum is taken in a lift which is descending with an acceleration. How its time period will be affected ?

**Numerical Problems.**

1. A pendulum beats seconds at a place where $g=980$ cm./sec$^2$. By how much should its length be shortened so that it may keep correct time when taken to a place where $g=840$ cm./sec$^2$. [$\frac{1}{7}$ th.]

2. A faulty pendulum loses 20 seconds a day. By how much should its length be altered so that it may keep correct time ? ($g=32$ ft./sec$^2$) [·0015 ft. less]

3. The length of a seconds pendulum at a place where $g=981$ cm/sec$^2$ is 99·39 cm. If the length be decreased by 1 cm., how many seconds will it gain or lose in a day ?

[gains 436·8 sec.]

4. A pendulum clock which keeps correct time on the ground is carried on a lift which is ascending vertically with constant acceleration of 10 ft/sec$^2$. How much will it gain or lose per minute ? ($g=32$ ft./sec$^2$) [loses 10·2 sec]

5. A Seconds pendulum which keeps correct time on the surface of the earth is taken to the surface of the moon. Find the time period there, taking the mass of the earth to be 81 times that of the moon and the radius of the earth 4 times that of the moon.

[4·5 secs.]

6. If the moon's distance from the earth is 240,000 miles, the earth's radius is 4000 miles, g at the surface of the earth is 32·2 ft./sec$^2$, find the time taken by the moon to complete one turn in its orbit round the earth. [27·36 days]

7. A satellite moves round the earth at a distance of 560 miles. Calculate its period of revolution. Radius of the earth=4000 miles, $g=32$ ft./sec$^2$. [1 hr. 43 min. 27 sec.]

8. Assuming that the moon describes a circular orbit of radius $3{\cdot}84\times10^8$ metres in 27·3 days and that the outer satellite of Mars

describes a circular orbit of radius $2{\cdot}35 \times 10^7$ metres in 1·26 days, find the ratio of the mass of Mars to the mass of Earth. [1:9·3]

9. Calculate the mean density of the earth from the following data: $G=6{\cdot}6\times10^{-8}$ c. g. s. unit, $g=980$ cm./sec$^2$, $R=6{\cdot}4\times10^8$ cms. [5·538 gm./c. c.]

10. Given that the mass of the earth is $6{\cdot}0\times10^{27}$ gms., the mean radius of the moon's orbit is $3{\cdot}84\times10^8$ metres and the period of moon's rotation around the earth is 27 days 8 hours, find the value of G. [$6{\cdot}6\times10^{-8}$ c. g. s. units]

---

## দ্বিতীয় অধ্যায়

## স্থিতিস্থাপকতা

### Exercises

1. Explain the terms stress and strain. What are different kinds of stresses and strains ?

2. State Hooke's law. What is modulus of elasticity ? What are the different moduli of elasticity ?

3. What do you mean by the term elasticity ? What do you mean by perfectly plastic body ?

4. How will you determine Young's Modulus experimentally ?

**Numerical Problems.**

1. A wire 100 cm. long and having a diameter of 0·4 cm. is stretched by a load of 25kg. and is increased by 2 mm. in length. Find the Young's modulus of the material of the wire. [$9{\cdot}75\times10^9$ dynes/cm.$^2$]

2. Find the load in kg. required to stretch a vertical steel wire 628 cm. long and 2 mm. in diameter by one more milimetre in length. ($Y=2\times10^{12}$ dynes/cm$^2$, $g=980$ cm/sec$^2$) [10·21 kg.]

3. A uniform steel wire of density 7·8 gm/c. c., weighs 15 gms. and is 250 cms. long. It lengthens by 1·2 mm. when stretched by a weight of 8 kg. Calculate the value of Y for steel.

[$1{\cdot}929 \times 10^{12}$ dynes/cm$^2$]

4. Find the tension in a wire 2 metres long, 1 mm. in diameter, when it is stretched by 1 mm. ($Y = 2 \times 10^{12}$ dynes/sq. cm.) [$7{\cdot}85 \times 10^{6}$ dynes]

---

## তৃতীয় অধ্যায়

## উদস্থিতিবিদ্যা

### Exercises

1. Distinguish between density and specific gravity.

2. What is buoyancy? How will you estimate the upthrust on a body immersed in a liquid?

3. Why a body appears to lose its weight when immersed in a liquid? How do you calculate this apparent loss of weight?

4. State the law concerning the apparent loss of weight of a body immersed in a liquid. How can you verify this law?

5. Explain the floatation of a body on a liquid. Why iron sinks in water but floats on mercury?

6. State the conditions of equilibrium of a floating body. Explain why iron sinks in water but a ship made of iron floats on water?

7. Distinguish between pressure and thrust. Calculate the pressure at a depth h within a liquid of density d.

8. Discuss the characteristics of liquid pressure.

9. State and explain Pascal's law. Discuss the principle of multiplication of force.

10. Describe and explain the action of a Hydraulic Press.

**Numerical Problems :**

1. A piece of metal weighs 100 gms in air and 88 gms in water. What will be its weight in a liquid of sp. gr. 1·5 ? [82 gms]

2. A piece of wax of volume 22 c. c. floats in water with 2 c. c. above the surface. Find the weight and density of wax.

[20 gms , $\frac{10}{11}$ gm./c.c.]

3. A solid body floating on water has $\frac{1}{6}$ of its volume above the surface. What fraction of its volume will project if it floats in a liquid of density 1·2 gm./c.c. ? [$\frac{11}{36}$]

4. A piece of metal floats in mercurry of sp. gr. 13·6 with half its volume immersed. Find the sp. gr. of the metal. [6·8]

5. A piece of glass weighs 8·6 gms in air, 5·85 gms. in water and 6·4 gms. in alcohol. Find the sp. gr. of alcohol. [0·8]

6. A piece of alloy containing gold and silver weighs 20 gms in air and 18·7 gms in water. How much gold is there in the alloy, given that sp. gr. of gold=19·3 and sp. gr. of silver=10·5 ?

[13·93 gms. (approx)]

7. When equal volumes of two substances are mixed together, the sp. gr. of the mixture is 4, but when equal weights are mixed, sp. gr. is 3. Find the sp. gravities of the two substances. [2, 6]

8. A hollow sphere made of glass just and only just sinks in methylated spirit (density=0·8 gm/c.c). What portion of its volume will remain immersed when it floats in sulphuric acid (density=1·8 gm/c.c.) ? [$\frac{4}{9}$]

9. A piece of cork weighs 19 gms in air. When it is tied to a piece of silver they weigh 63 gms and they float in water just immersed. If sp. gr. of silver be 10·5, find sp. gr. of cork. [0·32]

10. A body of sp. gr. 2·505 is gently dropped on the surface of water in a lake (sp. gr. 1·025). If the depth of the lake be quarter of a mile, find the time the body will take to reach the bottom. [11·8 secs.]

11. The lock gate of a canal is 35 ft. broad. The heights of water on the two sides are 26 ft. and 13 ft. Find the resultant thrust on the gate if the density of water be 64lbs./c. ft. [253·5 tons]

12. A vertical U-tube of uniform bore contains a 10 cm. column of kerosine (sp. gr. 0·8). Water is now poured in the tube. If the total length of water column is also 10 cms., find the difference in height between the toplevels of the two liquids. [2cms.]

13. The cross section of one arm of a U-tube is 3 sq. cm. and that of the other is 1 sq. cm. Keeping the tube vertical, some mercury (sp. gr. 13·6) is poured into the tube and thereafter 60 c. c. of water is poured over mercury through the wider tube. Find how much the mercury column will go down in the wider tube. [ 0·36 cm. ]

14. A rectangular box 6 ft. deep, 8 ft. broad and 10 ft. long is filled with water. Calculate the thrust on each side and on the base. [ 288000, 360000, 960000 poundals ]

15. The neck and bottom of a bottle are $\frac{1}{2}$ inch. and 4 inches in diameters. When the bottle is full of water, the cork is pressed with a force of 1 lb. Wt. Calculate the force developed on the base. [ 64 lbs. wt. ]

16. The diameters of the pistons of a hydraulic press are 3″ and 30″ respectively. The smaller piston is attached 2 ft. from the fulcrum of a lever 12 ft. long. What force must be applied at the end of the lever to make the press exert a force of 5000 lbs. wt. ? [8·3 lbs. wt. ]

17. Two pieces of metals suspended from the arms of a balance are found to counterpoise when kept immersed in water. The mass of one piece is 32 gms. and density is 8 gm./c. c. If the density of the other is 5 gm./c. c., find its mass. [ 35 gms. ]

## চতুর্থ অধ্যায়

## বায়ুর চাপ

### Exercises

1. What is atmospheric pressure? What do you understand by the statement that atmospheric pressure is 76 cms. of mercury? Calculate the pressure in dynes/$cm^2$.

2. What is a barometer? Explain the principle of a Fortin's barometer. Does the reading of the barometer depend on the radius of the tube?

3. Explain the principle of an Aneroid barometer.

4. Describe and explain the action of a siphon. Can a siphon work in vacuum? Give reasons for your answer.

5. Describe the construction and explain the action of a lift pump. Is it possible to raise water beyond 34 ft. by a lift pump?

6. Explain how water can be raised to any desired height with the help of a force pump. Does the atmospheric pressure play any role in the working of this pump?

7. Describe an exhaust pump. How it works? Calculate the rate of reduction of pressure by this pump. Is it possible to produce vacuum by this pump?

**Numerical Problems.**

1. A building is 30 metres high. The average density of air at that place is 1·25 gm./litre. What is the difference in pressure in mm. of mercury between the ground and top of the building? [2·76 mm.]

2. Calculate the height of a glycerine barometer when that of water barometer is 22 ft., sp. gr. of glycerine=1·25. [25·6 ft.]

3. A toy balloon is to be filled with hydrogen (density=0·09 gm/litre). When empty, the balloon weighs 5·8 gms. What volume of hydrogen at normal atmospheric pressure is required to

make the balloon just rise at normal pressure. Density of air $=1{\cdot}25$ gm./litre. [ 5 litres. ]

4. A spherical balloon 4 metres in diameter is filled with hydrogen (density $=\frac{1}{13}$ that of air). The silk envelope of the balloon weighs 250 gms/sq. metres. How much hydrogen is required to fill it and what extra weight it can support? Density of air $=1{\cdot}293$ gms/litre. [ 3·336 kg., 27·43 kg. ]

5. The volume of an air bubble is doubled in rising from a depth of h metres in a sea to the surface. If the barometric height be 750 m.m. and the densities of mercury and sea water be respectively equal to 13·58 and 1·05 gm/c. c., find h. [ 9·7 metres. ]

6. A bottle of volume 100 c. c. contains air and is sunk mouth downward in sea water of density 1·025 gm./c. c. How far must it be sunk for 20 c. c. of water to run into the bottle? Barometric height = 76 cms. of mercury. [ 252·2 cms. ]

7. A thread of mercury 6 cms. long is drawn into a glass tube of small uniform bore and closed at one end. The enclosed air column is 30 cm. long when the tube is horizontal and the atmospheric pressure is 76 cms. of mercury. What is the length of the air column when the tube is held vertically with the open end downwards? [ 36·2 cms. ]

8. A bubble of air is introduced in the space above mercury in a good barometer 1 sq. cm. in cross section and the mercury column falls from 75 cm. to 65 cm. If the space before the introduction of air was 6 cm. long, find the volume that the air would occupy at normal pressure. [ 2·1 c. c. ]

10. A faulty barometer reads 752 mm. and 750 mm. respectively when a correct barometer reads 762 mm. and 759 mm. What is the true atmospheric pressure, when the faulty barometer reads 740 mm.? [746 mm.]

11. A barometer tube 90 cm. long contains some air above

the mercury. The reading is 74·5 cm. when the true pressure is 76 cm. and the temperature is 27°C. If the reading is observed to be 75·8 cm. on a day when the temperature is 5°C, what is the true pressure? [77·32 cm.]

12. The volume of the receiver of an air pump is six times that of the barrel. Find the number of strokes of the piston required to reduce the density of air to $\frac{1296}{2401}$ of the original value. [4]

---

## পঞ্চম অধ্যায়

# পৃষ্ঠটান ও সান্দ্রতা

### Exercises

1. Explain the phenomenon of surface tension. Give some of its practical examples.

2. Explain the molecular theory of surface tension. Is there any actual force acting tangentially to the free surface of a liquid?

3. Define surface tension. What is its unit? Give a simple method of measuring it.

4. What is angle of contact? How it depends upon cohesive and adhesive forces?

5. What is capillarity? Calculate the height to which a liquid will rise in a capillary tube.

6. Why very small drops of liquid are spherical in shape but large drops are not perfectly spherical but flat?

7. Explain the phenomenon of viscosity. Define viscosity coefficient. What is its unit?

8. Explain the difference between streamline flow and turbulent flow. What is critical velocity? How it is determined by Raynolds' Number?

9. Discuss the motion of a small rain drop falling through air. What is terminal velocity ? How we can get it from Stoke's law ?

10. Why an aeroplane has been given a special frontal shape ?

**Numerical Problems.**

1. A soap film is formed on a rectangular frame of length 7 cms. dipping into a soap solution. The framework hangs from one arm of a balance. An extra weight of 0·38 gm. is to be placed on the opposite pan to balance the pull of the film. Calculate S. T. of the soap film. [26·6 dynes/cm.]

2. Calculate the rise of water in a tube of inner radius 0·5 mm. when dipped in water. (S. T. of water=70 dynes/cm.) [2·85 cms.]

3. Find the difference in the levels of water in the two limbs of a U-tube if the internal diameters of the two limbs are 1 mm. and 0·5 mm. respectively. S. T. of water=75 dynes/cm. [3·1 cms.]

4. A small droplet of mercury is found to fall in air with a steady velocity of 0·5 cm./sec. What is its diameter ? ($n$ for air= $1{\cdot}8\times10^{-4}$ poise, density of mercury=13·6 gm/c. c., g=980 cm/ $sec^2$) [$3{\cdot}5\times10^{-4}$ cms.]

5. Find the terminal velocity of an oil drop of density 0·95 gm./c. c. and radius $10^{-4}$ cm. falling through air of density 0·0013 gm./c.c., if the viscosity coefficient of air is $181\times10^{-6}$ c.g.s. unit. (g=980 cm./$sec^2$) [$1{\cdot}333\times10^{-2}$ cm./sec.]

6. With what terminal velocity will an air bubble, 1 mm. in diameter rise in water ? ($n$=·01 poise) [54·5 cms./sec]

7. A liquid is flowing through a capillary tube of length 25 cms and radius 1 mm. at the rate of 15 c.c. per minute. One end of the tube is exposed to the atmosphere and at the other end liquid stands at a height of 30 cms. Calculate the coefficient of viscosity of the liquid if its density is 2·3 gm./c.c. [·425 poise]

# তৃতীয় ভাগ

# তাপ

## প্রথম অধ্যায়

## প্রসারণ

### Exercises

1. Distinguish between heat and temperature.

2. What is a thermometer ? Describe a mercury thermometer and discuss the principle of its action.

3. What are Centigrade and Fahrenheit scale ? Find their relation.

4. Define coefficients of linear, superficial and volume expansion. Find their relations.

5. What do you mean by the statement "coefficient of linear expansion of iron is ·00001 per °C" ? Does the value depend upon unit of length and scale of temperature ?

6. Why and how pendulum clocks are compensated ?

7. Why it is necessary to leave gaps between two steel rails of a railway line ?

8. Why a straight bimetallic strip is bent when heated ?

9. Why a liquid has two kinds of expansion ? Find their relation.

10. What are real and apparent expansions of a liquid ? Establish the relation between them.

11. Define coefficients of real and apparent expansions of a liquid. Deduce the relation between them.

12. What is a weight thermometer ? How the coefficient of apparent expansion of a liquid can be determined by it ? Why it is called a thermometer ?

13. Describe Dulong and Petit's method for the determination of coefficient of real expansion of a liquid.

14. What do you mean by anomalous expansion of water. Show graphically how the density of water changes from 0°C to 10°C.

15. Describe Hope's experiment and discuss the result of this experiment.

16. Discuss the effect of anomalous expansion of water on marine life.

**Numerical Problems.**

1. Find the temperature which will be indicated by the same number in both Centigrade and Fahrenheit Scales. [ —40°C ]

2. Due to heating the temperature of a body increases by 18°F. How much is this increase in degrees Centigrade ? [ 10°C ]

3. A faulty thermometer reads 1°C when placed in melting ice and 96°C in steam. Find the correct temperature when this thermometer reads 39°C, the bore of the tube and graduations being supposed to be uniform. [ 40°C ]

4. A thermometer is marked 160° at the upper fixed point and 15° at the lower fixed point. Find the temperature in Centigrade and Fahrenheit scale when this thermometer reads 73°. [ 40°C, 104°F ]

5. Find the temperature for which the reading in the Fahrenheit scale will be 5 times that in the Celsius scale. [ 10°C or 50°F ]

6. The same temperature when read on a Centigrade and Fahrenheit thermometer gives a difference of 56°. What is the number of degrees indicated by each thermometer ? [ 30°C, 86°F or —110°C, —166°F ]

7. What gap must be left in constructing a railway line by steel one mile long if the temperature varies from 40°F in winter to 115°F in summer ? $\alpha$ for steel $= 12 \times 10^{-6}$ per °C. [ 2·64 ft. ]

8. The graduations of a brass scale are correct at 0°C. At 20°C the length of an object is 75 cms. according to this scale. What is its true length at this temperature? $\alpha$ for brass $= 1{\cdot}8 \times 10^{-5}$ Per °C. [ 75·027 cms. ]

9. A glass rod when measured with a zinc scale both being at 30°C appears to be 1 metre long. If the scale is correct at 0°C, what is the true length of the glass rod at 0°C? The coefficient of linear expansion of glass is $8 \times 10^{-6}$ per °C and that of zinc is $26 \times 10^{-6}$ per °C. [ 100·053 cms. ]

10. The radius of a wheel is 3 ft. and that of an iron tyre is 2·992 ft. at 0°C. At what temperature will the tyre fit exactly on the wheel? $\alpha$ for iron $= 12 \times 10^{-6}$ per °C. [ 222·2°C ]

11. The brass pendulum of a clock beats seconds at 0°C. How many seconds per day will it gain or lose when the temperature rises to 30°C, given $\alpha$ for brass $= 19 \times 10^{-6}$ per °C. Find also the new period of the pendulum. [ 24·6 sec. slow, 2·00057 sec. ]

12. The difference in length between an iron rod and a brass rod is 16 cms. at 0°C. What must be the length of the iron rod for this difference to remain at 16 cm. when both the rods are heated to 100°C? $\alpha$ for brass $= 18 \times 10^{-6}$ per °C, $\alpha$ for iron $= 12 \times 10^{-6}$ per °C. [ 48 cms. ]

13. What is the change in capacity of one litre glass bottle when it is heated from 40°F to 180°F? $\alpha$ for glass $= 9 \times 10^{-6}$ per °C. [ ·0021 litre ]

14. A square metal plate, each side 100 cms. long at 0°C, has a circular hole of diameter 20 cms. in the middle. At what temperature will the sides be 101 cms. long and what will be then the diameter of the hole? ( $\alpha = 1{\cdot}25 \times 10^{-5}$ per °C )

[ 800°C, 22·2 cms. ]

15. A weight thermometer contains 24 gms. of mercury at 0°C. On being heated to 100°C it is found to contain only

23·65 gms. Calculate the coefficient of linear expansion of the container, the coefficient of absolute expansion of mercury being ·00018 per °C. [ ·0000 11 per °C ]

16. A piece of glass weighs 48 gms in air, 32·54 gms in water at 4°C and 32·76 gms in water at 60°C. Given the coefficient of linear expansion of glass to be ·000008 per °C, find the mean coefficient of cubical expansion for water between 4°C and 60°C.

[ $2{\cdot}76 \times 10^{-4}$ per °C ]

17. A capillary glass tube of uniform bore contains a thread of mercury 1 metre long at 0°C. When the temperature is raised to 100°C, the thread of mercury is 16·5 mm. longer. If coefficient of absolute expansion of mercurry be ·000182 per °C, find the coefficient of linear expansion of glass. [ $83 \times 10^{-7}$ per °C ]

18. In a Dulong and Petit's experiment, the heights of two columns are 90·6 cm. and 92·2 cm. respectively. If the temperature of the first column be 0°C, find that of the other. ($\gamma_r$ for mercury=·000182 per °C). [ 97°C ]

19. How much mercury is to be taken in a glass flask of internal volume 2 litres so that the space above mercury may remain constant at all temperatures ? ($\gamma_r$ for mercury=$18 \times 10^{-5}$ per °C, $\alpha$ for glass=$9 \times 10^{-6}$ per°C) [ 300 c.c. ]

20. The capacity of a thermometer bulb is lc.c. It is desired to make the degree graduations on the scale 5 mm. apart. What must be the cross-section of the bore of the thermometer tube ? Coefficient of apparent expansion of mercury in glass is $1{\cdot}6 \times 10^{-4}$ per °C. [ 0·032 sq. mm. ]

21. A weight thermometer weighs 40 gms. when empty and 490 gms. when filled with mercury at 0°C. On heating it to 100°C, 8·65 gms. of mercury escapes. Calculate the coefficient of linear expansion of glass, the coefficient of real expanion of mercury being $18{\cdot}2 \times 10^{-5}$ per °C. [ $9 \times 10^{-6}$ per °C. ]

22. 1 c.c. of water weighs 0·999874 gm. at 0°C and 1·0 gm. at 4°C. Find the mean coefficient of absolute expansion of water between 0°C and 4°C. [$-3{\cdot}15\times10^{-5}$ per°C. ]

---

## দ্বিতীয় অধ্যায়
## গ্যাসের প্রসারণ

### Exercises

1. State and explain Boyle's law. How can it be experimentally verified ?

2. State Charle's law and Law of pressure. How the Absolute scale of temperature was introduced by Lord Kelvin from these laws ?

3. Deduce the perfect gas equation from the gas laws. What is Universal Gas Constant ?

4. What is Absolute scale of temperature ? What is its relation with Centigrade scale ?

5. Define Pressure coefficient and Volume coefficient of a gas. How the pressure coefficient can be determined experimentally ?

6. What is a gas thermometer ?

### Numerical Problems.

1. To what temperature a gas is to be heated from 13°C so that its volume is doubled, pressure remaining constant ? [ 299°C ]

2. Compare the density of air at 10°C and 750 mm. pressure with its density at 15°C and 760 mm. pressure. [ 1·0043 : 1 ]

3. If the density of Carbon dioxide at N.T.P. be ·0019 gm/c.c., find the volume that 1 gm. of Carbon dioxide will occupy at 77°C and half the standard pressure. [ 1349·5 c.c. ]

4. A narrow uniform glass tube contains air enclosed by a thread of mercury 15 cms. long. When the tube is vertical, with the open end up, the air column is 30 cm. long. When the tube is inverted, the length of the column becomes 45 cms. What is the atmospheric pressure ? [ 75 cms. of Hg ]

5. Given one litre of Hydrogen at N.T.P. weighs 0·0896 gm. calculate the value of universal gas constant. [ $8{\cdot}29 \times 10^7$ ergs/°C ]

6. The volume and pressure of 1 litre of a gas at 10°C are doubled by applying heat. Calculate the resulting temperature. [ 859°C ]

7. A glass vessel contains air at 50°C. To what temperature must it be raised to expel $\frac{1}{4}$th of the air, pressure remaining constant ? [ 130·75°C ]

---

## তৃতীয় অধ্যায়
## তাপের পরিমাপ
### Exercises

1. What are the different units of heat ? Find their relations.

2. What do you mean by "specific heat of copper is 0·09" ? How can you measure the specific heat of copper ?

3. Distinguish between thermal capacity and water equivalent. If thermal capacity of a calorimeter be 20 calories, what will be its water equivalent ?

4. Explain the principle of calorimetry. What are the possible sources of error in calorimetric measurement ?

5. How can you determine the water equivalent of a calorimeter ?

6. Supposing you are given a thermometer reading only from 50°C to 100°C and some water of which the temperature is below

20°C. Describe an experiment to determine roughly the temperature of water, without any other thermometer.

7. Describe an experiment to determine the specific heat of a solid which is soluble in water. Explain how you will calculate the result.

8. Why does a gas has more than one specific heat ? Define the specific heat of a gas at constant volume and at constant pressure. Which of them is greater and why ?

9. Define specific heats of a gas at constant pressure and at constant volume. Find the relation between them.

10. Describe how the specific heat of a gas at constant volume can be experimentally determined ?

11. Describe a method for determination of specific heat of a gas at constant pressure.

**Numerical Problems.**

1. Find the result of mixing 20 gms. of water at 100°C with 30 gms. of water at 40°C. [ 64°C ]

2. 200 gms. of lead is heated to 100°C and is dropped into 200 gms. of a liquid of sp. ht. 0·5 contained in a vessel of water equivalent 20 gms. If the initial temperature of the liquid be 0°C, find the final temperature. Sp. heat of lead=0·03. [ 4·76°C ]

3. A mass of 200 gms. of Copper of sp. heat 0·095 is heated to 100°C and dropped in 100 gms. of alcohol at 12°C contained in a copper calorimeter whose mass is 20 gms. The temperature of alcohol rises to 32·6°C. Find the sp. heat of alcohol. [ 0·6 approx ]

4. The density of a certain liquid is 0 8 gm./c.c. and that of another liquid is 0·5 gm./c.c. It is found that thermal capacity of 3 litres of the first liquid is the same as at 2 litres of the second. Compare their sp. heats. [ 5 : 12 ]

5. An iron saucepan contains 100 gms. of water at 25°C. 50 gms. of water at 60°C is poured into the pan and the resulting

temperature is 35°C. Calculate the water equivalent of the pan. If the mass of the pan be 238 gms., find the sp. heat of iron.

[ 25 gms., 0·105 ]

6. A copper vessel of water equivalent 100 gms. contains 1 kg. of water at 30°C. The vessel receives heat from a flame at the rate of 280 calories per sec. Find the time required by the water to reach the boiling point. [ 4 min. 35 sec. ]

7. A platinum ball of mass 100 gms. is removed from a furnace and immediately immersed in 380 gms. of water contained in a copper vessel of mass 200 gms. at 30°C. The temperature of water rises to 40°C. Calculate the temperature of the furnace. Sp. heat of platinum=·04 and that of copper=0·1. [ 1040°C ]

8. A burner raises the temperature of 50 gms. of water contained in a calorimeter of water equivalent 10 gms. from 15°C to 70°C in 5 minutes. An identical calorimeter contains the same volume of oil and is heated under same condition. Find the time required to raise the temperature through the same range of temperature. ( sp. gr. of oil=0·8 and sp. heat of oil=0·5 )

[ 2 min. 30 sec. ]

9. A burner supplies heat at the rate of 450 cal./min. An aluminium beaker weighing 80 gms. and containing 104 gms. of water at 20°C is placed over the burner and left for 4 minutes. Find the final temperature, assuming no loss of heat. ( sp. heat of aluminium=0·2 ) [ 35°C ]

10. Six litres of air at 0°C and 760 mm. pressure are contained in a copper globe. The globe is immersed in dry steam at 100°C and 7·71 gms. of water condensed on the globe. The mass of the copper globe is 400 gms. Calculate the specific heat of air at constant volume. [ 0·171 cal/gm/°C ]

11. In Regnault's method of determinlng $C_p$, gas from a reservoir of 50 litres capacity at 10°C is used, the pressure initially

is 6 atmospheres and finally 4 atmospheres at 10°C. The gas was heated to 100°C and passed through a calorimeter at 10°C. The final temperature of the calorimeter rises to 30°C. If the water equivalent of the calorimeter and its contents is 100 gms., calculate the specific heat of the gas at constant pressure. Mass of 1 litre of gas at N.T.P. is 1·25 gm. [ 0·255 cal/gm/°C ]

12. Calculate the specific heat at constant volume for air given that specific heat at constant pressure is 0·23. Density of air at 27°C and 76 cm. pressure is 1·18 gm./litre and $J=4{\cdot}2\times10^7$ ergs per calorie. [ 0·1618 ]

13. For air, $C_p=0{\cdot}2375$ cal/gm/°C, $C_v=0{\cdot}1688$ cal/gm/°C, density of air at N.T.P.$=\cdot001293$ gm/c.c., coefficient of expansion of air$=\frac{1}{273}$ per °C and normal atmospheric pressure$=1{\cdot}013\times10^6$ dynes/cm$^2$. Calculate J. [ $4{\cdot}177\times10^7$ ergs/cal ]

---

## চতুর্থ অধ্যায়
## অবস্থার পরিবর্তন

### Exercises

1. What are melting point and freezing point ? Are they same for a particular substance ? How it depends on pressure ?

2. What do you mean by "latent heat of fusion of ice is 80 cal./gm." ? How this can be determined experimentally ?

3. Distinguish between evaporation and boiling. What are the effects of temperature on evaporation and pressure on boiling ?

4. Is it possible to boil water at a temperature below 100°C or above 100°C ? If so, describe how it is possible.

5. Is it possible to boil water contained in a beaker by passing steam at atmospheric pressure through it ? Discuss.

6. How do earthenware pots keep water cool in summer ?

7. Under what circumstances can heat be supplied to a substance without causing rise in temperature ? Can this heat be recovered ?

8. Steam at 100°C causes more damage to human body than same amount of water at 100°C. Discuss why.

9. Distinguish between saturated and unsaturated vapours.

10. Describe the behaviours of saturated and unsaturated vapours when temperature is altered.

11. What do you mean by saturated vapour pressure ? Describe how this can be measured.

12. What is dew point ? How dews are formed ? Is the dew point a fixed temperature like boiling point ?

13. Distingnish between absolute humidity and relative humidity. Our sense of moisture in the atmosphere depends on which of these humidities ?

14. What is relative humidity ? How this can be measured ?

15. Explain why a piece of glass becomes hazy when you blow with your mouth on it in winter morning.

16. Why does warm moist air cause more discomfort than hotter dry air ?

17. If the temperature of a room is raised, explain what will be the effect on (a) Dew point (b) Relative humidity of the air in the room.

**Numerical Problems.**

1. What will be the final temperature when 5 gms. of ice at −10°C is mixed with 20 gms. of water at 30°C ? (sp. heat of ice =0·5) [ 7°C ]

2. Find the result of mixing 20 gms. of ice at −10°C with 20 gms of water at 30°C. sp heat of ice=0·5

[ 0°C, 13·75 gms. (ice), 26·25 gms (water) ]

3. A calorimeter of water equivalent 13 gms. contains 108 gms. of water at 5°C. Steam at 100°C is passed until the temperature of the whole reaches 35°C. Find the mass of steam condensed. (Latent heat of steam = 540 cal/gm.) [ 6 gms. ]

4. A piece of ice weighing 2·8 gms. is dropped into 52 gms of an oil at 40°C. The water equivalent of the calorimeter containing the oil is 4 gms. If the sp. heat of the oil be 0·5 and final temperature of the mixture be 30°C, calculate the latent heat of fusion of ice. [ 80 cal/gm. ]

5. A piece of iron weighing 16 gms. is dropped at a temperature of 112·5°C. into a cavity in a block of ice. It melts 2·5 gms of ice. If latent heat of ice is 80 cal/gm., find sp. heat of iron. [ 0·11 ]

6. 100 gms. of steam is passed through a mixture of 1 Kg. of ice and 1 Kg. of water and the whole of the steam is condensed. How much ice will melt ? What will be the final temperature ? Latent heats of ice and steam are 80 cal/gm. and 537 cal/gm. respectively. [ 66·2 gms, 0°C ]

7. Steam at 100°C is passed into 100 gms. of ice at −10°C. The mixture weighs 120 gms., when the temperature is 35°C. Find the sp. heat of ice. ( L of ice = 80 cal/gm., L of steam = 535 cal/gm.) [ 0·5 ]

8. A copper vessel, weighing 120 gms, contains 300 gms of water and 50 gms of ice at 0°C. Find the quantity of steam at 100°C that must be passed into the vessel to raise its temperature and that of its contents to 10°C. Sp. heat of Copper = 0·1. Latent heat. of steam and ice are 537 cal/gm and 80 cal/gm. respectively. [ 12·26 gms. ]

9. A copper vessel of water equivalent 60 gms contains 600 gms of water at 30°C. A bunsen burner, adjusted to supply 100 calories per sec. is used to heat the vessel. Neglecting all losses,

calculate the time required to boil away 50 gms of water. Latent heat of steam=540 cal/gm. [ 12 min 12 sec ]

10. On a certain day the room temperature is 18°C and dew point is 8°C. What are absolute and relative humidities of air, given that saturated vapour pressure of water at 18°C and 8°C are 15·5 mm. and 8 mm. respectively ? The mass of saturated water vapour at 18°C is 15·4 gm/$m^3$. [ 8·3 gm/$m^3$ : 51·6% ]

11. On a certain day the room temperature is 16·5°C and dew point is 12°C. Find the relative humidity if the saturated vapour pressures at 12°C, 16°C and 17°C be respectively 1·046 cm, 1·364 cm. and 1·442 cm. of mercury. [ 74·6% ]

12. On a certain day the room temperature is 23°C and relative humidity is 60%. If S.V.P. at 23°C and 10°C be respectively 21.1 mm and 9·2 mm, how much water vapour present in the air will condense if room temperature falls to 10°C ?

[ 0·27 part ]

13. The temperature of air in a closed space is 15°C and dew point is 8°C. If the temperature falls to 10°C, how will the dew point be modified, given that S. V. P. at 7°C=7·49 mm and at 8°C =8·02 mm. [ 7·7°C]

14. Calculate what fraction of the mass of water vapour in air would condense if the temperature falls from 20°C to 5°C ? The original R. H. is 60% and S. V. P. at 20°C=17·5 m.m. and at 5°C=65 mm. [ 0·381 ]

## পঞ্চম অধ্যায়

## তাপ

### Exercises

1. Explain the arguments which led to the conclusion that heat is a form of enery.

2. Describe experiments to establish the connection between heat and work and explain how the idea of mechanical equivalent of heat was developed.

3. What is meant by "mechanical equivalent of heat ?" Describe an experiment to determine it.

4. State and explain the First Law of Thermodynamics.

5. State Joule's law relating to equivalance between mechanical energy and heat. Define Joule's constant.

6. What arguments can you offer to show that heat is a form of energy ? What is your idea of the nature of heat ?

7. What do you mean by the statement "mechanical equivalent of heat is $4{\cdot}2\times10$ ergs per calorie or 778 ft/lbs. per B.Th.U."?

8. Explain why does a bicycle pump get heated when the tyre is pumped.

9. Explain why a falling body becomes hotter when it strikes the ground.

10. Distinguish between isothermal and adiabatic changes.

11. Explain the principle of "Conservation of Energy". How will you account for the loss of kinetic energy when a bullet stops after striking a wall ?

**Numerical Problems :**

1. A body weighing 2000 gms falls from a height of 300 cms. If all the energy is converted into heat, find the amount of heat developed. $J=4{\cdot}2\times10^7$ egs/cal. [ 14 calories ]

2. How much work must be done to supply the heat necessary to convert 50 gms of ice at 0°C to water at 100°C ? Latent heat of ice = 80 cal./gm. and J = 4·2 Joules/cal. [ 37800 Joules ]

3. A lead bullet moving with a velocity of 50 meters per sec strikes against a target and is brought to rest. If all the energy is converted into heat and remains in the bullet, calculate the rise in temperature. (sp. heat lead = 0·031) [9·6°C ]

4. Calculate the difference in temperature between the water at the top and that at the bottom of a waterfall which is 50 meters high, assuming 90% of the heat developed remains in water. The mechanical equivalent of heat is $4{\cdot}2 \times 10^7$ ergs/cal. [0·105°C]

5. In passing through earth's atmosphere, the speed of a 42 Kgm. meteor is reduced from 15 Kilometers/sec. to 5 Kilometers/sec. Calculate the heat developed. (J = 4·2 Joules/cal.) [$10^9$ Calories]

6. An iron ball having fallen from rest through 30 meters contains kinetic energy sufficient to raise its temperature through 0·7°C. What value does this give for the mechanical equivalent of heat ? [$4{\cdot}2 \times 10^7$ ergs/cal]

7. From what height a piece of ice at 0°C must fall in order to melt itself by the heat generated by the impact ? [34·3 Km.]

8. A gas engine having an overall efficiency of 20% burns 1500 cu. ft. of gas per hour. If the calorific value of the fuel is 800 B. Th. U. per cu. ft., find the H.P. of the engine. J = 778 ft. lb/B.Th.U. (94 H. P.]

9. An engine of 1 H.P. is used to bore a block of iron of mass 1000 lbs. Assuming that 50% of the work done by the engine is used up in heating the block of iron, calculate the rise in temperature of the block after the engine has been working for 20 minutes. J = 778 ft lbs./B.Th.U. and sp. heat of iron = 0·11. [4·2°F]

10. A volume of air at 27°C expands adiabatically until its volume is doubled. Find the resulting fall in temperature. ($\gamma$ for air$=1{\cdot}4$) [72·6°C]

11. Calculate the rise in temperature when a given mass of gas is suddenly compressed to 27 times its original pressure, the initial temperature being 27°C. ($\gamma=1{\cdot}5$) [599·9°C]

12. Find the changes of volume and temperature of 76 c.c. of a gas at 20°C when the pressure is suddenly doubled. ($\gamma=1{\cdot}4$) [46·31 c.c., 84·1°C]

---

## ষষ্ঠ অধ্যায়
## তাপ

### Exercises

1. Discuss the idea of molecular structure of matter.

2. What is Brownian motion. Discuss the characteristics of Brownian motion.

3. What are the main ideas of kinetic theory of gases ? What are the evidences in favour of molecular motion ?

4. State the fundamental assumptions of kinetic theory of gases.

5. Explain how a gas exerts pressure on the wall of the container and how the pressure is calculated.

6. Explain the concept of temperature from the kinetic theory of gases.

7. From the relation $p=\frac{1}{3}Pc^2$, deduce the ideal gas equation.

8. How can you deduce the gas laws from the kinetic theory of gases ?

9. Distinguish between a real gas and an ideal gas.

10. Why a real gas does not obey perfect gas equation ? Write down Van der Waal's equation.

---

## সপ্তম অধ্যায়

## তাপ

### Exercises

1. What are the different ways of transmission of heat? Clearly explain their differences with suitable examples.

2. What is conduction? Explain the mechanism of conduction of heat. On what factors conduction of heat depends and how?

3. Define thermal conductivity. What is its unit? How can you compare thermal conductivities of different substances?

4. Distinguish between good conductors and bad conductors and give suitable examples to explain their usefulness.

5. Discuss Searle's method for the determination of thermal conductivity. Can you use this method for measuring thermal conductivity of glass? Explain your answer.

6. What is convection? Explain the mechanism of convection of heat. What is convection current?

7. Explain the phenomenon of radiation of heat. On what factors the radiation of heat from a surface depends?

8. Describe the construction of a thermos flask. Explain how heat transference is minimised in it.

9. Point out the various ways in which a hot body may loose its heat. What methods do you suggest to reduce the rate of loss of heat by each of those ways?

10. Explain why the flame of a bunsen burner can not get through a piece of wire gauze placed upon it.

11. What is radiant heat? What are the similarities between radiant heat and visible light? Where lies the fundamental difference between them?

12. Good emitters are good absorbers—Discuss.

13. State and explain Stefan-Boltzmann's law. What is Stefan's constant? What is its unit?

14. State Newtons law of cooling. How can it be derived from Stefan-Boltzmann's law?

15. How the temperature of the sun can be estimated from Stefan's law ?

**Numerical Problems—**

1. An iron plate 4 m.m. thick and 150 sq. cm. in area has ice at 0°C on one side and boiling water at 100°C on the other side. If the thermal conductivity of iron is 0·75 c. g. s. unit, how much ice will melt per minute ? [22 Kgm. approx.]

2. The inside and outside temperature of a glass window of a room are 30°C and 40°C respectively. The glass is 0·3 cm. thick and has an area of 2 sq. meters. Calculate the amount of heat flowing per second into the room through the glass. Thermal conductivity of glass is $5 \times 10^{-4}$ c.g.s. unit. [$333\frac{1}{3}$ cals/sec.]

3. Find the difference in temperature between the two sides of a boiler plate 20 m.m. thick and of conductivity 0·2 c. g. s. unit when transmitting heat at the rate of 660 kilo calories per square meters per minute. [ 10°C ]

4. An iron boiler 0·8 cm. thick contains water at 100°C. The exposed surface having an area of 8 sq. meters is at 90°C. Given that K for iron is 0·164 unit, find how much heat is lost per minute. [$9{\cdot}84 \times 10^6$ cal.]

5. A boiler is made of iron plate 1·2 cm. thick. If the temperature of the outer surface be 120°C and that of inner surface be 100°C, calculate the mass of water evaporeted per hour, assuming the area of the heating surface to be 5 sq. meters and thermal conductivity of iron to 0·2 c. g. s. unit. Latent heat of water at 100°C = 540 cal/gm. [1100 kgm.]

6. A vessel of surface area 1 sq. meter and of copper sheet of thickness 5 m.m. is filled with melting ice and is immersed in water at 100°C. Calculate the rate at which ice melts, the conductivity of copper being 0·72 cal per cm. per °C per sec. and latent heat of fusion of ice is 80 cal per gm. [18 kg per sec.]

# চতুর্থ ভাগ

## প্রথম অধ্যায়

## কম্পন

### Exercises

1. Explain with the aid of a diagram, what would you understand by 'wave motion' and mention its characteristics. How sound waves differ from light waves ?

2. Explain the terms amplitude, frequency, timeperiod and phase in relation to wave motion.

3. Explain simple harmonic motion and mention its characteristics.

4. How the velocity and accelaration of a particle executing S. H. M. change during its motion ?

5. Show that the total energy of a particle executing S. H. M. remains constant during its motion.

6. What do you understand by principle of superposition of S. H. waves.

7. Explain the terms—free and forced vibrations. What is resonance ?

8. What is damped oscillation ? What are the factors that damp the wave motion ?

---

## দ্বিতীয় অধ্যায়

## তরঙ্গগতি

### Exercises

1. Explain how energy is propagated in the form of wave motion.

2. Distinguish between longitudinal and transverse waves.

3. What is pressure wave ? Explain how it is propagated in the form of compression and rarefraction.

4. Explain the terms wave-length, frequency and velocity and find their relations.

5. Explain the phenomenon of reflection and refraction of sound waves.

6. What do you understand by interference of waves ? How can you experimentally demonstrate the phenomenon of interference.

7. What are beats and how are they produced ? Describe how an unknown frequency can be determined with the help of beats.

8. What are stationary waves and how are they produced ? What are nodes and antinodes ?

9. State and explain the laws of transverse vibrations of string.

10. Describe the various modes of vibrations of a stretched string and prove that all harmonics are present in such vibrations.

11. Describe the vibrations in an air column. Distinguish between the vibrations in an open and closed organ pipe.

12. Describe in detail with diagrams the modes of vibration excited in an open organ pipe. What effect is produced on character of the note if the open end is suddenly closed ?

13. Describe how the velocity of sound in air can be determined by resonance air column method.

14. What is kundt's tube ? On what principle it works ? Discuss its use.

**Numerical Problems—**

1. A body vibrating with a constant frequency sends waves 10 cms. long through a certain medium with a velocity of 1100 cm/sec. Find the frequency of the vibrating body.

[110 per. sec.]

2. An echo repeats six syllables. Velocity of sound in air is 1120 ft./sec. What is the minimum distance of the reflecing surface ? [672 ft.]

3. A man stationed between two parallel cliffs fires a gun. He hears the first echo after 3 secs. and the next echo after 5 secs. Find his position. When does he hear the third echo? [3 :5, 8 sec.]

4. A sound is emitted by a source at one end of an iron tube 850 meters long and two sounds are heard at the other end at an interval of 2·3 secs. Find the velocity of sound in iron, given that its value in air is 340 meters per. sec. [4250 m./sec.]

5. A steamer approaching a cliff whistles and the echo is heard after 6 secs. After three seconds the whistle is blowed again and the echo is heard after 4 secs. How fast the steamer is going? Velocity of sound in air = 1120 ft. per sec. [6·26 ft./sec.]

6. The string of a sonometer vibrates 100 times per sec. Its length is doubled and tension altered until it makes 150 vibration per sec. Find how the tension is altered. [1 : 9]

7. A wire of length 120 cm. and mass 40 gms is stretched by a load of 6 Kgm. Calculate the frequency of transverse vibration of string. [17·5 per sec.]

8. A wire 50 cms. long vibrates 100 times per sec. If the length is shortened to 30 cm. and the stretching force quadrupled what will be the frequency? [333·3 per sec.]

9. Wires of equal lengths of brass and steel are stretched and adjusted to emit the same fundamental tone. If the tensions in the two cases are 5 kg. and 8 kg. respectively and the diameter of the steel wire is 0·8 m.m., find that of the brass wire, the densities of brass and steel being 8·4 gm./c.c. and 7·8 gm./c.c. respectively. [0·995 m. m.]

10. A string 100 cm. long and weighing 0·8 gm. is stretched on a sonometer till the tension is 4 kg. Calculate the frequency of a tuning fork which gives 3 beats per sec. when compared with the fundamental note of the portion of the string between two bridges 40 cm. apart. $g = 980$ cm./sec.$^2$ [$276 \pm 3$]

11. A tuning fork is in unision with a sonometer wire 70 cm. long. When the length is decreased by 1 cm., 5 beats are heard in 1 sec. Find the frequency of the fork. [345 per sec.]

12. Two wires vibrate transversely in unision. The tension in one wire is increased by 1 per cent. and now when they vibrate simultaneously three beats are heard in 2 secs. What was the original frequency of vibration of the two wires? [300 per sec.]

13. If both open and closed pipes are 25 cm. in length, what will be the frequencies of their fundamentals? Velocity of sound is 336 meters/sec. [672, 336]

14. A tuning fork of frequency 500 when held over a closed pipe gave resonance with air columns of lengths 15 cm. and 49 cm. Find end correction and velocity of sound in air.

[2 cm., 340 m./sec.]

15. Two organ pipes, one open at both ends and other at one end only, give their fundamental notes whose frequencies differ by 25 vibrations per sec. The length of the open pipe is 166 cm. Calculate the length of the closed pipe if the velocity of sound in air is 332 meters/sec. [66·4 cm. বা 110·6 cm.]

16. An open organ pipe emits its fundamental note. Find its length if the velocity of sound in air is 330 meters per sec. and it vibrates in unision with a string of length 33 cms., under a tension $7{\cdot}84 \times 10^6$ dynes, the mass per unit length of the string being ·0042 gm. [50 cms. approx]

17. An open organ pipe produces 8 beats per sec. when sounded with a tuning fork of 256 vibrations per sec., the fork giving the lower tone. How much the length of the pipe be altered to bring it in accord with the fork? [$\frac{1}{32}$]

18. A rod 140 cm. long clamped in the middle is in resonance with the air columnd. 50 cm. long in the kundt's tube. When the rod is set into vibration the power is arranged in 5

loops. Find the velocity of sound in the rod if that in air be 330 meters/sec. [4620 m./sec.]

19. Calculate the velocity of sound in a gas in which two waves of length 50 cm. and 50·5 cm. produces 6 beats per sec. [303 m./sec.]

---

## তৃতীয় অধ্যায়

## ডপ্‌লার তত্ত্ব

### Exercises

1. State and explain Doppler's effect.

2. Derive expression for the change in frequency of a note due to the relative motion of the source and the listner.

3. Is Doppler's principle applicable to light waves? Calculate the shift in wave length of the light emitted from a star when the star is moving relative to the earth.

4. Explain why a sharp change in the pitch is observed when an aeroplane passes overhead at a low level.

5. When a whistling car approaches an observer the pitch of the note appears to increase but when the car recedes the pitch appears to decrease—explain. Calculate the change in frequency.

**Numerical Problems—**

1. Two engines pass each other in opposite directions, one of them blowing a whistle, the frequency of the note emitted by the whistle being 540 per sec. Calculate the frequencies heard in the other engine (a) before and (b) after they have passed each other. Velocity of the engines=30 m. p. h. and that of sound 1144 ft./sec. [583 per sec. 500 per sec.]

2. The frequency of the whistle of a stationary engine is 600 per sec. What is the apparent frequency of the whistle to a passenger in a train travelling at 12 m./sec. before and after passing the engine? Velocity of sound=30 m./sec. [623 per sec, 577 per sec. approx]

3. An engine travelling at 60 m. p. h. passes an observer at rest. If the frequency of the note heard is 580 per sec. when the engine sounds its whistle while moving towards the observer, what is the frequency of the note which will be heard when the engine is receding ? Velocity of sound in air=1100 ft./sec.

[494·1 per sec.]

4. A police man on duty at a crossing challanges a motor driver for crossing the speed limit of 60 m. p. h. by detecting a change of 20 vibrations in the horn note of frequency 128 per sec. as the car passes him. Is he correct ? Velocity of Sound is 1100 ft/sec.

[Yes]

5. An engine, blowing a whistle of frequency 128 per sec ; moves with a velocity of 45 m. p. h. towards a hill from which a well-defined echo is heard. Calculate the frequency of the echo heard by the driver. Veloity of sound=1122 ft./sec. [144 per sec.]

6. A tuning fork of frequency 440 approaches a wall with a velocity of 4 meters per sec. What will be the number of beats heard between the direct and reflected sound if the velocity of sound is equal to 332 meters per sec ?

[10·6 per sec.]

7. Calculate the velocity at which a source of frequency 10 thousand per sec. should approach the observer at rest in order to produce a Doppler shift of 200 per sec. V=330 m./s.

[55 m. / sec.]

8. The trained ear of a stationary observer estimates the pitch of a whistle blown by a moving engine to fall by a semitone on crossing him. Find the velocity of the train. Velocity of sound =1120 ft/sec.

[36·1 ft/sec.]

[Semitone is an interval of $\frac{16}{15}$ i. e. $n_1 : n_2=16 : 15$]

9. A spectroscopic examination of a certain star shows that the apparent wave-length of a certain spectral line is 5001 A.U. whereas the observed wave-length of the same line produced by

terrestrial source is 5000 A. U. In what direction and at what speed the star is moving relative to the earth. [1 A. U.$=10^{-8}$ cm.]

[$6\times10^{6}$ cm/sec., away]

10. A man is standing beside a railway line listening to the whistle of a passing train. The whistle which has a frequency of 1000 cycles per sec. suffers an apparent change of 100 c. p. s. What is the speed of the train ? Vel. of sound = 1100 ft/sc. [54·8 ft/sec.]

---

## চতুর্থ অধ্যায়

## শব্দতরঙ্গ

### Exercises

1. Calculate the velocity of sound according to Newton's formula. Does this value agree with the experimental result ? How will you account for the discrepancy ?

2. What was the errors in Newton's formula for the velocity of sound ? How Laplace modified the formula ?

3. What correction was applied by Laplace over Newton's formula for the velocity of sound ? Deduce Laplace's formula for the velocity of sound.

4. Discuss how velocity of sound depends upon the density, pressure and humidity of the medium.

5. Discuss how velocity of sound depends upon temperature. Find the relation between the velocity of sound at any temperature to that at 0°C.

6. Distinguish between musical sound and noise.

7. What are the characteristics by which sound from one source may be distinguished from that from another source ?

8. What do you mean by Intensity of sound ? What are the different factors on which intensity of sound depends ?

9. Discuss the principle of sound recording and reproduction.

10. What is octave ? What is musical interval ?

**Numerical Problems—**

1. The velocity of sound in air at N. T. P. is 332 meters/sec. Find its velocity at 50°C and 740 m.m. pressure. [362·4 m./sec.]

2. Between the flash and report of a gun 10 seconds have elapsed. What is the distance, the temperature being 15°C ? Velocity of sound at 0°C=332 metres per sec. [3411·5 meters]

3. The mass of 1 litre of air at N. T. P. is 1·293 gms. Calculate the velocity of sound in air at N. T. P. Ratio of the specific heats is 1·41. [332·5 metres/sec.]

4. Calculate the velocity of sound in hydrogen gas, assuming the velocity in air to be 332 metres per sec. One litre of hydrogen weighs 0·0896 gm. and one litre of air weighs 1·293 gm. [1262 metres/sec. approx.]

5. An echo from a cliff is heard 5 secs. after the sound is made. If the temperature of the air is 15°C, how far away is the cliff ? The velocity of sound at 0°C is 332 meters/sec. [852·9 meters.]

---

## পঞ্চম অধ্যায়

## আলোক তরঙ্গ

### Exercises

1. Discuss about the Corpusculer theory of light. Why it fails ?

2. Describe Foucoult's experiment for the determination of velocity of light.

3. Explain the phenomenon of interference of light. How wave theory can explain this phenomenon ?

4. Discuss the phenomenon of diffraction. Why sound-waves can bend round obstacles but light waves forms approximately sharp image behind it ?

5. Describe the phenomenon of polarisation of light. What conclusion we may draw from the fact that light can be polarised ?

6. What are the different phenomenon that supports the wave theory of light ? What is the inherent contradiction in the wave theory ?

---